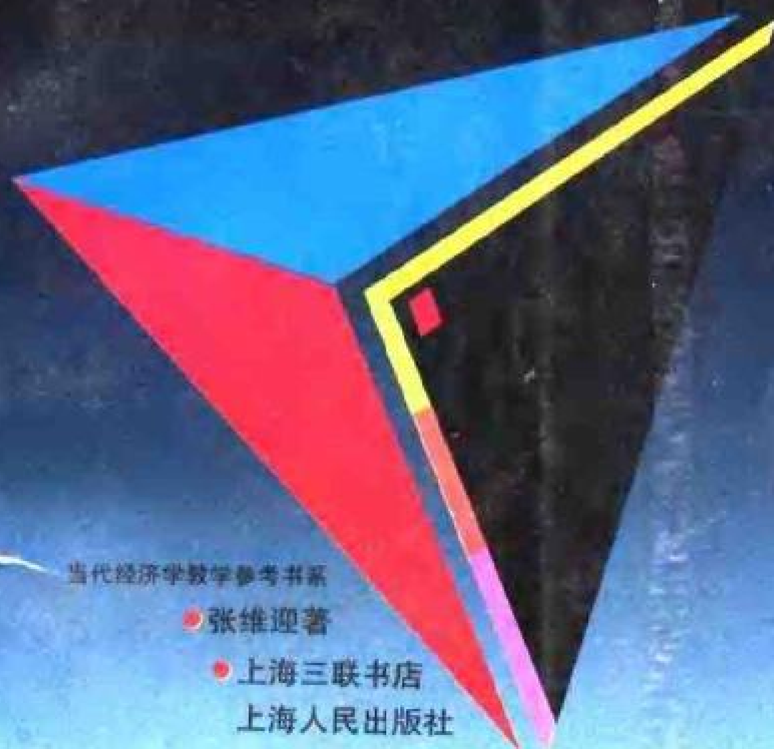
DANGDAIJINGJIXUEXILIE CONGSHU 当代经济学系列丛书



当代经济学教学参考书系

张维迎著

上海三联书店
上海人民出版社

博弈论与信息经济学

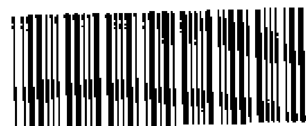
VISIT…

LANZAROTE Caliente.com

谨以此书献给所有教过我和将教我的老师

以及所有我教过和我将教的学生

人行研究生部藏书
分类号 F224/2
总 号 068525


068525

责任编辑　施宏俊
封面装帧　宋珍妮

博弈论与信息经济学　张维迎　著

生活·读书·新知
三联书店上海分店
上海绍兴路5号
上海人民出版社
上海绍兴路54号

新华书店上海发行所经销
上海三联读者服务公司排版
上海天马印刷厂印刷
1996年8月第1版
1997年2月第2次印刷
开本:850×1156　1/32
印张:19.75　插页:2　字数:399,000
印数:4,501—9,500

ISBN 7-208-02432-4/F·496　平装定价:32.00元

为了全面地、系统地反映当代经济学的全貌及其进程，总结与挖掘当代经济学已有的和潜在的成果，展示当代经济学新的发展方向，我们决定出版"当代经济学系列丛书"。

"当代经济学系列丛书"是大型的、高层次的、综合性的经济学术理论丛书。它包括四个子系列：(1)当代经济学文库；(2)当代经济学译库；(3)当代经济学教学参考书系；(4)当代经济学新知文丛。该丛书在学科领域方面，不仅着眼于各传统经济学科的新成果，更注重经济前沿学科、边缘学科和综合学科的新成就；在选题的采择上，广泛联系海内外学者，努力开掘学术功力深厚、思想新颖独到、作品水平拔尖的"高、新、尖"著作。"文库"力求达到中国经济学界当前的最高水平；"译库"翻译当代经济学的名人名著；"教学参考书系"主要出版国外著名高等院校80年代后

期90年代初期的通用教材;"新知文丛"则运用通俗易懂的语言，介绍国际上当代经济学的最新发展。

本丛书致力于推动中国经济学的现代化和国际标准化，力图在一个不太长的时期内，从研究范围、研究内容、研究方法、分析技术等方面逐步完成中国经济学从传统向现代的转轨。我们渴望经济学家们支持我们的追求，向这套丛书提供高质量的标准经济学著作，进而为提高中国经济学的水平，使之立足于世界经济学之林而共同努力。

我们和经济学家一起瞻望着中国经济学的未来。

上海三联书店
上海人民出版社

著名经济学家泰勒尔(Jean Tirole)说："正如理性预期使宏观经济学发生革命一样，博弈论广泛而深远地改变了经济学家的思维方式。"如果情况确实如此，对今天的经济学家来说，不懂得博弈论显然是不行了。

本书的目的是对博弈论和信息经济学的主要内容和研究方法作比较全面系统的讨论和分析，它可以服务于三个目的：一是作为经济学和相关专业领域大学高年级学生和研究生的教材；二是供未曾修过博弈论的经济学家和其他专业的学者自学用；三是放在书架上作为博弈论和信息经济学的一本参考手册。在写这本书时，我假定读者有中级微观经济学基础，但并不具有博弈论的入门知识，因此，本书对博弈论的核心概念的引入是循序渐进的。本书的目的主要不在于告诉读者博

弈论说了些什么，而在于引导读者运用书中介绍的理论分析现实的经济现象。为了这个目的，我在陈述基本概念和基本理论时，引用了大量例子，其中有些例子是我自己杜撰的。尽管大部分例子是经济学的，也有不少是其他学科的，如法律、政治学、社会学等。这样做的目的不仅是为了让经济学专业的读者开阔视野，而且也是为了诱惑其他专业的读者。近几十年来，经济学一直在为其他学科提供武器，但恐怕没有任何其他工具比博弈论更有力了。

本书是在我为北京大学博士和硕士研究生开设课程的讲义的基础上写成的。讲义变成一本书，首先要感谢学生们。我是一个勤于动口但懒于动手的人，没有来自他们的压力和动力，很难下决心着手完成这本书。我不忍心老看着学生们赤手空拳来听我讲课，这就是我写这本书的起因。

我的博弈论知识是我在牛津大学期间学到的，我要感谢我在牛津的几位老师，是他们使我变成一个可以教授博弈论的教师。不过，严格地讲，我至今仍只能说是博弈论的学生。也正因为如此，我自信，这本书比较适合没有学过博弈论的中国读者读。刚考到驾照的人最清楚如何教人开车最有效(至少我的经验是如此)。

本书最后阶段的工作是我在香港城市大学作访问学者时完成的。我非常感谢城市大学经济及财务学系主任张仁良教授和栗树和博士的邀请，及城市大学的资助。在城大期间，与栗树和博士的讨论使我澄清了一些重要概念，再次对他表示感谢。

我所在的北京大学中国经济研究中心的同事为我完成这本书创造了不可缺少的条件，有很长一段时间，我为写作这本

书躲了起来，使得许多我分内的工作落在了他们身上，我对他们表示感谢和歉意。中心办公室的几位工作人员的高效率帮助值得特别一提。

写这本书是一件很辛苦的事情，我为此付出的心血大概只有我和我的家人知道。有一段时间，我两岁的儿子与我很疏远，因为我没有时间与他玩耍。好在我夫人还能理解我，给了我工作的自由和家庭的温暖。这本书里，确实有她的一半。

在我为完成这本书躲起来的半年多时间里，好多朋友很难找到我，我对此深表歉意，希望朋友们能谅解。

最后，感谢上海人民出版社陈昕社长对出版这本书的积极态度和责任编辑施宏俊的辛勤工作。

张维迎

1996 年 6 月 1 日

当代经济学系列丛书

陈　昕　主编

上海三联书店、上海人民出版社联合出版

当代经济学文库

中国的过渡经济学
中国的奇迹:发展战略与经济改革
以工代赈与缓解贫困
企业的企业家—契约理论
劳动与经济增长
公有制宏观经济理论大纲
现代三大经济理论体系的比较与综合
制度、技术与中国农业的发展
分工与交易——一个一般理论及其对中国非专业化问题的应用分析
经济发展中的收入分配
中国消费函数分析
现代经济增长中的结构效应
国际贸易与国际投资中的利益分配
中国资金流动分析
社会主义微观经济均衡论
低效率经济学:集权体制理论的重新思考
经济体制效率分析导论
中国的货币、银行和金融市场:1984—1993
经济转轨时期的产业政策

当代经济学译库

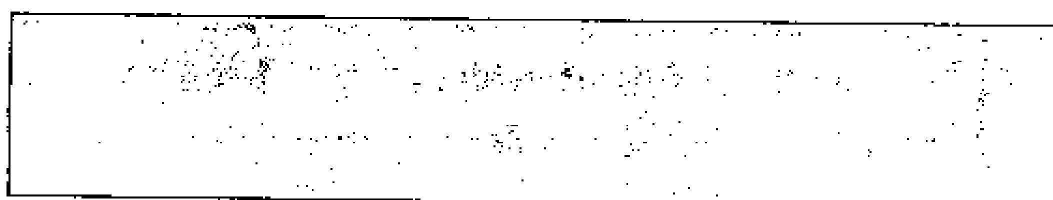
金融结构与金融发展
金融理论中的货币
人类行为的经济分析
集体行动的逻辑
工业化和经济增长的比较研究
比较财政制度
比较财政分析
发展中国家的贸易与就业
经济史中的结构与变迁
地下经济学
财产权利与制度变迁—产权学派与新制度学派译文集
宏观经济学:非瓦尔拉斯分析方法导论
政治与市场:世界的政治—经济制度
经济增长理论
经济增长理论:一种解说
社会主义经济增长理论导论
产业组织和政府管制
市场、国家和社群——市场社会主义理论基础(即出)

当代经济学教学参考书系

货币、银行与经济
国际货币与金融
法和经济学
微观经济学:现代观点
公共经济学
经济学教程
财政原理与比较财政制度
全球视角的宏观经济学(即出)

当代经济学新知文丛

企业组织与市场体制
现代产权经济学
市场机制与经济效率



0 导论:博弈论与经济学

0.1 博弈论与主流经济学的新发展 …… 1

0.2 非合作博弈论的一个非技术性概述 …… 11

0.2—1 完全信息静态博弈:纳什均衡 …… 14

0.2—2 完全信息动态博弈:子博弈精炼纳什均衡 …… 22

0.2—3 不完全信息静态博弈:贝叶斯纳什均衡 …… 27

0.2—4 不完全信息动态博弈:精炼贝叶斯均衡 …… 32

0.3 关于本书的说明 …… 38

第1篇 非合作博弈理论

1 完全信息静态博弈

1.1 博弈论的基本概念及战略式表述 …… 43

1.1—1 基本概念 …… 43

1.1—2 博弈的战略式表述 …… 54

1.2 纳什均衡 …… 56

1.2—1 占优战略均衡 …… 57

1.2—2 重复剔除的占优均衡 …… 60

1.2—3 纳什均衡 …… 68

1.3 纳什均衡应用举例 …… 74

1.3—1 库诺特(Cournot)寡头竞争模型 …… 74
1.3—2 豪泰林(Hotelling)价格竞争模型 …… 78
1.3—3 公共地的悲剧 …… 82
1.3—4 公共物品的私人自愿供给 …… 85
1.3—5 基础设施建设：中央政府和地方政府之间的博弈 …… 90
1.4 混合战略纳什均衡 …… 97
1.5 纳什均衡的存在性和多重性的讨论 …… 112
1.5—1 纳什均衡的存在性 …… 112
1.5—2 纳什均衡的多重性 …… 120
1.5—3 相关均衡 …… 125
进一步阅读 …… 127
练习题 …… 127
参考文献 …… 131

2 完全信息动态博弈
2.1 博弈的扩展式表述 …… 135
2.2 扩展式表述博弈的纳什均衡 …… 151
2.3 子博弈精炼纳什均衡 …… 160
2.3—1 引言 …… 160
2.3—2 子博弈精炼纳什均衡 …… 163
2.3—3 用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡 …… 168
2.3—4 承诺行动与子博弈精炼纳什均衡 …… 174
2.3—5 逆向归纳法与子博弈精炼均衡存在的问题 …… 178
2.4 子博弈精炼纳什均衡应用举例 …… 182

2.4—1 斯坦克尔伯格(Stackelberg)寡头竞争模型 …… 182
2.4—2 宏观经济政策的动态一致性 …… 186
2.4—3 中国过去的财政包干制度:中央与地方的关系 …… 190
2.4—4 工会与雇主之间的博弈 …… 197
2.4—5 轮流出价的讨价还价模型 …… 200
2.5 重复博弈和无名氏定理 …… 207
2.5—1 有限次重复博弈:连锁店悖论 …… 209
2.5—2 无限次重复博弈和无名氏定理 …… 213
2.5—3 参与人不固定时的重复博弈 …… 228
2.5—4 不确定环境下的重复博弈 …… 230
进一步阅读 …… 233
练习题 …… 233
参考文献 …… 238

3 不完全信息静态博弈
3.1 不完全信息博弈和贝叶斯纳什均衡 …… 243
3.1—1 不完全信息博弈 …… 243
3.1—2 海萨尼(Harsanyi)转换 …… 245
3.1—3 不完全信息静态博弈的战略式表述和贝叶斯纳什均衡 …… 248
3.2 贝叶斯均衡的应用举例 …… 252
3.2—1 不完全信息库诺特模型 …… 252
3.2—2 不完全信息情况下公共产品的提供 …… 254
3.2—3 一级密封价格拍卖(招标) …… 258

3.2—4　双方叫价拍卖 …………………………… 262
3.3　贝叶斯博弈与混合战略均衡 ………………… 267
3.4　机制设计理论与显示原理 ………………… 273
3.4—1　贝叶斯博弈和机制设计 ……………… 273
3.4—2　拍卖机制设计 ………………………… 276
3.4—3　机制设计和显示原理 ………………… 284
3.4—4　不完全信息与资源配置效率 ………… 288
进一步阅读 ……………………………………… 291
练习题 …………………………………………… 292
参考文献 ………………………………………… 296

4　不完全信息动态博弈
4.1　精炼贝叶斯纳什均衡 …………………… 300
4.1—1　基本思路 …………………………… 300
4.1—2　贝叶斯法则 ………………………… 306
4.1—3　精炼贝叶斯均衡 …………………… 311
4.1—4　不完美信息博弈的精炼贝叶斯均衡 ………………………………… 317
4.2　信号传递博弈及其应用举例 ……………… 322
4.2—1　米尔格罗姆—罗伯茨(Milgrom-Roberts)垄断限价模型 …………… 326
4.2—2　用负债比例显示企业质量 ………… 335
4.3　精炼贝叶斯均衡的再精炼及其他均衡概念 ………………………………………… 338
4.3—1　剔除劣战略 ………………………… 340
4.3—2　直观标准 …………………………… 345

4.3—3 克瑞普斯—威尔逊(Kreps-Wilson)序贯均衡 …… 350
4.3—4 泽尔腾的颤抖手均衡 …… 355
4.4 不完全信息重复博弈与声誉 …… 363
4.4—1 KMRW 声誉模型 …… 363
4.4—2 声誉模型的一个应用:政府的货币政策 …… 374
4.5 博弈论均衡概念简要总结 …… 380
进一步阅读 …… 382
练习题 …… 383
参考文献 …… 390

第2篇 信息经济学

5 委托—代理理论(I)
5.1 信息经济学引论 …… 397
5.2 委托—代理理论的基本分析框架 …… 403
5.3 对称信息情况下的最优合同 …… 408
5.3—1 最优风险分担合同 …… 409
5.3—2 最优努力水平(激励问题) …… 413
5.4 信息不对称情况下的最优激励合同 …… 418
5.4—1 简单模型 …… 418
5.4—2 一般模型 …… 428
5.5 委托—代理模型的一个例子 …… 431
进一步阅读 …… 441
练习题 …… 441
参考文献 …… 445

6 委托—代理理论（II）

6.1 多阶段博弈动态模型 ………………………… 449

6.1—1 代理人市场—声誉模型 …………… 451

6.1—2 棘轮效应（“鞭打快牛”） …………… 456

6.2 委托人的道德风险与锦标制度 …………… 463

6.3 多项任务委托—代理模型与资产所有权 …………………………………………… 473

6.4 效率工资与监督力度 ………………………… 496

6.4—1 效率工资下的监督问题 …………… 497

6.4—2 激励工资下的监督问题 …………… 501

6.5 团队工作与委托人的作用 ………………… 505

6.6 最优的委托权安排 …………………………… 516

进一步阅读 ………………………………………… 532

练习题 ……………………………………………… 532

参考文献 …………………………………………… 538

7 逆向选择与信号传递

7.1 逆向选择：旧车市场 ……………………… 544

7.1—1 买卖双方有相同的偏好，只有两类卖主 ……………………………… 545

7.1—2 买卖双方偏好相同，但卖主的类型连续分布 ……………………… 546

7.1—3 买者对车的评价高于卖者 ………… 548

7.1—4 卖者的评价不同 …………………… 551

7.2 保险市场上的逆向选择问题 ……………… 555

7.3 逆向选择与信贷市场上的配给制 ………… 562

7.4 信号传递：斯宾塞劳动力市场模型 ……… 569

7.4—1 信号传递:教育不影响劳动生产率 ……………………………………………………………… 570
7.4—2 信号传递:教育提高劳动生产率 …… 575
7.4—3 信息甄别:雇主先行 …………………… 583
进一步阅读 ……………………………………………… 589
练习题 …………………………………………………… 589
参考文献 ………………………………………………… 594
重要词汇英汉对照
重要人名英汉对照

0

导论：博弈论与经济学

本章第 1 节讨论博弈论与主流经济学的关系，第 2 节对非合作博弈论的基本内容作一非技术性的概述，第 3 节对本书的结构安排作点说明。如果说本书 1—7 章构成一片森林的话，本章可以说是读者进入这片森林之前的一个导游图。[①]

0.1 博弈论与主流经济学的新发展

经济学是研究说明什么的？传统教科书上讲，经济学是研

① 本章的主要内容曾以《从 1994 年诺贝尔经济学奖看主流经济学的新发展》为题在《经济学消息报》分 8 期连载，后又收入北京大学中国经济研究中心编的《经济学与中国经济改革》一书（上海人民出版社 1995 年版）。读过这篇文章的读者可以直接进入第 1 章（这也是我将本章命名为第 0 章的原因）。不过，对大多数读者而言，由于本书主体部分有较强的技术性，在读主体之前，读一读本章第 2 节的非技术性概述对掌握以后的内容是很有好处的。

究稀缺资源的有效配置的。不过，从现代的观点看，更为恰当地说，经济学是研究人的行为的(human behaviour)。当然，研究人的行为的学科很多，不止经济学。那么，经济学与其他学科有什么不同呢？这就是经济学假定人是理性的。理性人是什么意思呢?理性人是指有一个很好定义的偏好，在面临给定的约束条件下最大化自己的偏好。正是理性人的假设使得经济学家得以运用数学工具描述人的行为。注意，理性人与自私人不同。理性人可能是利己主义者，也可能是利他主义者(altruist)。

无论是利己的还是利他的，理性人在最大化偏好时，需要相互合作(cooperation)，而合作中又存在着冲突(conflicts)。为了实现合作的潜在利益和有效地解决合作中的冲突，理性人发明了各种各样的制度规范他们的行为。价格制度(或称市场制度)是人类为达到合作和解决冲突所发明的最重要的制度之一。传统的新古典经济学(neo-classic economics)就是以价格制度为研究对象的，故又称为价格理论。新古典经济学的两个基本假定是:(1)市场参与者的数量足够多从而市场是竞争性的，(2)参与人之间不存在信息不对称问题。但这两个假设在现实中一般是不满足的。首先，在现实中，买卖双方的人数常常是非常有限的，在有限人数下，市场不可能是完全竞争的。在不完全竞争市场中，人们之间的行为是直接影响的，所以一个人在决策时必须考虑对方的反应，这就是博弈论要研究的问题。其次，现实中市场参与者之间的信息一般是不对称的，比如说，卖者对产品质量的了解通常比买者多。当参与人之间存在信息不对称时，任何一种有效的制度安排必须满足“激励相容”(incentive compatible)或“自选择”(self

selection）条件，这是信息经济学研究的问题。进一步，不完全信息使得价格制度常常不是实现合作和解决冲突的最有效安排，诸如学校、企业、家庭、政府等等这样一些非价格制度，也许更为有效。而非价格制度的最显著特征是参与人之间行为的相互作用。因此，毫不奇怪，当本世纪70年代经济学家开始将注意力由价格制度转向非价格制度时，博弈论逐渐成为经济学的基石。

1994年诺贝尔经济学奖授给了三位博弈论专家：纳什（Nash）、泽尔腾（Selten）和海萨尼（Harsanyi）。中国读者对这三人的名字是比较陌生的。事实上，他们在西方经济学界的赫赫名声也只是80年代以后的事情。1983年英国Wheatsheaf出版社出版了一本《经济学家名人录》，收录了从1970年到1981年间活着的674位、死了的397位，共计1071位经济学家的传记。在这本名人录里，我们找不到纳什，也找不到泽尔腾，只有海萨尼，但他的名字下注着“NE”，意思是没有条款，其原因是他自己没有编写简历。应该提醒读者的是，这本名人录并不是我们在市面上经常听到的那种花钱就能进的名人录。这本名人录是很严肃的，它是由当代活着的最著名的经济学术史专家Mark Blaug根据社会科学文献引证索引编写的，因为判断一个科学家的成就很大程度上是以他的论文被别人引证的次数为依据的（就是说，不在于你写了多少文章，而是看你的文章在多大程度上被其他学者重视）。这是十多年前的事情。仅仅在十多年之后，这三个人获得诺贝尔经济学奖。这一事实本身就说明，在过去十多年间，经济学的发展是多么快。

博弈论，英文为game theory，是研究决策主体的行为发

生直接相互作用时候的决策以及这种决策的均衡问题的。也就是说，当一个主体，好比说一个人或一个企业的选择受到其他人、其他企业选择的影响，而且反过来影响到其他人、其他企业选择时的决策问题和均衡问题。所以在这个意义上说，博弈论又称为"对策论"。这里我们可以把博弈论与我们在一般传统微观经济学上学的东西作一比较。传统微观经济学谈到个人的决策，就是在给定一个价格参数和收入的条件下，最大化他的效用；个人效用函数只依赖于他自己的选择，而不依赖于其他人的选择；个人的最优选择只是价格和收入的函数而不是其他人选择的函数。这里，经济作为一个整体，人与人之间的选择是相互作用的，但是对单个人来讲，所有其他人的行为都被总结在一个参数里，这个参数就是价格。这样，一个人作出决策时他面临的似乎是一个非人格化的东西，而不是面临着另外一个人、另外一个决策主体。他既不考虑自己的选择对别人选择的影响，也不考虑别人选择对自己选择的影响。与此相对照，在博弈论里，个人效用函数不仅依赖于他自己的选择，而且依赖于他人的选择；个人的最优选择是其他人选择的函数。从这个意义上讲，博弈论研究的是在存在相互外部经济条件下的个人选择问题。在传统微观经济学中，寡头市场是一个例外，而这一部分正是博弈论最主要的应用领域之一。

人们之间决策行为相互影响的例子很多，几乎所有我们遇到的生活中的事情都是这样的。比如说 OPEC（石油输出国组织）成员国家选择石油产量；寡头市场上，企业选择它们的价格和产量；又如家庭中的夫妻，他们之间的行为也是一种博弈；还有国家与国家之间的关系；再有如我国的中央和地方政府之间，也存在一种博弈，就是说，中央采取一种行动会影响

地方的行动，反过来地方的行动又会使中央采取相应的政策。所以博弈论的应用是非常广泛的。

博弈论可以划分为合作博弈(cooperative game)和非合作博弈(non-cooperative game)。纳什、泽尔腾和海萨尼的贡献主要是在非合作博弈方面，而且现在经济学家谈到博弈论，一般指的是非合作博弈，很少指合作博弈。合作博弈与非合作博弈之间的区别主要在于人们的行为相互作用时，当事人能否达成一个具有约束力的协议，就是说，有没有一种 binding agreement。如果有，就是合作博弈；反之，则是非合作博弈。例如我们刚才讲的两个寡头企业，如果它们之间达成一个协议，联合最大化垄断利润，并且各自按这个协议生产，就是合作博弈。它们面临的问题就是如何分享合作带来的剩余。但是如果这两个企业间的协议不具有约束力，就是说，没有哪一方能够强制另一方遵守这个协议，每个企业都只选择自己的最优产量(或价格)，则是非合作博弈。这就是这两个概念的区别。同时应该指出的是，合作博弈强调的是团体理性，就是 collective rationality，强调的是效率(efficiency)、公正(fairness)、公平(equality)。非合作博弈强调的是个人理性、个人最优决策，其结果可能是有效率的，也可能是无效率的。

一般认为，博弈理论开始于 1944 年由冯·诺依曼(Von Neumann)和摩根斯坦恩(Morgenstern)合作的《博弈论和经济行为》(*The Theory of Games and Economic Behaviour*)一书的出版。但是现代博弈理论跟他们讲的东西关系不大，尽管有一些概念，特别是预期效用理论等，都是他们创立的。到 50 年代，合作博弈发展到鼎盛期，包括纳什(1950)和夏普里(Shapley，1953)的"讨价还价"模型，Gillies 和 Shapley(1953)

关于合作博弈中的"核"(core)的概念,以及其他一些人的贡献。

50年代可以说是博弈论的巨人出现的年代。合作博弈论在50年代达到顶峰,同时非合作博弈论也开始创立。纳什在1950年和1951年发表了两篇关于非合作博弈的重要文章,Tucker于1950年定义了"囚徒困境"(prisoners' dilemma)。他们两个人的著作基本上奠定了现代非合作博弈论的基石。

到60年代后又出现了一些重要人物。泽尔腾(1965)将纳什均衡的概念引入了动态分析,提出了"精炼纳什均衡"概念;海萨尼(1967—1968)则把不完全信息引入博弈论的研究。然后到80年代出现了几个比较有影响的人物,包括克瑞普斯(Kreps)和威尔逊(Wilson),他们在1982年合作发表了关于动态不完全信息博弈的重要文章。

严格地讲,博弈论并不是经济学的一个分支。它是一种方法,应用范围不仅包括经济学。政治学、军事、外交、国际关系、公共选择,还有犯罪学,都涉及到博弈论。实际上,好多人把博弈论看成是数学的一个分支。纳什在1951年的奠基性文章就是发表在数学杂志上,而不是经济学杂志上,在相当长一段时间里经济学家们并不把纳什当作一个经济学家。还有夏普里1953年的文章本身也是一篇数学手稿,而非经济学手稿。那么为什么把诺贝尔经济学奖授给这三个人,而不是把其他的什么奖授给他们呢?大致有以下三方面的原因:

1. 博弈论在经济学中的应用最广泛、最成功;博弈论的许多成果也是借助于经济学的例子来发展的,特别是在应用领域。

2. 经济学家对博弈论的贡献也越来越大,特别是在动态

分析和不完全信息引入博弈论之后，例如克瑞普斯和威尔逊都是经济学家。

3. 最带根本性意义的原因是经济学和博弈论的研究模式是一样的，这就是强调个人理性，也就是在给定的约束条件下追求效用最大化。在这一点上，博弈论和经济学是完全一样的。

大体是因为这三个原因，博弈论逐渐被当成是经济学的一部分，诺贝尔经济学奖自然就授给了三位博弈论专家。

但是，博弈论真正成为主流经济学的一部分不过是最近一二十年的事。大体来讲，在70年代中期之前，经济学家也有一部分用到博弈论，但所有这些经济学家应用到的博弈论知识大体在1953年之前就已经被创造出来了（当然也有一些例外）。只是到70年代中期以后经济学家开始转而强调个人理性，特别是强调对个人的最基础的效用函数的研究之后，他们才发现信息是一个非常重要的问题，信息问题成为经济学家关注的焦点。同时，在研究个人行为时，个人决策有一个时间顺序（sequence 或 time order），就是说当你作出某项决策时必须对你之前（或之后）别人的决策有一个了解（或猜测），你的决策受你之前别人决策的影响，同时反过来影响你之后别人的行为。这样，时序问题在经济学中就变得非常重要。博弈论发展到这一阶段正好为这两方面的问题（一个是信息，一个是时序）提供了有力的研究工具，这些工具包括泽尔腾在1965年关于动态博弈精炼均衡和海萨尼在1967－1968年发表的关于不完全信息的研究成果（这些成果在70年代中期之前经济学家们没有用过）。后来的包括克瑞普斯和威尔逊1982年的研究成果，还有克瑞普斯、米尔格罗姆（Milgrom）、

罗伯茨(Roberts)和威尔逊 1982 年关于信誉(reputation)问题的非常有名的“四人帮模型”。

博弈论在经济学中的绝大多数应用模型都是在 70 年代中期之后发展起来的。大体从 80 年代开始,博弈论逐渐成为主流经济学的一部分,甚至可以说成为微观经济学的基础。博弈论的发展和经济学的发展可以说是你中有我,我中有你,不少当今赫赫有名的经济学家就发迹于其在博弈论方面的研究成果。这里引用一下美国印第安那大学的经济学家 Eric Rasmusen 在《博弈与信息》(*Games and Information*,1989)一书中的一段话来概括博弈论在主流经济学中地位的变迁史。他说:

不久前,一个爱开玩笑的人或许会说,计量经济学和博弈论就如同日本和阿根廷。在 40 年代晚期,这两门学科都充满了生机,正如同这两个国家一样都充满了希望,做好准备开始迅速的经济增长,并对世界产生广泛的影响。我们都知道日本和阿根廷都发生了什么。在这两门学科中,计量经济学变成了经济学不可分割的一部分,而博弈论则萎缩成为一个子科目,仅对博弈论专家来说充满乐趣而被整个经济学界所遗忘。这些博弈论专家一般都是数学家,他们只关心定义和证明,而不关心其应用;他们很为博弈论能在众多学科中的应用感到自豪,但是没有一门学科把博弈论当作自己不可分割的一部分。

但到 70 年代后,把博弈论比作阿根廷就不再合适了。在阿根廷把她的前专制君主 Juan Peron 迎回来的同时,经济学家们正开始发现通过把博弈论应用于复杂的

经济问题可能得到的东西。理论和应用方面的新发现对非对称信息和动态行为的分析尤其有用。在 80 年代，博弈论迅速成为主流经济学的重要组成部分。事实上，它几乎吞没了整个微观经济学，就如同计量经济学吞没了“经验经济学”(empirical economics)一样。

博弈论在西方经济学中的地位也可以从国外流行的教科书中看出来，这里举几个例子：

例一，Hal Varian 的《微观经济分析》(*Microecomomic Analysis*)是一本在欧美非常流行的高级微观经济学教科书，几乎所有大学的研究生课程都用这本书。在 1984 年的第二版中，没有博弈论，甚至在书后的词汇表上都找不到“博弈论”这个词，但是在 1992 年的第三版就加上了“博弈论”一章，而且有关寡头竞争这一章也按博弈论的理论重写了。

例二，克瑞普斯在 1990 年出版的《微观经济理论教程》(*A Course in Microeconomic Theory*)是 1991 年最畅销的经济学教科书，被相当多的欧美名牌大学选为研究生课程的教材，其中的第三部分就是“非合作博弈”，共 219 页，占全书正文的 28%强，且书中的许多内容也涉及到博弈论。当然这可能与他本人就是博弈论专家有关。1990 年他因对博弈论的贡献而获美国克拉克奖(Clark Medal，全美对 40 岁以下经济学家的最高奖)。

例三，泰勒尔(Jean Tirole，法国经济学家，曾在 MIT 任教)在 1988 年出版了《产业组织理论》一书。该书是目前最受欢迎、最流行的有关产业组织的教科书，全书的内容都是建立在非合作博弈论的基础上的，以致作者不得不在最后加上一

章"非合作博弈论",供不熟悉非合作博弈论的读者参考。现在,博弈论已经基本上成为产业组织理论中占主导地位的研究方法。

另外我们还可以从西方大学经济系的核心课程的内容变化来看这个问题。这里以牛津大学为例。我1988年在牛津进修时,也选修微观经济学,当时的微观经济学包括四个部分的内容:(1)消费者理论和生产者理论(包括不确定性),(2)市场与均衡,(3)福利经济学,(4)企业理论。当时博弈论也有两人在开,但只是作为一门独立的选修课程,而未作为核心课程进入微观经济学。但是当我1990年再回到牛津时,微观经济学的内容变成了六个部分,除上述四部分外增加了博弈论、信息与合同理论两部分,博弈论已经进入课程的核心内容。从考试题目来看,博弈论无论是在微观经济学,还是产业组织理论,甚至在宏观经济学中,都占据相当的内容。

博弈论进入主流经济学,反映了经济学发展的以下几个趋势:

第一,经济学研究的对象越来越转向个体,放弃了一些没有微观基础的假定,如消费函数及其投资函数、销售最大化等,一切从个人效用函数及其约束条件开始,解约束条件下的个人效用最大化问题而导出行为及均衡结果。这正是博弈论研究的范式:给出个人的支付函数及战略空间,然后看当每个人都选择其最优战略以最大化个人支付函数时将发生什么。这与经济学效用最大化的方式完全吻合。

第二,经济学越来越转向人与人关系的研究,特别是人与人之间行为的相互影响和作用,人们之间的利益冲突与一致,竞争与合作的研究。过去经济学研究个人行为时,总是假设其

他人的行为都被总结在一个非人格化的参数——价格——里面，所以个人是在给定价格参数下决策，人们行为之间的相互作用是通过价格来间接完成的。但是现在不是这样了，经济学开始转向对人与人之间的直接关系进行研究。经济学越来越重视人与人之间关系的研究，特别是经济学开始注意到理性人的个人理性行为可能导致的集体非理性。这一点和传统经济学形成明显对照。在传统经济学里，价格可以使个人理性和集体理性达到一致。现代经济学开始注意到个人理性和集体理性的矛盾与冲突，但是解决这个问题的办法并不是像传统经济学主张的那样通过政府干预来避免市场失败所导致的无效状态，而是认为，如果一种制度安排不能满足个人理性的话，就不可能实行下去。所以解决个人理性与集体理性之间冲突的办法不是否认个人理性，而是设计一种机制，在满足个人理性的前提下达到集体理性。认识到个人理性与集体理性的冲突对于认识制度安排是非常重要的。

第三，经济学越来越重视对信息的研究，特别是信息不对称对个人选择及制度安排的影响。如我们已经提到的，博弈论成为主流经济学的一部分，正是伴随着经济学对信息问题的重视而来的。从某种意义来讲，信息经济学是博弈论应用的一部分，或者说，信息经济学是非对称信息博弈论。

0.2 非合作博弈论的一个非技术性概述

前面我们介绍了非合作博弈论在主流经济学中的地位，本节介绍非合作博弈论的基本内容及三位诺贝尔经济学奖得

主在非合作博弈论中的地位。下面所讲的博弈均指非合作博弈[1]。

博弈论的基本概念包括：参与人、行动、信息、战略、支付函数、结果、均衡。参与人指的是博弈中选择行动以最大化自己效用的决策主体（可能是个人，也可能是团体，如国家、企业）；行动是参与人的决策变量；战略是参与人选择行动的规则，它告诉参与人在什么时候选择什么行动（如“人不犯我，我不犯人；人若犯我，我必犯人”是一种战略，这里，“犯”与“不犯”是两种不同的行动，战略规定了什么时候选择“犯”，什么时候选择“不犯”）；信息指的是参与人在博弈中的知识，特别是有关其他参与人（对手）的特征和行动的知识；支付函数是参与人从博弈中获得的效用水平，它是所有参与人战略或行动的函数，是每个参与人真正关心的东西；结果是指博弈分析者感兴趣的要素的集合；均衡是所有参与人的最优战略或行动的组合。上述概念中，参与人、行动、结果统称为博弈规则，博弈分析的目的是使用博弈规则决定均衡。

博弈的划分可以从两个角度进行。第一个角度是参与人行动的先后顺序。从这个角度，博弈可以划分为静态博弈(static game)和动态博弈(dynamic game)。静态博弈指的是博弈中，参与人同时选择行动或虽非同时但后行动者并不知道前行动者采取了什么具体行动；动态博弈指的是参与人的行动有先后顺序，且后行动者能够观察到先行动者所选择的行动。划分博弈的第二个角度是参与人对有关其他参与人（对

[1] 对合作博弈理论感兴趣的读者，可以阅读 Friedman 的 *Game Theory with Application to Economics* 一书。

手）的特征、战略空间及支付函数的知识。从这个角度，博弈可以划分为完全信息博弈和不完全信息博弈。完全信息指的是每一个参与人对所有其他参与人（对手）的特征、战略空间及支付函数有准确的知识；否则，就是不完全信息。

将上述两个角度的划分结合起来，我们就得到四种不同类型的博弈，这就是：完全信息静态博弈，完全信息动态博弈，不完全信息静态博弈，不完全信息动态博弈。与上述四类博弈相对应的是四个均衡概念，即：纳什均衡（Nash equilibrium）（纳什，1950，1951），子博弈精炼纳什均衡（subgame perfect Nash equilibrium）（泽尔腾，1965），贝叶斯纳什均衡（Bayesian Nash equilibrium）（海萨尼，1967—1968），及精炼贝叶斯纳什均衡（perfect Bayesian Nash equilibrium）。表 0.1 概括了上面所讲的四种博弈及对应的四个均衡概念，也大致反映了三位诺贝尔经济学奖得主在非合作博弈论中的地位。

表 0.1　博弈的分类及对应的均衡概念

行动顺序 / 信息	静态	动态
完全信息	完全信息静态博弈； 纳什均衡； 纳什（1950，1951）	完全信息动态博弈； 子博弈精炼纳什均衡； 泽尔腾（1965）
不完全信息	不完全信息静态博弈； 贝叶斯纳什均衡； 海萨尼（1967—1968）	不完全信息动态博弈： 精炼贝叶斯纳什均衡； 泽尔腾（1975）， Kreps 和 Wilson（1982）， Fudenberg 和 Tirole（1991）

下面用一些例子来概述非合作博弈的主要内容及三位诺

贝尔奖得主的主要贡献。这些例子在以后章节中还会出现。

0.2—1 完全信息静态博弈:纳什均衡

纳什对博弈论的贡献有两个方面,一是合作博弈理论中的讨价还价模型,称为纳什讨价还价解(Nash bargaining solution);二是非合作博弈论方面,这是他的主要贡献所在。

纳什对非合作博弈的主要贡献是他在1950年和1951年的两篇论文中在非常一般的意义上定义了非合作博弈及其均衡解,并证明了均衡解的存在。这样,他便奠定了非合作博弈论的基础。纳什所定义的均衡称为"纳什均衡",它如同瓦尔拉斯均衡一样,已成为经济学中的专家术语。

具体讲,纳什均衡是什么意思呢?假设有 n 个人参与博弈,给定其他人战略的条件下,每个人选择自己的最优战略(个人最优战略可能依赖于也可能不依赖于其他人的战略),所有参与人选择的战略一起构成一个战略组合(strategy profile)。纳什均衡指的是这样一种战略组合,这种战略组合由所有参与人的最优战略组成,也就是说,给定别人战略的情况下,没有任何单个参与人有积极性选择其他战略,从而没有任何人有积极性打破这种均衡。用句不太褒义的话来说,纳什均衡是一种"僵局":给定别人不动的情况下,没有人有兴趣动。

纳什均衡可以从另一个角度来理解。假设博弈中的所有参与人事先达成一项协议,规定出每个人的行为规则。那么,我们要问的一个问题是,在没有外在的强制力约束时,当事人是否会自觉地遵守这个协议?或者说,这个协议是否可以自动实施(self enforcing)?说当事人会自觉遵守这个协议,等于说

这个协议构成一个纳什均衡：给定别人遵守协议的情况下，没有人有积极性偏离协议规定的自己的行为规则。换句话说，如果一个协议不构成纳什均衡，它就不可能自动实施，因为至少有一个参与人会违背这个协议，不满足纳什均衡要求的协议是没有意义的。这就是纳什均衡的哲学思想。

下面举几个例子来说明纳什均衡，这些例子都是博弈论里很著名的例子。

例一，囚徒困境（prisoners'dilemma，见表 0.2）。

表 0.2 囚徒困境

		囚徒 B 坦白	囚徒 B 抵赖
囚徒 A	坦白	−8，−8	0，−10
	抵赖	−10，0	−1，−1

这个例子的创造本身就部分地奠定了非合作博弈论的理论基础，并且它可以作为实际生活中许多现象的一个抽象概括。几乎没有一本涉及博弈论的书不举到这个例子。囚徒困境讲的是两个嫌疑犯作案后被警察抓住，分别被关在不同的屋子里审讯。警察告诉他们：如果两人都坦白，各判刑 8 年；如果两个都抵赖，各判 1 年（或许因证据不足）；如果其中一人坦白另一人抵赖，坦白的放出去，不坦白的判刑 10 年（这有点"坦白从宽、抗拒从严"的味道）。表 0.2 给出囚徒困境的战略式表述。这里，每个囚徒都有两种战略：坦白或抵赖。表中每一格的两个数字代表对应战略组合下两个囚徒的支付（效用），其中第一个数字是第一个囚徒的支付，第二个数字为第二个囚徒的支付。战略形式又称标准形式，是博弈的两种表述

形式之一，它特别方便于静态博弈分析。博弈的另一种表达形式是扩展形式，我们后面会谈到。

在这个例子里，纳什均衡就是(坦白，坦白)：给定B坦白的情况下，A的最优战略是坦白；同样，给定A坦白的情况下，B的最优战略也是坦白。事实上，这里，(坦白，坦白)不仅是纳什均衡，而且是一个占优战略(dominant strategy)均衡，就是说，不论对方如何选择，个人的最优选择是坦白。比如说，如果B不坦白，A坦白的话被放出来，不坦白的话判一年，所以坦白比不坦白好；如果B坦白，A坦白的话判8年，不坦白的话判10年，所以，坦白还是比不坦白好。这样，坦白就是A的占优战略；同样，坦白也是B的占优战略。结果是，每个人都选择坦白，各判刑8年。

囚徒困境反映了一个很深刻的问题，这就是个人理性与集体理性的矛盾。如果两个人都抵赖，各判刑1年，显然比都坦白各判刑8年好。但这个帕累托改进办不到，因为它不满足个人理性要求，(抵赖，抵赖)不是纳什均衡。换个角度看，即使两囚徒在被警察抓住之前建立一个攻守同盟(死不坦白)，这个攻守同盟也没有用，因为它不构成纳什均衡，没有人有积极性遵守协定。

囚徒困境在经济学上有着广泛的应用，这里举几个例子。一是，两个寡头企业选择产量的博弈。如果两企业联合起来形成卡特尔，选择垄断利润最大化的产量，每个企业都可以得到更多的利润。但卡特尔协定不是一个纳什均衡，因为给定对方遵守协议的情况下，每个企业都想增加生产，结果是，每个企业都只得到纳什均衡产量的利润，它严格小于卡特尔产量下的利润。这个例子也说明，在有些情况下，个人理性与集体理

性的冲突对整个社会来说也许是一件好事，尽管它对该集体的成员而言是一件坏事。前述囚徒的行为也如此。当然，这里的前提条件是集体成员的数量严格小于全体社会成员的数量。

公共产品的供给也是一个囚徒困境问题。如果大家都出钱兴办公用事业，所有人的福利都会增加。问题是，如果我出钱你不出钱，我得不偿失，而如果你出钱我不出钱，我就可以占你的便宜。所以，每个人的最优选择都是"不出钱"，这种纳什均衡使得所有人的福利都得不到提高。

还有军备竞赛。冷战期间，苏美两国都竞争增加各自的军费预算，如果不搞军备竞赛，各自把资源用于民品生产，不是很好吗？问题是，如果我把资源用于民品生产，你增加军费支出，我不是就受到威胁吗？这样对我不好。纳什均衡是两国都大量增加军费预算，两国的社会福利都变得更糟。

经济改革本身也可能是这样。在许多改革中，改革者要付出成本（包括风险），而改革的成果大家共享，结果是，尽管人人都认为改革好，却没有人真正去改革，大家只好在都不满意的体制下继续生活下去。

从囚徒困境中，我们可以引出一个很重要的结论：一种制度（体制）安排，要发生效力，必须是一种纳什均衡。否则，这种制度安排便不能成立。

例二，智猪博弈（boxed pigs）。

这个例子讲的是，猪圈里圈两头猪，一头大猪，一头小猪。猪圈的一头有一个猪食槽，另一头安装一个按钮，控制着猪食的供应。按一下按钮会有 10 个单位的猪食进槽，但谁按按钮谁就需要付 2 个单位的成本。若大猪先到，大猪吃到 9 个单

位，小猪只能吃 1 个单位；若同时到，大猪吃 7 个单位，小猪吃 3 个单位；若小猪先到，大猪吃 6 个单位，小猪吃 4 个单位。表 0.3 列出对应不同战略组合的支付水平，如第一格表示两猪同时按按钮，因而同时走到猪食槽，大猪吃 7 个，小猪吃 3 个，扣除 2 个单位的成本，支付水平分别为 5 和 1。其他情形可以类推。

表 0.3　智猪博弈

		小猪	
		按	等待
大猪	按	5，1	4，4
	等待	9，－1	0，0

在这个例子中，什么是纳什均衡？首先我们注意到，不论大猪选择“按”还是“等待”，小猪的最优选择均是“等待”。比如说，给定大猪按，小猪也按时得到 1 个单位，等待则得到 4 个单位；给定大猪等待，小猪按得到－1 单位，等待则得 0 单位。所以，“等待”是小猪的占优战略。给定小猪总是选择“等待”，大猪的最优选择只能是“按”。所以，纳什均衡就是：大猪按，小猪等待，各得 4 个单位。多劳者不多得。

这个纳什均衡也有许多应用的例子。比如说，股份公司中，股东承担着监督经理的职能，但股东中有大股东和小股东之分，他们从监督中得到的收益并不一样。监督经理需要搜集信息，花费时间。在监督成本相同的情况下，大股东从监督中得到的好处显然多于小股东。这里，大股东类似“大猪”，小股东类似“小猪”。纳什均衡是，大股东担当起搜集信息、监督经理的责任，小股东则搭大股东的便车。

股票市场上炒股票也是如此。股市上有大户，也有小户，大户类似“大猪”，小户类似“小猪”。这时候，对小户而言，“跟大户”是最优选择，而大户则必须自己搜集信息，进行分析。

还有市场中大企业与小企业之间的关系。进行研究开发，为新产品做广告，对大企业是值得的，对小企业则得不偿失。所以，一种可能的情况是，小企业把精力花在模仿上，或等待大企业用广告打开市场后出售廉价产品。

类似的情况在公共产品的提供上也可能出现。比如说，村里住两户人家，一户富，一户穷，有一条路年久失修。这时候，富户一般会承担起修路的责任，穷户则很少这样干，因为富户家常常是高朋满座，坐车坐轿的都来，而穷户家只是自己穿着破鞋走路，路修好了他走起来舒服，路修不好他也无所谓。

改革中也有类似的情况。同样的改革带给一部分人的好处可能比另一部分人大得多。这时候，前一部分人比后一部分人更有积极性改革，改革往往就是由这些“大猪”推动的。如改革能创造出更多的“大猪”来，改革的速度就会加快。

例三，性别战(battle of the sexes)。

这个例子讲的是一男一女谈恋爱，有些业余活动要安排，或者去看足球比赛，或者看芭蕾舞演出。男的偏好足球，女的则更喜欢芭蕾，但他们都宁愿在一起、不愿分开。表 0.4 给出支付矩阵。

表 0.4　性别战

		女	
		足球	芭蕾
男	足球	2,1	0,0
	芭蕾	0,0	1,2

这个博弈中，有两个纳什均衡：（足球，足球），（芭蕾，芭蕾）。就是说，给定一方去足球场，另一方也会去足球场；类似地，给定一方去看芭蕾，另一方也会去看芭蕾。那么，究竟哪一个纳什均衡会实际发生？我们不知道。实际生活中，也许是这一次看足球，下次看芭蕾，如此循环，形成一种默契。这里还有一个先动优势(first-mover advantage)，比如说，若男的买票，两人就会出现在足球场，若女的买票，两人就会在芭蕾舞厅。

例四，斗鸡博弈(chicken game)。

设想两个人举着火棍从独木桥的两端走向中央进行火拚，每个人都有两种战略：继续前进，或退下阵来。若两人都继续前进，则两败俱伤；若一方前进另一方退下来，前进者取得胜利，退下来的丢了面子；若两人都退下来，两人都丢面子。支付矩阵如表 0.5 所示。

表 0.5 斗鸡博弈

		B 进	B 退
A	进	−3，−3	2，0
A	退	0.2	0，0

这个博弈里也有两个纳什均衡：如果一方进，另一方的最优战略就是退。两人都进或都退都不是纳什均衡。

这个例子也有许多应用。有些公共产品的供给就属于此类问题。若村子里住的是两户富人，有一条路要修，一种可能的情况是，一家修路，另一家就不修；一家不修，另一家就得修（总结一下，公共产品的供给可能是囚徒博弈，也可能是智猪博弈，还有可能是斗鸡博弈，依具体产品而定）。

冷战期间，苏美两个军事集团在世界各地抢占地盘，也是一种斗鸡博弈。一般来说，如果一方已经抢占了一块地盘，另一方就设法占领另一块地盘，而不是与对手竞争同一块地盘。

还有警察与游行队伍的例子。游行队伍与警察越来越近，这时候，定要有一方退下来。如果警察不让步，游行队伍便会向后退；反过来，如果游行队伍来势很猛，警察就得撤退。

夫妻间矛盾也是个斗鸡问题。一般来说，吵得厉害了，不是妻子回娘家躲一躲，就是丈夫到院子里抽支烟。

当然，斗鸡博弈的一个重要问题是，究竟哪一方退下来，因为退下来虽比两败俱伤好，总归是一件丢面子的事情。若每一方都寄希望于对方退下阵来，两败俱伤的结局也可能出现。另外，在混合战略纳什均衡情况下，两败俱伤的事也会出现。

例五，市场进入阻挠(entry deterrance)。

这是产业组织经济学中的一个例子。设想有一个垄断企业已在市场上(称为“在位者”)，另一个企业虎视眈眈想进入(称为“进入者”)。在位者想保持自己的垄断地位，所以就要阻挠进入者进入。在这个博弈中，进入者有两种战略可以选择：进入还是不进入；在位者也有两种战略：默许还是斗争。假定进入之前垄断利润为 300，进入之后寡头利润合为 100(各得 50)，进入成本为 10。各种战略组合下的支付矩阵如表 0.6 所示。

表 0.6 市场进入阻挠

		在位者	
		默许	斗争
进入者	进入	40,50	−10,0
	不进入	0,300	0,300

这个博弈也有两个纳什均衡，即（进入，默许），（不进入，斗争）。为什么（进入，默许）是纳什均衡？因为给定进入者进入，在位者选择默许时得50单位利润，选择斗争时得不到利润，所以，最优战略是默许。类似地，给定在位者选择默许，进入者的最优战略就是进入。尽管在进入者选择不进入时，默许和斗争对在位者是一个意思，只有当在位者选择斗争时，不进入才是进入者的最优选择，所以，（不进入，斗争）是一个纳什均衡，而（不进入，默许）不是一个纳什均衡。下面我们还会回到这个例子来。

0.2—2　完全信息动态博弈：子博弈精炼纳什均衡

前面我们介绍了纳什均衡的概念。但纳什均衡有三个问题。第一，如前述例三、例四和例五所示，一个博弈可能有不止一个纳什均衡，事实上，有些博弈可能有无数个纳什均衡，究竟哪个纳什均衡实际上会发生？不知道。第二，在纳什均衡中，参与人在选择自己的战略时，把其他参与人的战略当作给定的，不考虑自己的选择如何影响对手的战略。这个假设在研究静态博弈时是成立的，因为静态博弈下，所有参与人同时行动，无暇反应。但对动态博弈而言，这个假设就有问题了。当一个人行动在先，另一个人行动在后时，后者自然会根据前者的选择而调整自己的选择，前者自然会理性地预期到这一点，所以不可能不考虑自己的选择对其对手的选择的影响。第三，与第二个问题相联系，由于不考虑自己选择对别人选择的影响，纳什均衡允许了不可置信威胁的存在。如前述例五的市场进入阻挠中，如若进入者真的进入，在位者的最优行动显然是默许而不是斗争，因为默许带来50的利润，斗争则使利润化

为乌有。所以，斗争是一种不可置信的威胁，就是说，如果在位企业摆出一副“你进入我就斗争”架势，进入企业不应该被这种威胁所吓倒，因为它是不可置信的。但是，纳什均衡概念承认了这种不可置信的威胁，所以（不进入，斗争）便成为一个纳什均衡。

这就引出了泽尔腾的贡献。泽尔腾(1965)通过对动态博弈的分析完善了纳什均衡的概念，定义了“子博弈精炼纳什均衡”。这个概念的中心意义是将纳什均衡中包含的不可置信的威胁战略剔除出去，就是说，使均衡战略不再包含不可置信的威胁。它要求参与人的决策在任何时点上都是最优的，决策者要“随机应变”，“向前看”，而不是固守旧略。由于剔除了不可置信的威胁战略，在许多情况下，精炼纳什均衡也缩小了纳什均衡的个数。这一点对预测是非常有意义的。

这里，有必要介绍一下博弈的另外一种表述形式，即扩展型(extensive form)。博弈的标准型表述有三个要素：参与人，每个参与人可选择的战略，及支付函数。两人有限战略博弈的标准型可以用一个矩阵表表示。对比之下，扩展型表述包含五个要素：(1)参与人，(2)每个参与人选择行动的时点，(3)每个参与人在每次行动时可供选择的行动集合，(4)每个参与人在每次行动时有关对手过去行动选择的信息，(5)支付函数。

博弈树(game trees)是扩展型的一种形象化表述。图 0.1 是前面讲过的“市场进入阻挠”博弈(例五)的博弈树。这里，进入者先选择行动(进入或不进)，在位者然后选择默许还是斗争，最后的数字是支付水平。如进入者选择“进入”，在位者选择默许，支付水平分别为 40 和 50。

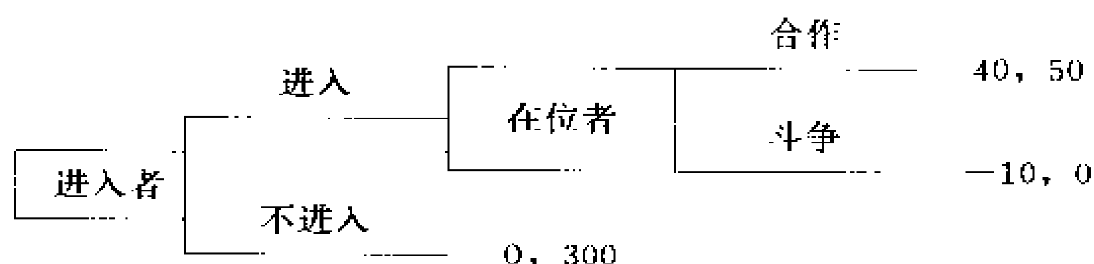


图 0.1　市场进入阻挠博弈树

博弈树用于表述动态博弈是非常方便的，它一目了然地显示出参与人行动的先后次序，每位参与人可选择的行动，及不同行动组合下的支付水平。在动态博弈中，如果所有以前的行动是“共同知识”，就是说，每个人都知道过去发生了些什么（什么人在什么时候选择了什么行动），每个人都知道每个人知道……那么给定历史，从每一个行动选择开始至博弈结束又构成一个博弈，称为“子博弈”。如图 0.1 中，在进入者选择进入之后，在位者选择行动开始就是一个子博弈。在博弈论的著作中，一般把整个博弈也称为一个子博弈。

子博弈的概念可以用生活中的一个例子来说明（尽管有欠准确）。如果我们把家庭生活作为一个博弈，这个博弈始于男女双方谈恋爱，结婚后是一个子博弈，生孩子后又是一个子博弈，如此等等。事实上，由于生活每天都在进行，每天都是一个子博弈的开始。

有了子博弈的概念，我们就可以更准确地定义一下泽尔腾的“子博弈精炼纳什均衡”概念了。一个纳什均衡称为精炼纳什均衡，当只当参与人的战略在每一个子博弈中都构成纳什均衡，就是说，组成精炼纳什均衡的战略必须在每一个子博

弈中都是最优的。在市场进入博弈中，在给定进入者已经进入的情况下，在位者的"斗争"战略已不再是最优的。所以，（进入，斗争）不是一个精炼纳什均衡。剔除了这个均衡，（进入，默许）是唯一的子博弈精炼纳什均衡。应该强调的是，一个精炼均衡首先必须是一个纳什均衡，但纳什均衡不一定是精炼均衡。只有那些不包含不可置信威胁的纳什均衡才是精炼纳什均衡。

现在举一个生活中的例子来进一步解释一下精炼纳什均衡的概念。设想一个农村姑娘爱上一个小伙子，她父亲坚决不同意，威胁说，如果女儿不与小伙子断绝恋爱关系，他就与女儿断绝父女关系。如果女儿相信父亲的话，她大概会中断与恋人的关系，因为恋人是可以重新选择的，而父亲则无法重新选择。问题是，假使女儿真的与恋人结婚了，父亲难道真的会走断绝父女关系这一步吗？一般来说是不会的，因为断绝父女关系对父亲的损害会更大。这就是说，父亲的威胁是不可置信的。聪明的女儿当然明白这一点，她知道，一旦生米煮成熟饭，父亲只好吃下去。结果是女儿会勇敢地恋爱下去直到结婚，父亲最终承认那个他当初并不喜欢的女婿。这大概是这个博弈中唯一的精炼纳什均衡。这个例子与市场进入博弈的例子很相似。

不可置信的威胁引出信息经济学中一个很重要的概念，即"承诺行动"（committment）。承诺行动是当事人使自己的威胁战略变得可置信的行动。一种威胁在什么时候才是可置信的？答案是，只有当事人在不施行这种威胁时，就会遭受更大的损失的时候。所以说，承诺行动意味着当事人要为自己的"失信"付出成本，尽管这种成本并不一定真的发生。但承诺行

动会给当事人带来很大的好处，因为它会改变均衡结果。举例来说，在市场进入博弈中，如果在位者通过某种承诺行动使自己的“斗争”威胁变得可置信，进入者就不敢进入，在位者就可以获得300的垄断利润，而不是50的寡头利润。承诺行动可能有多种形式。一种简单的办法是，在位者与某个第三者打个赌：如果进入者进入后他不斗争，他就付给后者100。这时，斗争就变成了一种可置信的威胁。因为，如果进入后不斗争而是选择默许，在位者得到50的寡头利润，去掉100的赌注，净得－50；而若选择“斗争”，净得为0，所以斗争比合作好。注意，有了这个赌，进入者就不敢进入了，在位者实际上无需支付100的赌注，却得到300垄断利润（在这个例子中，承诺行动的实际成本为零，但一般来说，承诺行动的成本不为零。而且，承诺行动的成本越高，威胁就越值得置信）。

承诺行动在军事博弈中有广泛应用。如两军对阵抢占一个小岛，红军可从岛北通过一座桥抢占该岛，白军可以从岛南抢占该岛。假使红军抢先一步占领了小岛，白军要不要进攻呢？红军若一上岛就派工兵将桥炸掉，自绝后路，表示出决一死战的劲头，白军大概就不会再去争夺了。这里，炸掉小桥是红军的一种承诺行动，它使得红军决一死战的威胁变得可置信了。

成语“破釜沉舟”讲的就是这个意思。项羽与秦兵交战，领兵过河后就砸锅沉船，这就是一种承诺行动。另一个例子是《三国演义》中曹操与袁绍仓亭之战。曹操召集将领来献破袁之策，程昱献了十面埋伏之计。他让曹操退军河上，诱袁军前来追击，到那时“我军无退路，必将死战，可胜绍矣”。曹操采纳此计，令许褚诱袁军至河上，曹军无退路，操大呼曰：“前无去

路，诸军何不死战！”众军回头奋力反击，袁军大败（严格地讲，袁绍的追击是非理性的。如果他预期到曹军将无退路，他就不应该追击）。

最后我想谈的一点是，精炼纳什均衡与宏观经济学中讲的理性预期均衡和政策动态一致性很类似。政策的动态一致性（time consistency）指的是一种政策不仅在制定时应是最优的，而且在制定之后的执行当中也应该是最优的（假定没有新的信息出现），否则就是动态不一致的。比如说，在理性预期假设下，只有未预料到的通货膨胀才会对产出发生影响。如果政府有兴趣用通货膨胀的办法解决失业问题，政府的零通货膨胀政策就不是动态一致的，因为给定公众相信零通货膨胀的情况下，政府就有积极性在事后制造通货膨胀。这说明，零通货膨胀的许诺是不可置信的。具有理性预期的公众当然不会被政府所愚弄，最后的结果是一个被预料到的正的通货膨胀，而失业率则会保持在其“自然水平”。这是一个精炼纳什均衡。当然，政府也许会从自身长远利益的考虑树立一个不制造通货膨胀的形象。这里，重要的是政府必须言而有信。

0.2-3 不完全信息静态博弈：贝叶斯纳什均衡

我们前面讲的博弈都包含一个基本假设，即所有参与人都知道博弈的结构、博弈的规则，知道博弈的支付函数（payoffs）。回到前面“市场进入”博弈的例子，也就是进入者知道在位者的偏好、战略空间及各种战略组合下的利润水平，反之亦然。满足这个假设的博弈称为完全信息博弈（games of complete information）。当然，这个假设在许多情况下是不成立的。比如说，进入者实际上并不完全了解在位者的生产函

数、成本函数及偏好。这就是不完全信息博弈(games of incomplete information)。设想在位者成本函数有两种可能的情况,对应于这两种情况的支付矩阵分别如表 0.7、表 0.8 所示。

表 0.7　市场进入:高成本情况

		在位者	
		默许	斗争
进入者	进入	40,50	-10,0
	不进入	0,300	0,300

表 0.8　市场进入:低成本情况

		在位者	
		默许	斗争
进入者	进入	30,100	—10,140
	不进入	0,400	0.400

显然,在给定进入者选择进入的情况下,高成本在位者的最优战略是默许,而低成本在位者的最优战略是斗争。低成本情况下斗争之所以比默许优,可能是由于在位者的生产成本是如此之低,从而他在非常低的价格下获得的垄断利润(此时进入者已无利可图)也高于相对高的价格下分享到的寡头利润(另一种可能的解释是,在位者有一种好斗的天性,他更乐于与进入者斗争而不是合作)。

在 1967 年之前,遇到上述情况,博弈论是无能为力的。因为,当你还不知道你的对手为何物时,你如何选择自己的战略呢? 海萨尼的贡献(1967—1968)就是使得上述情况变得可以分析。他的办法是引入一个虚拟的参与人——"自然"(上

帝?)。“自然”不同于一般参与人之处在于它在所有后果之间是无差异的。自然首先行动——选择参与人的“类型”。被选择的参与人知道自己的真实类型,而其他参与人并不清楚这个被选择的参与人的真实类型,仅知道各种可能类型的概率分布。另外,被选择的参与人也知道其他参与人心目中的这个分布函数——就是说,分布函数是一种“共同知识”(common knowledge)。在“市场进入”这个例子中,自然首先选择在位者的类型——高成本还是低成本;在位者本人知道自己究竟是高成本还是低成本,而进入者仅知道在位者或者是高成本,或者是低成本,并且,知道高成本和低成本的可能性各为多少。

海萨尼的上述工作被称为“海萨尼转换”(the Harsanyi transformation)。通过这个转换,海萨尼把“不完全信息博弈”转换成“完全但不完美信息博弈”(complete but imperfect information)。这里,“不完美信息”指的是,自然作出了它的选择,但其他参与人并不知道它的具体选择是什么,仅知道各种选择的概率分布。这样,不完全信息博弈就变得可以分析了。在这个基础上,海萨尼定义了“贝叶斯纳什均衡”。贝叶斯(Bayes)是一位概率统计学家。贝叶斯均衡是纳什均衡在不完全信息博弈中的自然扩展。我们可以对此作如下解释:在静态不完全信息博弈中,参与人同时行动,没有机会观察到别人的选择。给定别人的战略选择,每个参与人的最优战略依赖于自己的类型。由于每个参与人仅知道其他参与人的类型的概率分布而不知道其真实类型,他不可能准确地知道其他参与人实际上会选择什么战略;但是,他能正确地预测到其他参与人的选择是如何依赖于其各自的类型的。这样,他决策的目标就

是在给定自己的类型和别人的类型依从战略的情况下，最大化自己的期望效用。贝叶斯纳什均衡是这样一种类型依从战略组合：给定自己的类型和别人类型的概率分布的情况下，每个参与人的期望效用达到了最大化，也就是说，没有人有积极性选择其他战略。

现在我们再回到"市场进入"这个例子。在这个例子中，进入者只有一种类型，在位者有两种类型（高成本或低成本）。也就是说，进入者具有不完全信息，而在位者具有完全信息。给定进入者选择进入的情况下，在位者选择默许还是斗争依赖于他的类型；如果是高成本，就默许；低成本，就斗争。进入者不知道在位者的真实类型，但是，比如说，他知道高成本的可能性为 x，低成本的可能性为 $(1-x)$。那么，进入者选择进入得到的期望利润为 $40x+(-10)(1-x)$，选择不进入的期望利润为零。一个简单的计算表明，当 $x>0.20$ 时，进入得到的期望利润才大于不进入时的期望利润；从而，进入才是最优的。假定 x 大于 0.20，那么，贝叶斯（纳什）均衡是：进入者选择进入，高成本在位者选择默许，低成本在位者选择斗争。

再举个生活中的例子。设想有人向你求爱，你的选择是接受还是拒绝，依赖于你对求爱者品德的判断。假定如果你准确地知道求爱者品德良好，你会选择接受，反之，不接受。问题是，你可能并不准确地知道求爱者的品德。这时，你的决策显然取决于你在多大程度上相信他是一个品德优良（或品德恶劣）的人。表 0.9 和表 0.10 分别列出两种情况下的支付矩阵。这里，我们假定不论求爱者品德如何，只要他求爱你接受，他就得到 100；但是，你的支付依赖于求爱者的类型：接受一个品德优良者的求爱使你得到 100，而接受一个品德恶劣者的

求爱使你损失 100。求爱者(不论何类型)在你拒绝时损失 50,这是因为丢面子的缘故。

表 0.9 求爱博弈:品德优良者求爱

		你:接受	你:不接受
求爱者	求爱	100,100	−50,0
	不求爱	0,0	0,0

表 0.10 求爱博弈:品德恶劣者求爱

		你:接受	你:不接受
求爱者	求爱	100,−100	−50,0
	不求爱	0,0	0,0

现在假设你认为求爱者品德优良的概率为 x。求爱者也知道这个 x 为多少,那么他求爱你接受时你的期望效用为 $100x+(-100)(1-x)$,你不接受时你的期望效用为零。当 $x>1/2$ 时,你接受才是最优选择。如果 x 确实大于 1/2,贝叶斯(纳什)均衡是:求爱者求爱,你接受;反之,如果 $x<1/2$,贝叶斯(纳什)均衡是:求爱者不求爱,你不接受。为什么当 $x<1/2$ 时,求爱者选择不求爱呢?因为他知道他求爱会被你拒绝,这种损脸面的事是不值得干的。

贝叶斯纳什均衡的一个重要应用领域是招标或拍卖方面。设想政府有一项建设工程要出包,选择要价最低的承包者。假设招标的办法是一级密封投标,让每个投标者将自己的标价写下装入信封,一同交给政府,信封打开后,政府选择标价最低者为中标者。这时,不同投标者之间进行的就是一场博

弈。假定每个投标者不知道其他投标者的真实生产成本而仅知其概率分布，那么，他在选择自己的报价时就面临着一种交替：报价越低，中标的可能性就越大；但另一方面，给定中标的情况，报价越低，利润就越小。博弈分析证明，每个投标人的标价依赖于他的类型（这里为生产成本），但一般来说，贝叶斯均衡标价高于生产成本。二者之间的差异随总投标人数的增加而减少。这就是说，让更多的企业参加投标，对政府是一件有利的事情。这是中国在出卖或出租国有企业、国有土地时要考虑的事情（这时，出价最高者得胜）。

0.2－4　不完全信息动态博弈：精炼贝叶斯均衡

前面我们谈了不完全信息静态博弈，接下来我们谈谈不完全信息动态博弈。在动态博弈中，行动有先后次序，后行动者可以通过观察先行动者的行动获得有关后者偏好、战略空间等方面的信息，修正自己的判断，如我们日常生活中通过观察某人的行为表现来了解其品德一样。自然，先行动者知道自己的行为有传递自己特征信息的作用，就会有意识地选择某种行动来揭示或掩盖自己的真实面目（如好人想让别人知道自己是好人，坏人则设法隐瞒自己是坏人）。当然在均衡状态下，理性人是不会被愚弄的。

对应于不完全信息动态博弈的均衡概念是“精炼贝叶斯均衡”(perfect Bayesian equilibrium)。这个概念是完全信息动态博弈的精炼纳什均衡和不完全信息静态博弈的贝叶斯均衡的结合，对此作出贡献的主要有泽尔腾(1975)，克瑞普斯和威尔逊(1982)及弗得伯格和泰勒尔(Fudenberg and Tirole，1991)等。泽尔腾定义了“颤抖手均衡”(trembling hand equi

librium），克瑞普斯和威尔逊定义了“序贯均衡”（sequential-equilibrium），弗得伯格和泰勒尔给出了“精炼贝叶斯均衡”的正式定义。理论上讲，序贯均衡是比精炼贝叶斯均衡更强的概念，而颤抖手均衡又比序贯均衡更为强，但在许多情况下，三个概念是一致的。

精炼贝叶斯均衡的要点在于当事人要根据所观察到的他人的行为来修正自己有关后者类型的“信念”（主观概率），并由此选择自己的行动。这里，修正过程使用的是贝叶斯规则。这一点意味着，每个参与人都假定其他参与人选择的是均衡战略。具体来讲，精炼贝叶斯均衡是所有参与人战略和信念的一种结合，它满足如下条件：(1)给定每个人有关其他人类型的信念的情况下，他的战略选择是最优的；(2)每个人有关他人类型的信念都是使用贝叶斯法则从所观察到的行为中获得的。用数学的语言来说，精炼贝叶斯均衡是个“不动点”。应该强调的是，与其他均衡概念不同，精炼贝叶斯均衡不能仅定义在战略组合上，它必须同时说明参与人的信念，因为最优战略是相对于信念而言的。

这里有必要解释一下贝叶斯规则。贝叶斯规则是概率统计学中应用所观察到的现象修正先验概率的一种标准方法。根据这一规则，比如说，给定张三干了X这件事的条件下张三属于类型A的概率（后验概率），等于（你认为）张三属于类型A的先验概率乘以A类型人干X这件事的概率，再除以张三可能干这件事的“边际”概率。更为具体地讲，设想张三是你办公室新来的一位同事，你对他的人品不了解——简单地说，你认为他是好人和坏人的可能性相等。你知道好人是不干坏事的，只有坏人才干坏事。如果有一天你发现张三干了一件

坏事，你就会修正对他的看法，说他肯定是一个坏人，这里你事实上使用了贝叶斯规则把你认为张三是坏人的概率由0.5修正为1。当然，如果张三干了一件好事，你也许会或也许不会修正对他的看法，依赖于这件好事好到什么程度，因为坏人为了假装好人也会干些一般性的好事。

下面我们举几个例子来说明不完全信息动态博弈的精炼贝叶斯均衡。第一个例子回到张三与你。设想张三有一种恃强欺弱的天性，喜欢与弱者斗，但害怕与强者相遇。张三在第一次遇到你后是否应该欺负你？答案依赖于他对你是强者还是弱者的判断。假设他最初判断你是弱者的概率为0.2，是强者的概率为0.8，那么，他大概不会欺负你。现在假定你在进行某种可以被张三观察到的行动，比如说，吃早餐。早餐的内容也许包含着有关你强弱的某些信息，张三可以通过分析你的早餐内容修正他对你的判断。假设强者喜欢吃辣椒，弱者不喜欢吃辣椒。如果张三发现你不吃辣椒，自然会认为你是弱者，可欺。你知道自己不吃辣椒的后果，即使本性懦弱，也许会强迫自己吃几根辣椒，以示自己并不是弱者。张三当然不会被你的这种鬼把戏迷惑。他会仔细地观察你究竟能吃多少辣椒。除非你吃的辣椒的数量足够多，否则，张三不会认为你是一个强者。因为强悍的你也不愿意与张三相斗，张三知道，如果你真是一个强者，你或许会吃比通常情况下更多的辣椒以示自己确实是强者，这个数量是如此之多以致如果是个弱者的话，你是受不了的。一个可能的精炼贝叶斯均衡是，懦弱的你不吃辣椒（吃少无用吃多难受），强悍的你吃辣椒（比通常情况多），张三根据你是否吃辣椒来推断你是强者还是弱者，然后选择是否欺负你。另一个可能的均衡是，懦弱的你和强悍的你都吃

同样数量的辣椒，张三从吃辣椒这件事推不出任何新的信息，他仍然认为你是强者的概率为 0.8，弱者的概率为 0.2，所以仍然不敢欺负你。用博弈论的术语讲，前一个均衡叫“分离均衡”，后一个均衡叫“混同均衡”。

成语故事“黔驴之技”实际上也是一个动态不完全信息博弈。毛驴刚到贵州时，老虎见它是个庞然大物，不知有多大本领，感到很神奇。给定这个“信念”，老虎躲在树林偷偷地瞧毛驴就是一种最优选择。过了一阵子，老虎走出树林，逐渐接近毛驴，就是想获得有关这个庞然大物的真实本领的信息。有一天，毛驴忽然大叫一声，老虎吓了一跳，急忙逃走，这也是最优选择，因为毛驴的叫声是老虎预料之外的。又过了一些天，老虎又来观看，发现毛驴并没有什么特别的本领，对毛驴的叫声也习以为常了，但老虎仍不敢下手，因为他对毛驴的真实本领还没有完全了解。再后来，老虎对毛驴挨得更近，往毛驴身上挤碰，故意冒犯它。毛驴在忍无可忍的情况下，就用蹄子去踢老虎。这一踢向老虎传递的信息是“毛驴不过这点本事而已”，所以老虎反倒高兴了。到这时，老虎对毛驴已有了完全的了解，所以就扑过去把它吃了。这个故事里，老虎通过观察毛驴的行为逐渐修正对毛驴的看法，直到看清它的真面目，把它吃掉，这是一个精炼贝叶斯均衡。老虎的每一步行动都是给定它的信念下最优的。事实上，这个故事里，毛驴的行为也是很理性的，它知道自己技能有限，所以不到万不得已是不用那仅有的一技的，否则它早就被老虎吃掉了。

现在回到“市场进入”例子上来。在这个博弈中，在位者可能是低成本，也可能是高成本，进入者事先不知道。在静态博弈中，进入者只能根据先验判断选择进入还是不进入。现在假

设在位者先行动——比如说定价。我们用 P 来表示价格。那么，P 本身可能包含有关在位者成本函数的信息，因为不同成本函数下的最优价格是不一样的。假定存在一个价格 P^*，只有低成本企业才有利可图，而高成本企业是不敢模仿这个价格的。那么，精炼贝叶斯均衡是，低成本在位者选择 P^*，高成本企业选择一个较高的垄断价格；如果进入者观察到在位者选择了 P^*，就推断其为低成本，不进入；否则，就认为在位者是高成本，进入。这就是著名的"垄断限价模型"(Milgrom and Roberts，1982)。

精炼贝叶斯均衡的一个重要应用是"信号传递模型"。上述垄断限价模型是信号传递模型的一个特例。这类模型由斯宾塞(Spence，1974)开创，具有广泛的应用领域(但斯宾塞本人没有使用博弈论的术语)。斯宾塞(1974)分析的是劳动力市场上工人的教育水平如何传递有关能力的信息。这个模型里，企业的生产率取决于工人的能力。工人的能力可能高可能低，工人本人知道，雇主不知道；教育本身不改进工人的能力，但却可以传递有关这种能力的信息，原因是，教育要花费成本，而高能力的人的教育成本相对于低能力的人要低，因为一个笨蛋要比一个聪明人遭受更大的痛苦才能完成必修的课程，拿到文凭。这样，文凭就成为能力的象征，尽管它不一定是能力的源泉。高能力的人要把自己与低能力的分开，就要选择受更多的教育，企业看到受过教育的人就推断是高能力，支付高工资。如果这个模型是正确的话，我们也许不应该简单地因为所学内容无用就否定一种教育制度，如中国古代社会的科举制度，它或许也具有信号传递的功能。

在完全信息动态博弈中，我们强调了承诺行动在子博弈

精炼纳什均衡中的重要性。这里，要强调一下成本在精炼贝叶斯均衡中的重要性。一种行动要起到某种传递信息的功能，行动者必须为此付出足够的成本，否则，所有其他类型的参与者都会模仿。这也就是说，只有负担成本的行动才是可信的。简单地告诉对方"我是低成本企业"、"我是强者"、"我是好人"、"我是高能力的人"之所以不传递信息，就是因为这类"行动"不花成本，谁都可以效仿。低成本企业要把自己与高成本企业分开从而阻止进入者进入，就得定一个比短期垄断价格低的价格牺牲一部分短期利润；强者要把自己与弱者分开以免遭恃强欺弱者的进攻，就要吃比一般情况下多的辣椒；好人要把自己与坏人分开，就得干更多更大的好事；高能力的人要把自己与低能力的人分开，就得接受没有实际价值的教育，如此等等。

这种为传递信息支付的成本是由信息的不完全性导致的。那么，是不是说不完全信息就一定是件坏事呢？不一定。Kreps，Milgrom，Roberts 和 Wilson（1982）关于声誉的模型证明，在有限次重复囚徒困境博弈中，不完全信息可以导致合作的后果，而这在完全信息下是不可能的，理由是，当信息不完全时，当事人为了获得合作带来的长期利益，不愿过早地暴露自己的本性。说得更通俗一点，在一种长期的关系中，一个人干好事还是坏事常常不取决他在本性上是好人还是坏人，而很大程度上取决于其他人在多大程度上认为他是好人。给定其他人并不知道自己的真实面目，一个坏人也会在相当长时间内干好事，这就如同雨果小说《悲惨世界》中的主人公一样。从这个意义上讲，过早地揭穿坏人的"真面目"也许不是一件好事，因为坏人干好事本身并不一定是件坏事。当然，在博

弈的最后阶段，坏人的真实面目总是要暴露的，这就是我们常说的“路遥知马力，日久见人心”。

0.3 关于本书的说明

本书的目的是对博弈论和信息经济学的主要内容作较为全面系统的讨论和分析。除本章导论外，本书正文部分包括7章，其中1—4章是有关博弈论的，内容顺序与0.2节的概述相同，5—7章是关于信息经济学的，主要讨论了信息经济学的两类主要模型(激励理论和逆向选择)。因为信息经济学不过是博弈论的一个应用，或者说是非对称信息博弈论，两部分个别章节的内容有所重复(主要是信息传递模型和机制设计理论)，在这种情况下，即使讨论的理论相同，我也尽量用不同的例子去说明，以增加读者的兴趣和开阔读者的视野。在每章中，除了陈述基本概念和基本理论外，我试图用大量的例子说明基本理论，这些例子涉及产业组织理论、企业理论、公共选择、公共财政、法律、宏观经济学、金融银行、保险业、拍卖等学科。其中大部分例子是从英文原著里选出的，但也有不少例子是我自己创造的。我认为，这些例子不仅对读者理解理论是必要的，更重要的是，有助于培养读者用所学理论分析现实经济和社会问题的能力。

本书每章后列的参考文献分为两部分，一部分是教科书类的，另一部分是原始文献。除参考文献外，本书每章正文后还有一些练习题，做这些练习题有助于加深和巩固读者对理论的理解。

本书参考了国外出版的类似内容的数种版本的教科书和大量主要的原始文献。其中主要的教科书包括：Drew Fudenberg 和 Jean Tirole 的 *Game Theory*（《博弈论》）（MIT Press，1991）；Robert Gibbons 的 *A Primer in Game Theory*（《博弈论入门》）（Harvester Wheatsheaf Press，1992）；David Kreps 的 *A Course in Microeconomics*（《微观经济学教程》）（Harvester Wheatsheaf Press，1990）；Eric Rasmusen 的 *Games and Information*（《博弈论与信息》）（Oxford：Blackwell Publisher，1994，第 2 版）；Jean Tirole 的 *The Theory of Industrial Organization*（《产业组织理论》）（MIT Press，1988）；Andrew Mas-Colell，Michael Whinston and Jerry Green 的 *Microeconomic Theory*（《微观经济理论》）（Oxford University Press，1995）；James Friedman 的 *Game Theory with Applications to Economics*（《博弈论及其在经济学中的应用》）（Oxford University Press，1990，第 2 版）等。当然，所有这些都只能作为参考。我必须在消化吸收的基础上有所创新，才能不辜负读者的期望。我试图写出自己的风格和特色。为此，我还增加了一些英文版教科书中没有的内容（特别是一些中国读者会特别感兴趣的理论和例子）。我相信，对大部分初次接触博弈论和信息经济学的读者来说，读这本书比读英文版的著作效率更高。当然，我建议有能力和条件的读者最好在读这本书的同时（或之后），读一些经典文献。

第 1 篇

非合作博弈理论

1

完全信息静态博弈

本章包括5节，第1节讨论博弈论的一些基本概念和战略式表述，第2节引入完全信息静态博弈解的基本概念——纳什均衡，第3节用几个经济学上的例子说明纳什均衡的应用和求解方法，第4节引入混合战略纳什均衡的概念，第5节讨论纳什均衡的存在性和多重性及"聚点均衡"和"相关均衡"的概念。

1.1 博弈论的基本概念及战略式表述

1.1.1 基本概念

让我们首先考虑一个例子。设想你是一家房地产开发商（为了讨论的方便，我们称你为"开发商A"），正在考虑是否要在北京的某一地段开发一栋新的写字楼。你面临的选择是开发或者不开发。如果决定开发，你必须投入1亿资金；当然，如果决定不开发，你的资金投入为0。在做这个决定时，你关心

的当然是开发是否有利可图。

像房地产这样的市场充满了风险。风险首先来自市场需求的不确定性。需求可能大，也可能小。风险的另一来源是你的竞争对手，房地产开发商 B。让我们假定开发商 B 也面临与你同样的决策问题：是否投入 1 亿元资金开发一栋同样的写字楼。

假定，如果市场上有两栋楼出售，需求大时，每栋售价可达 1.4 亿，需求小时，售价为 7 千万；如果市场上只有一栋楼出售，需求大时售价为 1.8 亿，需求小时为 1.1 亿。这样，有以下 8 种可能的结果：

1. 需求大，你开发，他不开发；你的利润为 8 千万，他的利润为 0。

2. 需求大，你不开发，他开发；你的利润为 0，他的利润为 8 千万。

3. 需求大，你开发，他也开发；你和他的利润各为 4 千万。

4. 需求大，你不开发，他也不开发；你和他的利润都为 0。

5. 需求小，你开发，他不开发；你的利润为 1 千万，他的利润为 0。

6. 需求小，你不开发，他开发；你的利润为 0，他的利润为 1 千万。

7. 需求小，你开发，他也开发；你和他的利润各为 －3 千万。

8. 需求小，你不开发，他也不开发；你和他的利润都为 0。

在这个例子中，无论你（开发商 A）还是开发商 B，在决定是否开发时，不仅要考虑市场需求的大小，而且要考虑对方的行动。如果我们假定双方同时决策，每一方在作出自己的决定

时并不知道对方的决定，再假定市场需求对双方都是已知的，那么，如果市场需求大，双方都会开发，各得利润4千万；如果市场需求小，一方是否开发依赖于他认为对方是否开发：如果A认为B会开发，A最好不开发；反之亦然。另一方面，如果市场需求是不确定的，是否开发依赖于各自在多大程度上认为市场需求是大的及对方是否开发。比如说，如果双方都认为市场需求大的概率为0.5，那么，不论对方是否开发，每一方的最优决策是开发，因为在最坏的情况下开发可带来500万的期望利润，而不开发的利润是0。但是，如果双方都认为高需求的概率为0.3，那么，一方会选择开发当只当他认为对方开发的概率小于31/40时。[①]

更为复杂但现实的情况是当市场需求不确定而不同开发商的开发决策要在不同时间作出的时候。比如说，B的决策要在A之前作出，但B在决策之前通过市场调研对需求有了确切的了解，而A却没有。那么，B应该如何决策呢？如果B在对市场需求有完全了解的情况下作出“开发”(或“不开发”)的决定，A应该如何决策呢？显然，如果需求是大的，B会选择开发；但如果需求是小的，B是否开发依赖于他在多大程度上相信A会开发，而A是否开发依赖于A在多大程度上认为需求是大的。假定A认为高需求的概率为0.5，且B知道A的这个“先验”信仰，B将选择不开发，这是因为，如果B开发，A

---

① 这个结果是这样得到的。设A认为B开发的可能性为x，那么，A开发的期望利润为：

$$Ey=0.3(4000x+8000(1-x))+0.7(-3000x+1000(1-x))$$

A不开发的期望利润为0。解$Ey\geqslant 0$，得$x\leqslant 31/40$。

关于高需求的信仰不会向下调整，A 将选择开发，B 的利润为 3000 万。由于这个原因，均衡结果将是：如果 B 知道需求是大的，B 决定开发，A 也开发，各得 4000 万利润；如果 B 知道需求是小的，B 决定不开发，A 开发。有意思的是，在需求小的情况下，如果 B 有办法使 A 相信需求确实是小的，B 就会决定开发；给定 B 开发的情况下，A 的最优选择是不开发。

让我们将上述例子命名为"房地产开发博弈"。这个简单的例子几乎涉及到博弈论要讨论的所有重要问题。尽管我们已经非正式地给出了几种特殊情况下的答案，要准确地描述这个问题需要有关博弈论的一些基本概念。

博弈论的基本概念包括参与人、行动、信息、战略、支付（效用）、结果和均衡，其中，参与人、战略和支付是描述一个博弈所需要的最少的要素，而行动和信息是其"积木"。参与人、行动和结果统称为"博弈规则"(the rules of the game)。博弈分析的目的是使用博弈规则预测均衡。我们现在给出这些概念的准确定义。

1. **参与人**(players)：参与人指的是一个博弈中的决策主体，他的目的是通过选择行动（或战略）以最大化自己的支付（效用）水平。参与人可能是自然人，也可能是团体，如企业、国家，甚至若干个国家组成的集团（如 OPEC、欧盟、北约等）。这里，重要的是，每个参与人必须有可供选择的行动和一个很好定义的偏好函数。那些不作决策的被动主体只当作环境参数来处理。在房地产开发博弈中，有两个参与人，即"开发商 A"和"开发商 B"，他们要作出"开发"或"不开发"的决策，目的是最大化自己的利润水平，而写字楼的需求者则被当作环境变量放在"市场需求"中。当然，一个主体是否是参与人依赖于分

析的目的。

除一般意义上的参与人之外，为了分析的方便，在博弈论中，“自然”(nature)作为“**虚拟参与人**”(pseudo-player)来处理。这里，“自然”是指决定外生的随机变量的概率分布的机制。在房地产开发博弈中，对写字楼的市场需求是一个随机变量，我们可以假定，在博弈的开始，“自然”以一定的概率决定需求是大还是小。参与人决策的后果依赖于自然的选择。在不完全信息博弈中，自然选择参与人的类型。与一般参与人不同的是，自然作为虚拟的参与人没有自己的支付和目标函数(即所有结果对它都是无差异的)。

在本书中，我们一般用 $i=1,\cdots,n$ 代表参与人，N 代表“自然”。

2. **行动**(actions or moves)：行动是参与人在博弈的某个时点的决策变量。一般地，我们用 a_i 表示第 i 个参与人的一个特定行动，$A_i=\{a_i\}$ 表示可供 i 选择的所有行动的集合(action set)。参与人的行动可能是离散的，也可能是连续的。比如说，在房地产开发博弈中，每个参与人都只有两种行动可供选择，即 $A_i=\{$开发，不开发$\}$，$i=A,B$。在寡头产量竞争的库诺特(Cournot)模型中，行动是选择产量 q_i：$A_i=\{q_i:q_i\geqslant 0\}$。

在 n 人博弈中，n 个参与人的行动的有序集 $a=(a_1,\cdots,a_i,\cdots a_n)$ 称为“**行动组合**”(action profile)，其中的第 i 个元素 a_i 是第 i 个参与人的行动。在房地产开发博弈中，如果A选择不开发，B选择开发，那么，(不开发，开发)就是一个行动组合。事实上，这个例子中共有四个行动组合，其他三个分别为(开发，开发)，(开发，不开发)，(不开发，不开发)。

与行动相关的一个重要问题是**行动的顺序**(the order of

play)。在房地产开发博弈中，一个可能的顺序是：自然首先选择需求（大或小），然后开发商 A 和 B 同时选择开发还是不开发。另一种可能的顺序是自然首先选择需求，然后 A 选择开发或不开发，最后 B 选择开发或不开发。第三种可能的顺序是自然首先选择需求，然后 B 选择开发或不开发，最后 A 选择开发或不开发。如此等等。

行动顺序对于博弈的结果是非常重要的。事实上，有关静态博弈与动态博弈的区分就是基于行动的顺序作出的。我们将看到，同样的参与人，同样的行动集合，行动的顺序不同，每个参与人的最优选择就不同，博弈的结果就不同（事实上，不同的行动顺序意味着不同的博弈）。特别是在不完全信息博弈中，后行动者可以通过观察先行动者的行动来获得信息，从而使得博弈分析成为预测人的行为的一个强有力的工具。

在博弈论中，一般假定参与人的行动空间和行动顺序是所有参与人的共同知识。①

3. **信息**（information）：信息是参与人有关博弈的知识，特别是有关"自然"的选择、其他参与人的特征和行动的知识。**信息集**（information set）是博弈论中描述参与人信息特征的一个基本概念，有关这个概念的准确定义我们将在下一章给出，这里，我们可以将其理解为参与人在特定时刻有关变量的值的知识。一个参与人无法准确知道的变量的全体属于一个信息集。比如说，在房地产开发博弈中，如果 A 不知道市场需求是大还是小，而 B 知道，那么，A 的信息集为{大，小}，B 的信息集为{大}或{小}；假定 B 先行动 A 后行动，那么，如果 A

① 关于"共同知识"的定义请见下文。

在行动前能准确知道B选择了什么行动，A（有关B的行动）的信息集为{开发}或{不开发}，反之，A的信息集为{开发，不开发}。

在博弈论中，"完美信息"和"完全信息"是两个有联系但又不完全相同的概念。[1] **完美信息**（perfect information）是指一个参与人对其他参与人（包括虚拟参与人"自然"）的行动选择有准确了解的情况，即每一个信息集只包含一个值；**完全信息**（complete information）是指自然不首先行动或自然的初始行动被所有参与人准确观察到的情况，即没有事前的不确定性。显然，不完全信息意味着不完美信息（自然的选择不可观察），但逆定理不成立。比如说，在房地产开发博弈中，如果至少有一个参与人不知道市场需求的大小，信息是不完全（incomplete）的也是不完美（imperfect）的；如果两个参与人都知道市场需求是大还是小，信息是完全的，但如果A不知道B选择了什么行动，则A的信息是不完美的。

"共同知识"（common knowledge）是与信息有关的一个重要概念。共同知识指的是"所有参与人知道，所有参与人知道所有参与人知道，所有参与人知道所有参与人知道所有参与人知道……"的知识。在房地产开发博弈中，每个参与人的行动集合都是共同知识，比如说，A知道自己的行动集合，B也知道A的行动集合，B知道A知道自己的行动集合，A知道B知道A知道自己的行动集合，B知道A知道B知道A

[1] 在一般经济学里，"perefect"和"complete"是没有严格区别的，但在博弈论里，它们是两个不同的概念。我将"perfect"译为"完美"，"complete"译为"完全"，只是为了区别开这两个概念。

知道自己的行动集合，如此等等。

共同知识是博弈论中一个非常强的假定。在现实的许多博弈中，即使所有参与人"共同"享有某种知识，每个参与人也许并不知道其他参与人知道这些知识，或者并不知道其他人知道自己拥有这些知识。比如说，在房地产开发博弈中，一种可能的情况是，A 和 B 都知道市场需求，但 A 并不知道 B 知道市场需求，或者，即使 A 知道 B 知道市场需求，B 可能并不知道 A 知道 B 知道市场需求。这种情况被称为"一致信念"(concordant beliefs)。

4. **战略**(strategies)：战略是参与人在给定信息集的情况下的行动规则，它规定参与人在什么时候选择什么行动。因为信息集包含了一个参与人有关其他参与人之前行动的知识，战略告诉该参与人如何对其他参与人的行动作出反应，因而战略是参与人的"相机行动方案"(contingent action plan)。

一般地，我们用 s_i 表示第 i 个参与人的一个特定战略，$S_i=\{s_i\}$ 代表第 i 个参与人的所有可选择的战略的集合(strategy set)。如果 n 个参与人每人选择一个战略，n 维向量 $s=(s_1,\cdots,s_i,\cdots s_n)$ 称为一个战略组合(strategy profile)，其中 s_i 是第 i 个参与人选择的战略。

在前例中，如果 B 在不知市场需求的情况下先行动，A 在得知 B 的行动后再选择自己的行动，那么，B 有两个战略，即 $S_B=$(开发，不开发)；A 有四个战略，即 $S_A=$({开发，开发}，{开发，不开发}，{不开发，开发}，{不开发，不开发})，这里，战略{x，y}内的第一个元素是对应 B 选择"开发"时 A 的行动，第二个元素是对应 B 选择"不开发"时 A 的行动，比如说，{开发，开发}意味着不论 B 选择什么行动，A 选择开发；

{不开发，开发}意味着如果B开发，A不开发，如果B不开发，A开发，如此等等。$s=(\{不开发,开发\},开发)$是一个战略组合，在这个战略组合中，A的战略是“如果B开发，我不开发；如果B不开发，我开发”，B的战略是“开发”。类似地，我们可以列出其他七个战略组合。

应该强调的是，战略与行动是两个不同的概念，战略是行动的规则而不是行动本身。在前例中，“开发”和“不开发”是两种行动，而战略要说明什么时候采取什么行动。一个有助于理解二者区别的例子是，毛泽东讲的“人不犯我，我不犯人；人若犯我，我必犯人”是一种战略，这里的“犯”与“不犯”是两种行动，战略规定了什么时候选择“犯”，什么时候选择“不犯”。

当然，在静态博弈中，战略和行动是相同的，这是因为，作为参与人行动的规则，战略依赖于参与人获得的信息，在静态博弈中，所有参与人同时行动，没有任何人能获得他人行动的信息，从而，战略选择就变成简单的行动选择。在前例中，给定市场需求，如果A和B同时行动，每人只有两种战略，即(开发，不开发)。

还应该指出的是，作为一种行动规则，战略必须是完备的，就是说，它要给出参与人在每一种可想象到的情况下的行动选择，即使参与人并不预期这种情况会实际发生。在房地产开发博弈中，如果A和B都知道市场需求是大的，A在B之后行动，A的战略不仅要给出如果B选择“开发”时A应该如何选择，而且必须给出如果B选择“不开发”时A应该如何选择，即使A确信B肯定会选择“开发”。极端地讲，即使一种战略告诉参与人在某种情况下他要选择死，它也应该说明如果他还活着的话应该如何办。事实上，一种特定的情况是否真的

会发生，往往依赖于参与人的战略。比如说，“人犯我”的事之所以没有出现，恰恰可能是因为我选择了“人不犯我，我不犯人；人若犯我，我必犯人”的战略。这一点对于动态博弈的均衡是非常重要的。

5. **支付**(payoff)：在博弈论中，支付或者是指在一个特定的战略组合下参与人得到的确定效用水平，或者是指参与人得到的期望效用水平。支付是博弈参与人真正关心的东西。我们假定每一个参与人的偏好都可以由一个 v－N－M 期望效用函数来代表[1]，他的目标是选择自己的战略以最大化其期望效用函数。

令 u_i 为第 i 个参与人的支付(效用水平)，$u=(u_1,\cdots,u_i,\cdots u_n)$为 n 个参与人的支付组合(payoff profile)。博弈的一个基本特征是一个参与人的支付不仅取决于自己的战略选择，而且取决于所有其他参与人的战略选择，就是说，u_i 是所有参与人的战略选择的函数：

$$u_i = u_i(s_1,\cdots,s_i,\cdots s_n)$$

在房地产开发博弈中，参与人的利润水平即他们的支付。如果 A 和 B 同时行动，那么

u_A(高需求，开发，开发)＝u_B(高需求，开发，开发)＝4000

u_A(低需求，开发，开发)＝u_B(低需求，开发，开发)＝－3000

u_A(高需求，开发，不开发)＝8000

u_A(低需求，开发，不开发)＝1000

如此等等。假定 A 认为高需求的概率是 0.5，那么，给定 B 选

[1] v－N－M 是“von Neumann and Morgenstern”的缩写。

择开发，A 选择开发的期望效用为

$$Eu_A(\text{开发,开发}) = 0.5 \times 4000 + 0.5 \times (-3000) = 500$$

给定 B 选择不开发，A 选择开发的期望效用为

$$Eu_A(\text{开发,不开发}) = 0.5 \times 8000 + 0.5 \times 1000 = 4500$$

如果 A 认为 B 选择开发的概率为 x，那么，A 选择开发的期望效用为

$$Eu_A(\text{开发}) = 500x + 4500(1 - x) = 4500 - 4000x$$

6. **结果**(outcome)：结果是博弈分析者所感兴趣的所有东西，如均衡战略组合，均衡行动组合，均衡支付组合等。在前例中，一个可能的结果是：(高需求，开发，开发)；$(u_A, u_B) = (4000, 4000)$，即自然选择了高需求，A 和 B都选择了开发，A 和 B 各得利润 4000 万。另一个可能的结果是：(低需求，开发，不开发)，$(u_A, u_B) = (1000, 0)$，即自然选择了低需求，A 选择了开发，B 选择了不开发，A 得 1000 万利润，B 得 0 利润。

7. **均衡**(equilibrium)：均衡是所有参与人的最优战略的组合，一般记为

$$s^* = (s_1^*, \cdots, s_i^*, \cdots, s_n^*)$$

其中，s_i^* 是第 i 个参与人在均衡情况下的最优战略，它是 i 的所有可能的战略中使 u_i 或 Eu_i 最大化的战略。因为一般来说，u_i 是所有参与人的战略组合的函数，i 的最优战略通常依赖于其他参与人的战略选择。为了把一个特定的参与人与其他参与人区别，我们将用 $s_{-i} = (s_1, \cdots, s_{i-1}, s_{i+1}, \cdots s_n)$ 表示由除 i 之外的所有参与人的战略组成的向量。那么，说 s_i^* 是给定 s_{-i} 情况下第 i 个参与人的最优战略意味着

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) \geqslant u_i(s_i', s_{-i}) \ \forall \ s_i' \neq s_i^*$$

均衡意味着，对所有的 $i=1,2,\cdots,n$，上式同时成立。

在博弈论里，有各种各样的均衡概念，上述定义是所有均衡概念的共同特征。我们将看到，一个博弈可能有多个均衡存在。在房地产开发博弈中，假定开发商 A 和开发商 B 同时选择行动，那么，如果需求大，(开发，开发)是唯一的一个均衡；如果需求小，(开发，不开发)是一个均衡，(不开发，开发)也是一个均衡。缺乏唯一性是博弈论的一个主要问题。

应该指出的是，博弈论中的均衡概念与我们在一般均衡理论中讨论的均衡概念是不同的。比如说，在一般均衡理论里，均衡指的是由个人最优化行为导致的一组价格，而在博弈论里，这样一组价格只是均衡的结果而不是均衡本身；均衡是指所有个人的买卖规则(战略)的组合，均衡价格是这种战略组合产生的结果。

“均衡”和“均衡结果”(equilibrium outcome) 是两个非常容易混淆的概念，当人们说“均衡”时他们常常是指“均衡结果”。尽管在许多情况下，二者的区别并不很重要，但理解二者的区别对理解博弈论的一些理论是重要的，这一点在下一章将非常明显。在房地产开发博弈中，假定 B 先选择 A 后选择，那么，如果需求小，B 的最优战略是“开发”，A 的最优战略是“如果 B 开发，我不开发；如果 B 不开发，我开发”，均衡是({不开发，开发}，开发)，而均衡结果是(不开发，开发)，即 B 开发 A 不开发。这里，“不开发”是均衡情况下 A 的最优行动，而非 A 的最优战略本身。

1.1—2 博弈的战略式表述

在讨论了博弈论的一些基本概念后，我们现在来给出博

弈的表述方式。在博弈论里，一个博弈可以用两种不同的方式来表述，一种是战略式表述(strategic form representation)，另一种是扩展式表述(或译为“展开式表述”)(extensive form representation)。尽管从理论上讲，这两种表述形式几乎是完全等价的，但从分析的方便性的角度看，战略式表述更适合于静态博弈，而扩展式表述更适合于讨论动态博弈。我们这里先给出战略式表述，下一章讨论动态博弈时再给出扩展式表述。

战略式表述又称为标准式表述(normal form representation)，在这种表述中，所有参与人同时选择各自的战略，所有参与人选择的战略一起决定每个参与人的支付。请注意，这里，参与人“同时选择”的是战略，而不是行动。因为战略是参与人行动的全面计划，战略式表述也可以用以描述动态博弈。

更为准确地讲，战略式表述给出：

1. 博弈的参与人集合：$i \in \Gamma, \Gamma = (1, 2, \cdots, n)$；

2. 每个参与人的战略空间：$S_i, i = 1, 2, \cdots n$；

3. 每个参与人的支付函数：$u_i(s_1, \cdots, s_i, \cdots, s_n), i = 1, 2, \cdots, n$。

我们将用 $G = \{S_1, \cdots, S_n; u_1, \cdots, u_n\}$ 代表战略式表述博弈。在两寡头产量博弈里，企业是参与人，产量是战略空间，利润是支付；战略式表述博弈为：

$$G = \{q_1 \geqslant 0, q_2 \geqslant 0; \pi_1(q_1, q_2), \pi_2(q_1, q_2)\}$$

这里，q_i 和 π_i 分别是第 i 个企业的产量和利润。

一个博弈被称为有限博弈(finite game)，如果第一，参与人的个数是有限的，第二，每个参与人可选择的战略是有限

的。两人有限博弈的战略式表述可以用矩阵表来直观地给出。表 1.1 是房地产开发博弈中开发商 A 和 B 同时行动博弈的战略式表述，其中(a)是高需求的情况，(b) 是低需求的情况，表中左列是 A 的战略空间，上行是 B 的战略空间，每一个数字格是对应战略组合下的支付(利润)，其中第一个数字是 A 的利润，第二个数字是 B 的利润，比如说，表 1.1(a)第一行第二列(8000,0)是从战略组合(开发，不开发)得到的支付：A 的利润为 8000 万，B 的利润是 0。

表 1.1

(a)高需求情况

		开发商 B	
		开　发	不开发
开发商 A	开　发	4000，4000	8000，0
	不开发	0，　8000	0，　0

(b)低需求情况

		开发商 B	
		开　发	不开发
开发商 A	开　发	−3000，−3000	1000，0
	不开发	0，1000	0，0

1.2　纳什均衡

在本章的以下部分，我们集中讨论完全信息静态博弈，这里，“完全信息”指的是每个参与人对所有其他参与人的特征

(包括战略空间、支付函数等)有完全的了解,"静态"指的是所有参与人同时选择行动且只选择一次。应该指出的是,"同时行动"在这里是一个信息概念而非日历上的时间概念:只要每个参与人在选择自己的行动时不知道其他参与人的选择,我们就说他们在同时行动。日历概念上的同时行动是信息概念上的同时行动的一种特殊情况,尽管从数量上讲它可能是多数情况。

完全信息静态博弈是一种最简单的博弈,如我们已经指出的,在这种博弈中,由于每个人是在不知其他人行动的情况下选择自己的行动,战略和行动实际上是一回事。

博弈分析的目的是预测博弈的均衡结果,即给定每个参与人都是理性的(rational),每个参与人都知道每个参与人都是理性的,什么是每个参与人的最优战略?什么是所有参与人的最优战略组合?纳什均衡是完全信息静态博弈解的一般概念,也是所有其他类型博弈解的基本要求。在本节中,我们先讨论纳什均衡的特殊情况,然后讨论纳什均衡的一般概念。

1.2—1 占优战略均衡

一般来说,由于每个参与人的效用(支付)是博弈中所有参与人的战略的函数,因此每个参与人的最优战略选择依赖于所有其他参与人的战略选择,但在一些特殊的博弈中,一个参与人的最优战略可能并不依赖于其他参与人的战略选择,就是说,不论其他参与人选择什么战略,他的最优战略是唯一的,这样的最优战略被称为"占优战略"(dominant

strategy)。[1]

考虑"囚徒困境"的例子。"囚徒困境"的故事讲的是，两个嫌疑犯作案后被警察抓住，被分别关在不同的房间里审讯。警察知道两人有罪，但缺乏足够的证据定罪，除非两人当中至少有一个人坦白。警察告诉每个人：如果两人都不承认，每人都以轻微的犯罪判刑1年；如果两人都坦白，各判刑8年；如果两人中一个人坦白另一个人抵赖，坦白的释放出去，抵赖的判刑10年。这样，每个嫌疑犯面临四个可能的后果：获释(自己坦白同伙抵赖)；被判刑1年(自己抵赖同伙也抵赖)；被判刑8年(自己坦白同伙也坦白)；被判刑10年(自己抵赖但同伙坦白)。

表 1.2 囚徒困境

		囚犯B	
		坦白	抵赖
囚犯A	坦白	−8，−8	0，−10
	抵赖	−10，0	−1，−1

表1.2概述了囚徒困境的问题。在这个博弈中，每个囚徒都有两种可选择的战略：坦白或抵赖。显然，不论同伙选择什么战略，每个囚徒的最优战略是"坦白"，比如说，如果B选择坦白，A选择坦白时支付为−8，选择抵赖时的支付为−10，

---

①　费方域先生在翻译H. Varian的*Intermediate Microeconomics*一书时，将"dominant strategy"译为"优超战略"。这里采纳了田国强的译法，有"绝对优"的意思。在英文里，"dominated strategy"与"dominant strategy"刚好相反，因为找不到更恰当的词，我一律译为"劣战略"。

因而坦白比抵赖好；如果 B 选择抵赖，A 坦白时的支付为 0，抵赖时的支付为 −1，因而坦白还是比抵赖好。就是说，"坦白"是囚徒 A 的占优战略。类似地，"坦白"也是 B 的占优战略。

一般地，s_i^* 称为参与人 i 的(严格)占优战略，如果对应所有的 s_{-i}，s_i^* 是 i 的严格最优选择，即：

$$u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i}) \forall s_{-i}, \forall s_i' \neq s_i^*$$

对应地，所有的 $s_i' \neq s_i^*$ 被称为"劣战略"(dominated strategies)。记住，这里 $s_{-i} = (s_1, \cdots, s_{i-1}, s_{i+1}, \cdots, s_n)$，是 i 之外所有参与人战略的组合。

定义：在博弈的战略式表述中，如果对于所有的 i，s_i^* 是 i 的占优战略，那么，战略组合 $s^* = (s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 称为占优战略均衡(dominant-strategy equilibrium)。

在一个博弈里，如果所有参与人都有占优战略存在，那么，占优战略均衡是可以预测到的唯一的均衡，因为没有一个理性的参与人会选择劣战略。在囚徒困境博弈里，(坦白，坦白)是占优战略均衡；在上一节引入的房地产开发博弈中，如果市场需求是大的，(开发，开发)是占优战略均衡(参阅表 1.1(a))。

应该指出的是，占优战略均衡只要求每个参与人是理性的，而并不要求每个参与人知道其他参与人是理性的(也就是说，不要求"理性"是共同知识)，这是因为，不论其他参与人是否是理性的，占优战略总是一个理性参与人的最优选择。

这里有必要对囚徒困境作一点说明。囚徒困境反映了一个深刻的问题，即个人理性与团体理性的冲突。如果每个人都选择抵赖，各判刑 1 年，显然比都判刑 8 年好。但这个帕累托改进做不到，因为它不满足个人理性要求，(抵赖，抵赖)不是一个均衡。换个角度看，即使两个囚徒在作案之前建立一个攻守同盟(绝不坦白)，这个攻守同盟也没有用，因为没有人有积极性遵守协定。这就是合作博弈与非合作博弈的区别。囚徒困境的问题在许多情况下会出现，如寡头竞争，军备竞赛，团队生产中的劳动供给，公共产品的供给等(参见 0.2 节的讨论)。

1.2—2 重复剔除的占优均衡

在每个参与人都有占优战略的情况下，占优战略均衡是一个非常合理的预测，但在绝大多数博弈中，占优战略均衡是不存在的。尽管如此，在有些博弈中，我们仍可以应用占优的逻辑找出均衡。

考虑“智猪博弈”的例子。这个例子讲的是，猪圈里圈着两头猪，一头大猪，一头小猪，猪圈的一头有一个猪食槽，另一头安装着一个按钮，控制着猪食的供应。按一下按钮，8 个单位的猪食进槽，但需要支出 2 个单位的成本。若大猪先到，大猪吃到 7 个单位，小猪只能吃到 1 个单位；若小猪先到，大猪和小猪各吃到 4 个单位；若两猪同时到，大猪吃到 5 个单位，小猪吃到 3 个单位。这里，每头猪都有两种战略：按或等待。表 1.3 列出对应不同战略组合下的支付矩阵，如第一格表示两头猪同时按按钮，因而同时走到猪食槽，大猪吃到 5 个单位，小猪吃到 3 个单位，扣除 2 个单位的成本，支付水平分别为 3

个单位和 1 个单位。[1]

表 1.3 智猪博弈

		小猪	
		按	等待
大猪	按	3,1	2,4
	等待	7,−1	0,0

显然,这个博弈没有占优战略均衡,因为尽管"等待"是小猪的占优战略,大猪没有占优战略。大猪的最优战略依赖于小猪的战略:如果小猪选择"等待",大猪的最优战略是"按";反之,如果小猪选择"按",大猪的最优战略是"等待"。因此,我们不能应用占优战略找出均衡。

那么,什么是这个博弈的可能的均衡解呢?假定小猪是理性的,小猪肯定不会选择"按"的战略,因为,不论大猪选择什么战略,对小猪来说,"等待"严格优于"按",因而理性的小猪会选择"等待"。再假定大猪知道小猪是理性的,那么,大猪会正确地预测到小猪会选择"等待";给定这个预测,大猪的最优选择只能是"按"。这样,(按、等待)是这个博弈唯一的均衡,即大猪选择"按",小猪选择"等待",支付水平分别为 2 和 4 个单位。这是一个"多劳不多得,少劳不少得"的均衡。

在找出上述智猪博弈的均衡解时,我们实际上是应用了"重复剔除严格劣战略"(iterated elimination of strictly dominated strategies)的思路,这个思路是这样的:首先找出某个

① 这里的数字与 0.2 节中的数字略有不同。在那里,均衡结果是"多劳不多得";而这里的均衡结果是"多劳反而少得"。但基本精神是相同的。

参与人的劣战略(假定存在),把这个劣战略剔除掉,重新构造一个不包含已剔除战略的新的博弈;然后再剔除这个新的博弈中的某个参与人的劣战略;继续这个过程,一直到只剩下一个唯一的战略组合为至。这个唯一剩下的战略组合就是这个博弈的均衡解,称为"重复剔除的占优均衡"(iterated dominance equilibrium)。在上例中,我们首先剔除掉小猪的劣战略"按",在剔除掉这个战略后的新的博弈中,小猪只有一个战略"等待",大猪仍有两个战略,但此时,"等待"已成为大猪的劣战略,剔除这个战略,剩下的唯一战略组合是(按,等待)。

为了准确地理解"重复剔除的占优均衡"概念,我们需要对"占优战略"和"劣战略"的概念作适当的重新定义。在上一小节中,占优战略是指一个参与人所有可选择的战略中严格优于所有其他战略的那个战略,即 $s_i^* \in S_i$ 是 i 的占优战略意味着对于所有的 $s_i' \in S_i, s_i' \neq s_i^*, u_i(s_i^*, s_{-i}) > u_i(s_i', s_{-i}) \forall s_{-i}$,所有的 $s_i' (\neq s_i^*)$ 都是(相对于 s_i^* 的)劣战略。在应用重复剔除方法寻找均衡时,一个战略是占优战略或劣战略可能只是相对于另一个特定的战略而言的。

定义:令 s_i' 和 s_i'' 是参与人 i 可选择的两个战略(即 $s_i' \in S_i, s_i'' \in S_i$)。如果对于任意的其他参与人的战略组合 s_{-i},参与人 i 从选择 s_i' 得到的支付严格小于从选择 s_i'' 得到的支付,即:

$$u_i(s_i', s_{-i}) < u_i(s_i'', s_{-i}) \forall s_{-i}$$

我们说战略 s_i' 严格劣于战略 s_i''(s_i' is strictly dominated by s_i'')。通常,s_i' 称为相对于 s_i'' 的劣战略;对应地,s_i'' 称为相对于

s_i' 的占优战略。占优战略均衡中的占优战略 s_i^* 是相对于所有 $s_i' \neq s_i^*$ 的占优战略。

有时博弈论专家使用"弱占优"、"弱劣"的概念。

定义：s_i' 弱劣于战略 s_i''（s_i' is weakly dominated by s_i''），如果对于所有的 s_{-i}，$u_i(s_i', s_{-i}) \leqslant u_i(s_i'', s_{-i})$，且对于某些 s_{-i}，严格不等式成立。s_i'' 称为相对于 s_i' 的弱占优战略。

重复剔除的占优均衡：战略组合 $s^* = (s_1^*, \cdots, s_n^*)$ 称为重复剔除的占优均衡，如果它是重复剔除劣战略后剩下的唯一的战略组合。如果这种唯一的战略组合是存在的，我们说该博弈是重复剔除占优可解的(dominance solvable)。

注意，在上述定义中我们使用了"唯一"这个词。如果重复剔除后剩下的战略组合不唯一，我们说该博弈不是重复剔除占优可解的。我们将看到，相当多的博弈是无法使用重复剔除劣战略的方法找到均衡解的。

为了加深对重复剔除过程的理解，让我们再来考虑一个抽象的例子，如表 1.4。在这个例子中，参与人 A 有两个战略：$S_A = (U, D)$，参与人 B 有三个战略：$S_B = (L, M, R)$。A 的战略中没有一个严格优于另一个：如果 B 选择 L 或 M，U 是最优的(1>0)，但如果 B 选择 R，D 是最优的(2>0)。然而，对 B 来说，M 严格优于 R(因为 2>1，1>0)，因此，理性的参与人 B 不会选择 R。如果参与人 A 知道参与人 B 是理性的，R 被剔除，A 将选择自己的战略，似乎他面对的是如表 1.4(b)所代表的博弈。在这个新的博弈中，U 严格优于 D，因而理性的参与人 A 不会选择 D。这样，如果 B 知道 A 是理性的，并且 B 知

道A知道B是理性的(从而B知道表1.4(b)是适用的),D将被A从其战略中剔除,我们得到如表1.4(c)所示的博弈。这个博弈实际上是一个单人决策问题,M严格优于L,L将被剔除。这样,(U,M)是剩下的唯一的战略组合。

表1.4

(a)

		参与人B	
	L	M	R
参与人A U	1,0	1,2	0,1
D	0,3	0,1	2,0

(b)

	参与人B	
	L	M
参与人A U	1,0	1,2
D	0,3	0,1

(c)

	参与人B	
	L	M
参与人A U	1,0	1,2

读者可能提出的一个问题是:均衡结果是否与劣战略的剔除顺序有关?答案是,如果每次剔除的是严格劣战略,均衡结果与剔除的顺序无关,原因是,如果战略s_i'严格劣于战略s_i''对于所有的s_{-i}成立,自然对于一部分s_{-i}也是成立的。然而,如果剔除的是弱劣战略,均衡结果可能与剔除顺序有关。

这一点可以用表 1.5 来说明。在这个博弈里，如果剔除按 R_3、C_3、C_2、R_2 进行，(R_1，C_1)是剩下的战略组合；另一方面，如果剔除按(C_2、R_2、C_1、R_3)的顺序进行，(R_1，C_3)是剩下的战略组合。由于这个原因，我们一般使用严格劣战略剔除。用严格劣战略剔除的办法，这个博弈是不可解的。[①]

表 1.5

		参与人 B		
		C_1	C_2	C_3
参与人 A	R_1	2，12	1，10	1，12
	R_2	0，12	0，10	0，11
	R_3	0，12	0，10	0，13

与上一小节讨论的占优战略均衡不同，重复剔除的占优均衡不仅要求每个参与人是理性的，而且要求“理性”是参与人的共同知识，即所有参与人知道所有参与人是理性的，所有参与人知道所有参与人知道所有参与人是理性的，如此等等。在表 1.4 所示的博弈中，假如 A 不能确信 B 是理性的，A 就不能排除 B 选择 R 的可能性，U 就不一定是 A 的最优选择；类似地，即使 A 知道 B 是理性的，但如果 B 不知道 A 知道 B 是理性的，或者 B 不知道 A 是理性的，B 就不能排除 A 选择 D 的可能性，从而 L 就不一定是 B 的最优选择。在这个例子里，我们只用了三步剔除就得到了结果。显然，参与人的战略空间越大，需要剔除的步骤就越多，对共同知识的要求就越严格。

① 读者将会看到，(R_1，C_1)和(R_1，C_3)都是纳什均衡。

由于这个原因，尽管在许多博弈中重复剔除的占优均衡是一个合理的预测，但这一点并非总是如此，特别是当支付取某些极端值的时候。考虑表 1.6 的情况，在这个博弈中，(U,L)是重复剔除的占优均衡，但如果我们做一个实验，相当一部分人可能会选择 D 而不是 U。这是因为，尽管如果参与人 A 百分之百地确信 B 是理性的因而会选择 L，U 是 A 的最优选择，但是，即使有千分之一的概率 B 会选择 R，D 就优于 U。当然，如果(U,R)的支付值不那么极端，比如说损失只是 −1 而不是 −1000，我们几乎可以肯定 A 会选择 U。这个例子说明，在类似表 1.6 所示的博弈中，博弈的结果对行为的不确定性是很敏感的，即使只是很小的不确定性。

表 1.6

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	8,10	−1000,9
	D	7,6	6,5

这里我们可以指出博弈分析与单人决策分析的一个重要区别。在单人决策分析里，只有一个决策人，他面临的唯一不确定性是“自然”可能的行动，他对自然选择不同行动的概率有一个固定的、外生的信念。相反，在博弈分析中，有多个决策人，每个决策人有关其他决策人的行为的信念并不是外生的。由于这个区别，许多我们所熟悉的决策论中的比较静态结论并不能推广到博弈论中。比如说，在单人决策的情况下，如果对应一个给定选择的所有可能状态下的支付同时减少，当事人的效用水平绝不会提高，但这一结论并不适用于博弈情况。

为了说明这一点，让我们考虑表 1.7 的例子，在这个博弈中，U 是参与人 A 的占优战略，重复剔除严格劣战略得出的均衡是(U,L)，A 和 B 分别得到 1 单位和 3 单位的效用。现在假定，当 A 选择 U、B 选择 L 和 R 时 A 的支付同时减少 2 个单位，从而我们得到新的博弈如表 1.8 所示。决策论告诉我们，这样的改变不会使 A 受益，事实上，如果 B 的行动固定为 L，A 不论选择什么，其效用会减少。但在博弈论里，如果这个支付矩阵的改变为 B 所知，A 的效用就会增加，因为此时，B 知道 D 是 A 的占优战略，B 将选择 R 而不是 L，A 将得到 3 个单位的效用而不是 1 个单位的效用。类似的情况也出现在当一个参与人的选择空间缩小或信息质量下降的时候。在单人决策里，选择的空间缩小或信息质量的下降绝不可能是件好事，但在博弈里，却可能使当事人受益。这一点我们将在以后的例子中看到。

表 1.7

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	1,3	4,1
	D	0,2	3,4

表 1.8

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	−1,3	2,1
	D	0,2	3,4

1.2—3 纳什均衡

把理性作为共同知识的要求并不是重复剔除的占优均衡的唯一问题。更为严重的问题是，对于相当多的博弈，我们无法使用重复剔除劣战略的办法找出均衡解。比如说，在房地产开发博弈中，假定市场是低需求的情况，那么，无论对于A还是B，没有任何一种战略优于另一种战略，每一个参与人的最优战略都依赖于另一个参与人的战略：如果B选择开发，A的最优战略是不开发；如果B选择不开发，A的最优战略是开发；类似地，如果A选择开发，B的最优战略是不开发；如果A选择不开发，B的最优战略是开发(参见表1.2)。为了找出这个博弈的均衡解，我们需要引入纳什均衡(Nash equilibrium)的概念。

纳什均衡是完全信息静态博弈解的一般概念，构成纳什均衡的战略一定是重复剔除严格劣战略过程中不能被剔除的战略，就是说，没有任何一个战略严格优于纳什均衡战略，当然逆定理不一定成立；更为重要的是，许多不存在占优战略均衡或重复剔除的占优均衡的博弈，却存在纳什均衡。

为了理解纳什均衡的哲学含义，让我们设想 n 个参与人在博弈之前协商达成一个协议，规定每一个参与人选择一个特定的战略。令 $s^*=(s_1^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_n^*)$ 代表这个协议，其中 s_i^* 是协议规定的第 i 个参与人的战略。我们要问的一个问题是，给定其他参与人都遵守这个协议，在没有外在强制的情况下，是否有任何参与人有积极性不遵守这个协议？显然，只有当遵守协议带来的效用大于不遵守协议时的效用时，一个人才会遵守这个协议。如果没有任何参与人有积极性不遵守这个协议，我们说这个协议是可以自动实施的(self-enforcing)，

这个协议就构成一个纳什均衡；否则，它就不是一个纳什均衡。

现在我们给出纳什均衡的正式定义。

定义：有 n 个参与人的战略式表述博弈 $G=\{S_1,\cdots,S_n;u_1,\cdots,u_n\}$，战略组合 $s^*=(s_1^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_n^*)$ 是一个纳什均衡，如果对于每一个 i，s_i^* 是给定其他参与人选择 $s_{-i}^*=(s_1^*,\cdots,s_{i-1}^*,s_{i+1}^*,\cdots,s_n^*)$ 的情况下第 i 个参与人的最优战略，即：

$$u_i(s_i^*,s_{-i}^*)\geqslant u_i(s_i,s_{-i}^*),\forall\ s_i\in S_i,\forall\ i$$

或者用另一种表述方式，s_i^* 是下述最大化问题的解：

$$s_i^*\in\underset{s_i\in S_i}{\arg\max}\,u_i(s_1^*,\cdots,s_{i-1}^*,s_i,s_{i+1}^*,\cdots,s_n^*),\ i=1,2,\cdots,n$$

考虑战略组合 $s'=(s_1',\cdots,s_i',\cdots,s_n')$，说 s' 不是 G 的一个纳什均衡等价于说至少对于某些 i 而言，s_i' 不是 i 的最优战略（给定 s_{-i}'），换言之，至少存在一个 $s_i''\in S_i$，使得

$$u_i(s_i',s_{-i}')<u_i(s_i'',s_{-i}')$$

就是说，如果我们预测 $s'=(s_1',\cdots,s_i',\cdots,s_n')$ 是博弈的一个结果但这个结果不是一个纳什均衡，那么，至少存在某些参与人有积极性偏离这个结果。

我们可以运用上述定义来检查一个特定的战略组合是否是一个纳什均衡。在囚徒困境里，（坦白，坦白）是一个纳什均衡，而（抵赖，抵赖）不是一个纳什均衡，因为给定同伙选择抵赖，自己选择抵赖时得到－1，选择坦白时得到 0，因而抵赖不是自己的最优战略，类似地，（坦白，抵赖）和（抵赖，坦白）也不是纳什均衡。在房地产开发博弈中，如果是高需求，（开发，开

发)是一个纳什均衡,而(开发,不开发)、(不开发,开发)和(不开发,不开发)都不是纳什均衡;如果是低需求,(开发,不开发)是一个纳什均衡,(不开发,开发)也是一个纳什均衡,而(开发,开发)和(不开发,不开发)都不是纳什均衡。在智猪博弈中,(按,等待)是一个纳什均衡,而(按,按)、(等待,按)和(等待,等待)都不是纳什均衡。在表1.4的博弈中,(U,M)是一个纳什均衡,其他战略组合都不是纳什均衡。在表1.5博弈中,(R_1,C_1)是一个纳什均衡,(R_1,C_3)也是一个纳什均衡,其他战略组合都不是纳什均衡。

当参与人的战略空间很大时,要按上述方法检查每一个战略组合是不是纳什均衡是一件很费时的繁琐工作。在两人有限战略博弈中,解纳什均衡的一个简单方法如下。首先考虑A的战略,对于每一个B的给定的战略,找出A的最优战略,在其对应的支付下划一横杆,然后再用类似的方法找出B的最优战略。在完成这个过程后,如果某个支付格的两个数字下都有杆,这个数字格对应的战略组合就是一个纳什均衡。表1.9给出了一个例子。对应B的三个不同战略L、C、R,A的最优战略分别是M、U、D;给定A的三个不同战略U、M、D,B的最优战略分别是L、C、R,因此,(D,R)是一个纳什均衡。

表1.9 寻找纳什均衡

		参与人B		
		L	C	R
参与人A	U	0,4	4,0	5,3
	M	4,0	0,4	5,3
	D	3,5	3,5	6,6

纳什均衡有强弱之分。上述定义给出的是弱纳什均衡的概念。一个纳什均衡是强的（strict or strong），如果给定其他参与人的战略，每一个参与人的最优选择是唯一的。就是说，s^* 是一个强纳什均衡，当且当对于所有的 i，$s_i' \neq s_i^*$，$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) > u_i(s_i', s_{-i}^*)$。如果一个纳什均衡是强的，没有任何参与人在均衡战略与某些其他战略之间是无差异的；对比之下，在弱纳什均衡的情况下，有些参与人可能在均衡战略与非均衡战略之间是无差异的。读者或许要问，既然是无差异的，为什么选择均衡战略而不选择其他战略呢？由于这个原因，强纳什均衡比弱纳什均衡似乎是一个更为可取的概念。此外，强纳什均衡对博弈支付矩阵的小小变化并不敏感。然而，在有些博弈中，纳什均衡存在，但它不是强纳什均衡。如表 1.5 的博弈，(R_1, C_1) 和 (R_1, C_3) 都是纳什均衡，但没有一个是强纳什均衡。

现在我们来概述一下纳什均衡与占优战略均衡及重复剔除的占优均衡之间的关系。简单地说，(1)每一个占优战略均衡、重复剔除的占优均衡一定是纳什均衡，但并非每一个纳什均衡都是占优战略均衡或重复剔除的占优均衡。这是因为，一个参与人的占优战略是对于所有其他参与人的任何战略组合的最优选择，自然它也一定是对于所有其他人的某个特定战略的最优选择，然而，一个战略构成纳什均衡战略的唯一条件是它是参与人对于其他参与人均衡战略的最优选择。在重复剔除过程中，如果最后剩下来的战略组合是唯一的，它一定是一个纳什均衡。我们已经看到，在囚徒困境博弈里，（坦白，坦白）是一个占优战略均衡，重复剔除的占优均衡，也是一个纳什均衡；在智猪博弈中，（按，等待）是一个重复剔除的占优均

衡，也是一个纳什均衡；在表 1.9 的博弈中，(D,R)是一个纳什均衡，但不是一个重复剔除的占优均衡(我们无法通过重复剔除劣战略的办法找到均衡解)，更不是占优战略均衡。(2)纳什均衡一定是在重复剔除严格劣战略过程中没有被剔除掉的战略组合，但没有被剔除的战略组合不一定是纳什均衡，除非它是唯一的。如果一个战略在重复剔除过程的某个阶段严格劣于另一个战略从而被剔除，它不可能是对于其他参与人的均衡战略的最优选择。在囚徒困境博弈中，(抵赖，抵赖)被剔除了，所以它不可能是一个纳什均衡，(坦白，坦白)是一个纳什均衡，所以它不可能被剔除；在表 1.9 的博弈中，没有任何一个战略严格劣于另外一个战略，因而没有一个战略组合能被剔除掉，但(D,R)是唯一的一个纳什均衡。

应该注意的是，上述(2)的前一句话并不适用于弱劣战略剔除的情况。我们已经指出，如果使用弱劣战略剔除的办法，均衡结果可能与剔除顺序有关。换言之，弱劣战略剔除可能剔除掉纳什均衡。在表 1.5 的博弈中，(R_1,C_1)和(R_1,C_3)都是纳什均衡；如果剔除按(R_3、C_3、C_2、R_2)顺序进行，(R_1,C_3)被剔除掉了；另一方面，如果剔除按(C_2、R_2、C_1、R_3)顺序进行，(R_1,C_1)被剔除掉了。

为了加深对这一点的理解，让我们举一个市场进入博弈的例子。在这个例子里，有一个垄断者已在市场上(称为“在位者”)，另一个企业虎视眈眈想进入(称为“进入者”)。进入者有两个战略可以选择：(进入，不进入)；在位者也有两个战略：(默许，斗争)。假定进入之前的垄断利润为 300，进入之后寡头利润为 100，进入成本为 10。各种战略组合下的支付矩阵如表 1.10 所示。

表 1.10　市场进入博弈

		在位者	
		默许	斗争
进入者	进入	40,50	−10,0
	不进入	0,300	0,300

这个博弈有两个纳什均衡：(进入，默许)和(不进入，斗争)，其中，(进入，默许)是强纳什均衡，(不进入，斗争)是弱纳什均衡。给定进入者进入，在位者的最优战略是默许；给定在位者默许，进入者的最优战略是进入，因而(进入，默许)是一个纳什均衡。尽管在进入者不进入时，默许和斗争对在位者是无差异的，但只有当在位者斗争时，不进入才是进入者的最优战略，所以，(不进入，斗争)也是一个纳什均衡。如果我们想用重复剔除弱劣战略的方法找到博弈的解，斗争是在位者的弱劣战略，因而被剔除，(进入，默许)是唯一剩下的没有被剔除的战略组合，因而是重复剔除的占优均衡。纳什均衡(不进入，斗争)将被剔除掉了。这个例子也说明，(弱)纳什均衡允许弱劣战略的存在。

纳什均衡是参与人将如何博弈的"一致性"(consistent)预测：如果所有参与人预测一个特定的纳什均衡将会出现，那么，没有人有兴趣作不同的选择。从而，纳什均衡且只有纳什均衡具有这样的特征：参与人预测到均衡，参与人预测到其他参与人预测到均衡，等等。对比之下，预测一个非纳什均衡的战略组合将意味着至少有一个参与人会犯错误(有关对手的选择的预测是错误的，或自己的选择是错误的)，尽管这样的错误确实可能出现。

说纳什均衡是一致性预测并不意味着纳什均衡一定是一个好的预测。正如我们已经看到的，一个博弈可能有多个纳什均衡。为了预测哪一个纳什均衡实际上会出现，我们需要知道博弈进行的具体过程。

1.3 纳什均衡应用举例

在本节中，我们举几个经济学上的例子来说明纳什均衡在经济学上的应用。注意，这些例子中的战略都是连续变量。

1.3—1 库诺特(Cournot)寡头竞争模型

库诺特(Cournot，1838)寡头竞争模型可以说是纳什均衡最早的版本，它比纳什(1950)本人的定义早了100多年。在库诺特模型里，有两个参与人，分别称为企业1和企业2；每个企业的战略是选择产量；支付是利润，它是两个企业产量的函数。

我们用$q_i\in[0,\infty)$代表第i个企业的产量，$C_i(q_i)$代表成本函数，$P=P(q_1+q_2)$代表逆需求函数(P是价格；$Q(P)$是原需求函数)。第i个企业的利润函数为：

$$\pi_i(q_1,q_2)=q_iP(q_1+q_2)-C_i(q_i),i=1,2$$

(q_1^*,q_2^*)是纳什均衡产量意味着：

$$q_1^*\in \arg\max \pi_1(q_1,q_2^*)=q_1P(q_1+q_2^*)-C_1(q_1)$$

$$q_2^*\in \arg\max \pi_2(q_1^*,q_2)=q_2P(q_1^*+q_2)-C_2(q_2)$$

找出纳什均衡的一个办法是对每个企业的利润函数求一阶导数并令其等于零：

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = P(q_1 + q_2) + q_1 P'(q_1 + q_2) - C_1'(q_1) = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial q_2} = P(q_1 + q_2) + q_2 P'(q_1 + q_2) - C_2'(q_2) = 0$$

上述两个一阶条件分别定义了两个**反应函数**(reaction function)：

$$q_1^* = R_1(q_2)$$

$$q_2^* = R_2(q_1)$$

反应函数意味着每个企业的最优战略(产量)是另一个企业产量的函数。两个反映函数的交叉点就是纳什均衡 $q^* = (q_1^*, q_2^*)$，如图 1.1 所示。

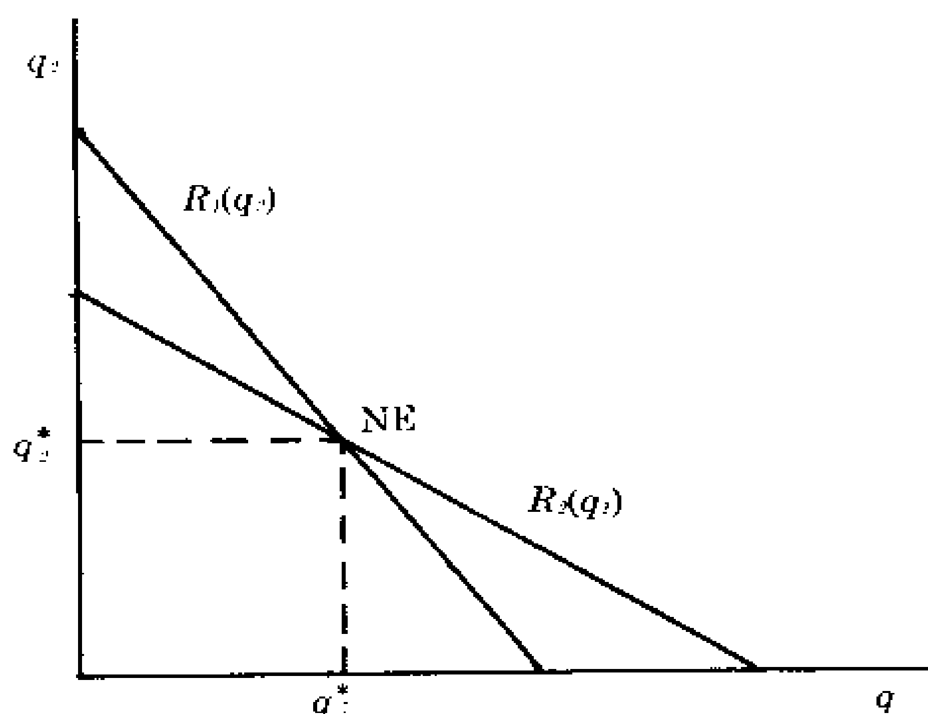


图 1.1 库诺特模型的纳什均衡

为了得到更具体的结果，让我们来考虑上述模型的简单情况。假定每个企业具有相同的不变单位成本，即：$C_1(q_1) =$

q_1c，$C_2(q_2)=q_2c$，需求函数取如下线性形式：$P=a-(q_1+q_2)$。那么，最优化的一阶条件分别为：

$$\frac{\partial\pi_1}{\partial q_1}=a-(q_1+q_2)-q_1-c=0$$

$$\frac{\partial\pi_2}{\partial q_2}=a-(q_1+q_2)-q_2-c=0$$

反应函数为：

$$q_1^*=R_1(q_2)=\frac{1}{2}(a-q_2-c)$$

$$q_2^*=R_2(q_1)=\frac{1}{2}(a-q_1-c)$$

就是说，j 每增加 1 个单位的产量，i 将减少 1/2 单位的产量。

解两个反应函数，我们得纳什均衡为：

$$q_1^*=q_2^*=\frac{1}{3}(a-c)$$

每个企业的纳什均衡利润分别为：

$$\pi_1(q_1^*,q_2^*)=\pi_2(q_1^*,q_2^*)=\frac{1}{9}(a-c)^2$$

为了与垄断情况作比较，让我们计算一下垄断企业的最优产量和均衡利润。垄断企业的问题是：

$$\mathop{\mathrm{Max}}_{Q}\pi=Q(a-Q-c)$$

容易算出，垄断企业的最优产量为 $Q^*=\frac{1}{2}(a-c)<q_1^*+q_2^*=\frac{2}{3}(a-c)$；垄断利润为 $\pi^m=\frac{1}{4}(a-c)^2>\frac{2}{9}(a-c)^2$。寡头竞争的总产量大于垄断产量的原因在于每个企业在选择自己的最优产量时，只考虑对本企业利润的影响，而忽视对另一个企业的外部负效应。这是典型的囚徒困境问题。

库诺特模型也可以使用重复剔除严格劣战略的方法找出均衡解，[①] 尽管这个模型并不存在占优战略均衡（这一点可以从反应函数看出，根据反应函数，一个企业的最优战略依赖于另一个企业的产量）。令 $q_i^m=R_i(0)$ 为企业 i 的垄断最优产量（即另一企业不生产时的最优产量）。参考图 1.2，首先，显然，$q_i\in(q_i^m,\infty)$ 严格劣于 q_i^m，没有任何一个企业会选择大于垄断产量的产量。因此，第一轮剔除得到 $S_i^1=[0,q_i^m]$。其次，给定企业 i 知道企业 j 不会选择 $q_j>q_j^m$，i 将不会选择 $q_i<R_i(q_j^m)=\underline{q}_i^2$，因为 $q_i<\underline{q}_i^2$ 严格劣于 $\underline{q}_i^2$，因此，第二轮剔除得到 $S_i^2=[R_i(q_j^m),q_i^m]=[\underline{q}_i^2,q_i^m]$。再次，给定 i 知道 j 不会选择 $q_j<R_j(q_i^m)=\underline{q}_j^2$，$i$ 将不会选择 $q_i>R_i(\underline{q}_j^2)=\overline{q}_i^3$，因为 $q_i>\overline{q}_i^3$ 严格劣于 $\overline{q}_i^3$，因此，第三轮剔除得到 $S_i^3=[\underline{q}_i^2,R_i(\underline{q}_j^2)]=[\underline{q}_i^2,\overline{q}_i^3]$。如此不断重复剔除，每次剔除使剩余的战略空间不断缩小，如图 1.2所示。在 $n=2k+1$ 次时，$S_i^n=[\underline{q}_i^{2k},R_i(\underline{q}_j^{2k})]\equiv[\underline{q}_i^{2k},\overline{q}_i^{2k+1}]$。当然，由于战略（产量）空间是连续的，剔除过程是没有穷尽的。然而，这个过程是收敛的，因为序列 $\underline{q}_i^n$ 和 $\overline{q}_i^n$ 都收敛于 q_i^*。因此，重复剔除严格劣战略过程产生 $N(q_1^*,q_2^*)$ 为唯一均衡，即纳什均衡。

在上述讨论中，我们隐含地假定稳定的均衡是存在的，且唯一的。满足这个要求的条件是，利润函数是严格凹的（$\pi_i''<0$），交叉偏导数是负的（$\partial^2\pi_i/\partial q_i\partial q_j<0$）；这两个条件意味着反应函数 R_1 和 R_2 是斜率为负的连续函数；此外，还要求两曲线只交叉一次，且在交叉点 R_1 比 R_2 更陡。满足这些条件的库诺特模型是重复剔除严格劣战略可解的。如果这些条件不满足，

---

① 参阅弗得伯格和泰勒尔（1991）第 2 章 2.1.2。

我们就无法用重复剔除的办法找到均衡解。此外，如果存在3个以上的寡头企业，重复剔除也无法给出均衡解。

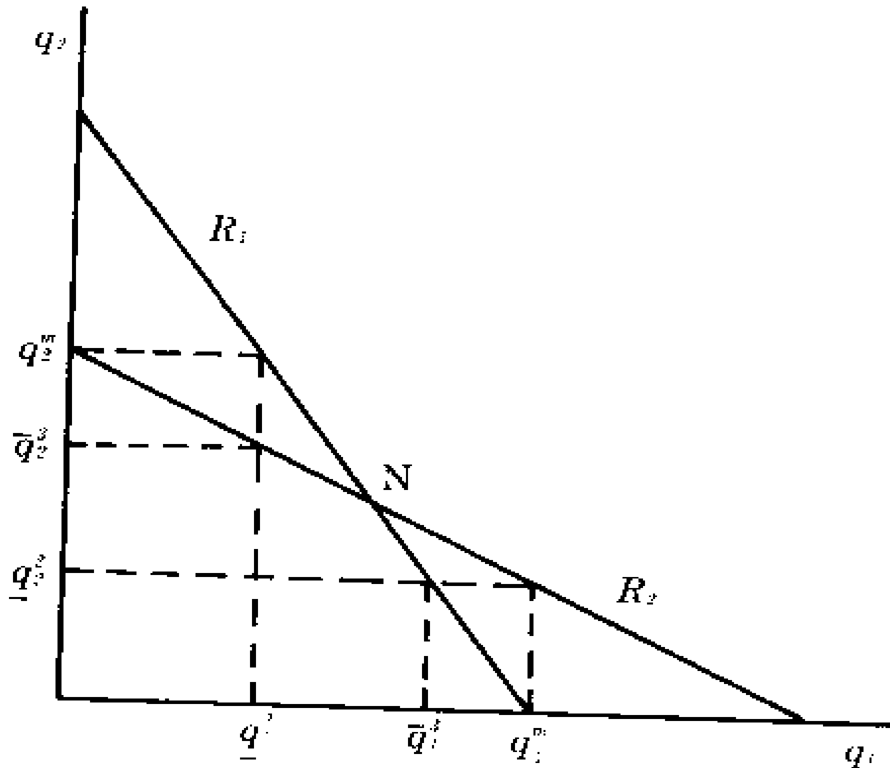


图1.2　库诺特模型：重复剔除过程

1.3—2　豪泰林(Hotelling)价格竞争模型

在库诺特模型中，产品是同质的(homogenous)。在这个假设下，如果企业的竞争战略是价格而不是产量，伯川德(Bertrand,1883)证明，即使只有两个企业，在均衡情况下，价格等于边际成本，企业的利润为零，与完全竞争市场均衡一样。这便是所谓的"伯川德悖论"(Bertrand Paradox)。解开这个悖论的办法之一是引入产品的差异性。如果不同企业生产的产品是有差异的，替代弹性就不会是无限的，此时消费者对不同企业的产品有着不同的偏好，价格不是他们感兴趣的唯一变量。在存在产品差异的情况下，均衡价格不会等于

边际成本。

产品差异有多种形式。我们现在考虑一种特殊的差异,即空间上的差异(spacial differentiation),这就是经典的豪泰林(Hotelling, 1929)模型。[1] 在豪泰林模型中,产品在物质性能上是相同的,但在空间位置上有差异。因为不同位置上的消费者要支付不同的运输成本,他们关心的是价格与运输成本之和,而不单是价格。[2] 假定有一个长度为1的线性城市,消费者均匀地分布在[0,1]区间里,分布密度为1。假定有两个商店,分别位于城市的两端,商店1在$x=0$,商店2在$x=1$,出售物质性能相同的产品。每个商店提供单位产品的成本为c,消费者购买商品的旅行成本与离商店的距离成比例,单位距离的成本为t。这样,住在x的消费者如果在商店1采购,要花费tx的旅行成本;如果在商店2采购,要花费$t(1-x)$。假定消费者具有单位需求,即或者消费1个单位或者消费0个单位。消费者从消费中得到的消费剩余为s。

我们现在考虑两商店之间价格竞争的纳什均衡。假定两个商店同时选择自己的销售价格。为了简单起见,我们假定s相对于购买总成本(价格加旅行费用)而言足够大从而所有消费者都购买一个单位的产品。令p_i为商店i的价格,$D_i(p_1,p_2)$为需求函数,$i=1,2$。如果住在x的消费者在两个商店之间是无差异的,那么,所有住在x左边的将都在商店1购买,而住在x右边的将在商店2购买,需求分别为$D_1=x$,

① 下面的例子主要取自泰勒尔(1988)。

② 豪泰林模型可以有多种解释,一种解释是消费者有不同的口味,比如说,"位置"代表消费者喜欢甜味的程度。

$D_2 = 1 - x$。这里，x 满足：

$$p_1 + tx = p_2 + t(1 - x)$$

解上式得需求函数分别为：

$$D_1(p_1, p_2) = x = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - x = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}$$

利润函数分别为：

$$\pi_1(p_1, p_2) = (p_1 - c)D_1(p_1, p_2)$$
$$= \frac{1}{2t}(p_1 - c)(p_2 - p_1 + t)$$
$$\pi_2(p_1, p_2) = (p_2 - c)D_2(p_1, p_2)$$
$$= \frac{1}{2t}(p_2 - c)(p_1 - p_2 + t)$$

商店 i 选择自己的价格 p_i 最大化利润 π_i，给定 p_j，两个一阶条件分别是：

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = p_2 + c + t - 2p_1 = 0$$

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = p_1 + c + t - 2p_2 = 0$$

二阶条件是满足的。解上述两个一阶条件，得最优解为(注意对称性)：

$$p_1^* = p_2^* = c + t$$

每个企业的均衡利润为：

$$\pi_1 = \pi_2 = \frac{t}{2}$$

我们将消费者的位置差异解释为产品差异，这个差异进一步可解释为消费者购买产品的旅行成本。旅行成本越高，产

品的差异就越大，均衡价格从而均衡利润也就越高。原因在于，随着旅行成本的上升，不同商店出售的产品之间的替代性下降，每个商店对附近的消费者的垄断力加强，商店之间的竞争越来越弱，消费者对价格的敏感度下降，从而每个商店的最优价格更接近于垄断价格。另一方面，当旅行成本为零时，不同商店的产品之间具有完全的替代性，没有任何一个商店可以把价格定得高于成本，我们得到伯川德均衡结果。

在以上的分析中，我们假定两个商店分别位于城市的两个极端。事实上，均衡结果对于商店的位置是很敏感的。考虑另一个极端的情况，假定两个商店位于同一个位置 x_0，此时，他们出售的是同质的产品，消费者关心的只是价格，那么，伯川德均衡是唯一的均衡：

$$p_1 = p_2 = c, \quad \pi_1 = \pi_2 = 0$$

更为一般地，我们可以讨论商店位于任何位置的情况。假定商店 1 位于 $a \geqslant 0$，商店 2 位于 $1-b$（这里 $b \geqslant 0$）。为不失一般性，假定 $1-a-b \geqslant 0$（即商店 1 位于商店 2 的左边）。如果旅行成本为二次式，即旅行成本为 td^2，这里 d 是消费者到商店的距离，那么，需求函数分别为：

$$D_1(p_1, p_2) = x = a + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t(1-a-b)}$$

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - x = b + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t(1-a-b)}$$

需求函数的第一项是商店自己的“地盘”（a 是住在商店 1 左边的消费者，b 是住在商店 2 右边的消费者），第二项是位于两商店之间的消费者中靠近自己的一半，第三项代表需求对价格差异的敏感度。

纳什均衡为：

$$p_1^*(a,b)=c+t(1-a-b)(1+\frac{a-b}{3})$$

$$p_2^*(a,b)=c+t(1-a-b)(1+\frac{b-a}{3})$$

当 $a=b=0$ 时，商店 1 位于 0，商店 2 位于 1，我们回到前面讨论的第一种情况：

$$p_1^*(0,1)=p_2^*(0,1)=c+t$$

当 $a=1-b$ 时，两个商店位于同一位置，我们走到另一个极端：

$$p_1^*(a,1-a)=p_2^*(a,1-a)=c$$

1.3—3 公共地的悲剧

公共地的悲剧（tragedy of the commons）是制度经济学家非常熟悉的例子（Hardin，1968），这个例子证明，如果一种资源没有排他性的所有权，就会导致对这种资源的过度使用。像公海捕鱼就属于这样一类问题。中国一些地区小煤窑的过度发展也属于这类问题。

考虑一个有 n 个农民的村庄共同拥有一片草地，每个农民都有在草地上放牧的自由。每年春天，每个农民要决定自己养多少只羊。我们用 $g_i\in[0,\infty)$ 代表第 i 个农民饲养的数量，$i=1,2,\cdots,n$；$G=\sum_{i=1}^{n}g_i$，代表 n 个农民饲养的总数量；v 代表每只羊的平均价值。一个重要的假设是 v 是 G 的函数，$v=v(G)$。因为每只羊至少要一定数量的草才不至于饿死，有一个最大可存活的数量 G_{max}：当 $G<G_{max}$ 时，$v(G)>0$；当 $G\geq$

G_{max}，$v(G)=0$。当草地上的羊很少时，增加一只也许不会对其他羊的价值有太大的不利影响，但随着饲养量的不断增加，每只羊的价值会急剧下降，因此，我们假定：

$$\frac{\partial v}{\partial G}<0,\frac{\partial^2 v}{\partial G^2}<0$$

如图 1.3 所示。

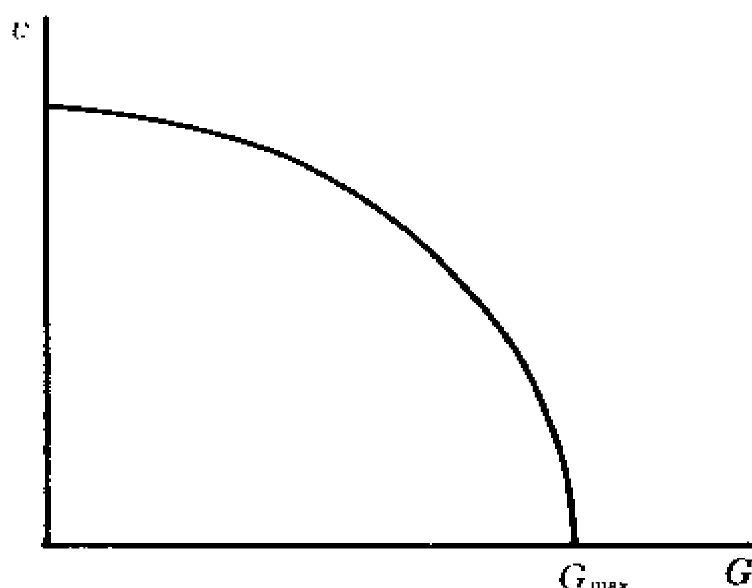


图 1.3　每只羊的价值随饲养总数量的增加而下降

在这个博弈里，每个农民的问题是选择 g_i 以最大化自己的利润。假定购买一只羊羔的价格为 c，那么，利润函数为：

$$\pi_i(g_1,\cdots,g_i,\cdots,g_n)=g_i v(\sum g_j)-g_i c,\ i=1,2,\cdots,n$$

最优化的一阶条件是：

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial g_i}=v(G)+g_i v'(G)-c=0,\ i=1,2,\cdots n$$

上述一阶条件可以作如下解释：增加一只羊有正负两方面的效应，正的效应是这只羊本身的价值 v，负的效应是这只

羊使所有之前的羊的价值下降($g_i v' < 0$)。最优解满足边际收益等于边际成本的条件。

上述 n 个一阶条件定义了 n 个反应函数：

$$g_i^* = g_i(g_1, \cdots, g_{i-1}, g_{i+1}, \cdots, g_n),\ i = 1,2,\cdots,n$$

因为，

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial g_i^2} = v'(G) + v'(G) + g_i v''(G) < 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi_i}{\partial g_j \partial g_i} = v'(G) + g_i v''(G) < 0$$

所以，

$$\frac{\partial g_i}{\partial g_j} = -\frac{\dfrac{\partial^2 \pi_i}{\partial g_j \partial g_i}}{\dfrac{\partial^2 \pi_i}{\partial g_i^2}} < 0$$

就是说，第 i 个农民的最优饲养量随其他农民的饲养量的增加而递减。n 个反应函数的交叉点就是纳什均衡：$g^* = (g_1^*, \cdots, g_i^*, \cdots, g_n^*)$，纳什均衡的总饲养量为 $G^* = \sum_{i=1}^{n} g_i^*$。

仔细观察一阶条件，我们发现，尽管每个农民在决定增加饲养量时考虑了对现有羊的价值的负效应，但他考虑的只是对自己羊的影响，而并不是对所有羊的影响。因此，最优点上个人边际成本小于社会边际成本，纳什均衡的总饲养量大于社会最优的饲养量。这一点也可以用下述办法证明。

将 n 个一阶条件相加，我们得到：

$$v(G^*) + \frac{G^*}{n} v'(G^*) = c$$

社会最优的目标是最大化如下定义的社会总剩余价值：

$$\underset{G}{\mathrm{Max}}\, Gv(G) - Gc$$

最优化的一阶条件为：

$$v(G^{**}) + G^{**}v'(G^{**}) = c$$

这里，G^{**}是社会最优的饲养量。比较社会最优的一阶条件与个人最优的一阶条件可以看出，$G^{*} > G^{**}$，公有草地被过度使用了。这就是公共地的悲剧！

1.3—4 公共物品的私人自愿供给

与上述公共地的悲剧的情况正相反，公共物品的私人自愿供给会导致供给不足。

设想一个由 n 个居民组成的社团正在建设一座防洪大堤，每个居民自愿提供沙袋，沙袋的总供给等于所有居民个人供给之和。沙袋的总供给越大，大堤越坚固，所有居民都受益。

设第 i 个居民的贡献为 g_i，总供给为 $G = \sum_{i=1}^{n} g_i$。假定居民 i 的效用函数为 $u_i(x_i, G)$，这里 x_i 是私人物品的消费量。我们假定 $\partial u_i / \partial x_i > 0$，$\partial u_i / \partial G > 0$，且私人物品和公共物品之间的边际替代率是递减的。令 p_x 为私人物品的价格，p_G 为沙袋的价格，M_i 为个人总预算收入。那么，每个居民面临的问题是给定其他居民的选择的情况下，选择自己的最优战略(x_i, g_i)以最大化下列目标函数：

$$L_i = u_i(x_i, G) + \lambda(M_i - p_x x_i - p_G g_i)$$

这里，λ 是拉格朗日乘数。

最优化的一阶条件为：

$$\frac{\partial u_i}{\partial G} - \lambda p_G = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda p_x = 0$$

因此，

$$\frac{\partial u_i/\partial G}{\partial u_i/\partial x_i} = \frac{P_G}{p_x}, i = 1,2,\cdots,n$$

这是我们在消费者理论中所熟悉的均衡条件。每个居民选择购买公共物品就如同它是私人物品一样，假定其他人的选择给定。n 个均衡条件决定了公共物品自愿供给的纳什均衡：$g^* = (g_1^*, \cdots, g_i^*, \cdots, g_n^*), G^* = \sum_{i=1}^{n} g_i^*$。

现在让我们来考虑帕累托最优解。假定社会福利函数采取下列形式：

$$W = \gamma_1 u_1 + \cdots + \gamma_i u_i + \cdots + \gamma_n u_n, \gamma_i \geqslant 0$$

总预算约束为：

$$\sum_{i=1}^{n} M_i = p_x \sum_{i=1}^{n} x_i + p_G G$$

帕累托最优的一阶条件是：

$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_i \frac{\partial u_i}{\partial G} - \lambda p_G = 0$$

$$\gamma_i \frac{\partial u_i}{\partial x_i} - \lambda p_x = 0, i = 1,2,\cdots,n$$

这里 λ 是拉格朗日乘数。使用 n 个等式消除掉 γ_i，我们得到均衡条件：

$$\sum \frac{\partial u_i/\partial G}{\partial u_i/\partial x_i} = \frac{p_G}{p_x}$$

这就是所谓的存在公共物品情况下帕累托最优的萨缪尔逊条件(Samuelson，1954)。尽管个人最优选择导致个人边际替代率等于价格比率，帕累托最优要求所有居民的边际替代

率之和等于价格比率。帕累托均衡条件可以重新写为：

$$\frac{\partial u_j/\partial G}{\partial u_j/\partial x_j}=\frac{p_G}{p_x}-\sum_{i\neq j}\frac{\partial u_i/\partial G}{\partial u_i/\partial x_i}$$

这意味着帕累托最优的公共物品供给大于纳什均衡的公共物品供给。为了对这一点有更为直观的认识，让我们假定个人效用函数取柯布—道格拉斯形式，即 $u_i=x_i^\alpha G^\beta$，这里 $0<\alpha<1,0<\beta<1,\alpha+\beta\leqslant 1$。在这个假设下，个人最优的均衡条件为：

$$\frac{\beta x_i^\alpha G^{\beta-1}}{\alpha x_i^{\alpha-1}G^\beta}=\frac{p_G}{p_x}$$

将预算约束条件代入并整理，得反应函数为：

$$g_i^*=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{M_i}{p_G}-\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\sum_{j\neq i}g_j,\ i=1,2,\cdots,n$$

反应函数意味着，一个人相信其他人提供的公共物品越多，他自己的供给就越少。如果 $n=2$，我们可以在几何图形上划出两条反应曲线，两条曲线的交点就是纳什均衡。

一般地，如果所有居民有相同的收入水平，均衡情况下所有居民提供相同的公共物品，纳什均衡为：

$$g_i^*=\frac{\beta}{\alpha n+\beta}\frac{M}{p_G},i=1,2,\cdots n$$

纳什均衡的总供给为：

$$G^*=ng_i^*=\frac{n\beta}{\alpha n+\beta}\frac{M}{p_G}$$

在所有人具有相同收入的假设下，帕累托最优的一阶条件为：

$$n\frac{\beta x_i^\alpha G^{\beta-1}}{\alpha x_i^{\alpha-1}G^\beta}=\frac{p_G}{p_x}$$

将预算约束代入，得到单个人的帕累托最优贡献为：

$$g_i^{**}=\frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_G}$$

公共物品的总供给为：

$$G^{**}=ng_i^{**}=\frac{n\beta}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_g}$$

纳什均衡的总供给与帕累托最优的总供给的比率为：

$$\frac{G^*}{G^{**}}=\frac{\alpha+\beta}{\alpha n+\beta}<1$$

就是说，公共物品的纳什均衡供给小于帕累托最优供给，且二者之间的差距随着社区居民人数的增加而扩大。供给不足的程度与效用函数的特征有关(Cornes 和 Sandle，1986，第 5 章)。比如说，如果效用函数为柯布—道格拉斯形式，β 相对于 α 的比率越大，供给不足就越小；当 α 趋向于零时，纳什均衡供给趋向于帕累托最优水平。此外，供给不足的程度会随着收入分配的差距的扩大而减弱 (Olson，1982)。比如说，假定社区由两人组成，如果 $M_1=M_2=1.5m$ (即平均收入分配)，纳什均衡为：

$$(g_1^*,g_2^*)=(\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\frac{1.5m}{p_G},\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\frac{1.5m}{p_G})$$

纳什均衡总供给为：

$$G^*=g_1^*+g_2^*=\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\frac{3m}{p_G}$$

对比之下，如果居民 1 的收入是居民 2 的 2 倍，即 $M_1=2m$，$M_2=m$，假定 $\alpha\geqslant\beta$，纳什均衡为：

$$(g_1^*,g_2^*)=(\frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{2m}{p_G},0)$$

就是说，只有高收入居民提供公共物品，低收入居民只是搭便车。容易验证，收入平均分配下的纳什均衡总供给小于收入分配不均时的纳什均衡供给[1]，即：

$$\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\frac{3m}{p_G}\leqslant\frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{2m}{p_G}$$

上述例子表明，当收入分配不平均时，公共物品的自愿供给可能变成一个智猪博弈，这里，高收入者是大猪，低收入者是小猪，原因是高收入者提供公共物品的外部效应较小。这种情况在现实中是观察得到的，比如说，在一个古老的村庄，住着一富户和一穷户，村前有一条路要修，一般来说，出钱的总是富户，因为富户家常常是高朋满座，坐车坐轿的都有，而穷户家只是自己穿着破鞋走路，路修好了走起来舒服，修不好也不是什么大不了的事情。

表 1.11 公共物品的斗鸡博弈

		富人 B 修	富人 B 不修
富人 A	修	3,3	2,4
	不修	4,2	1,1

当然，在有些情况下，公共物品的提供也可能变成一个斗鸡博弈问题。比如说，村里住的是两户富人，而不是一穷一富，每户都有修或不修两种选择，不同战略组合下的支付矩阵如表 1.11 所示。在这个博弈里，有两个纳什均衡：(修，不修)和(不修，修)，即别人修自己就不修，别人不修自己就修(为什么两户不能坐下来商量共同出资修路呢？或许是因为两家关系

① 有兴趣的读者可以验证一下 α 和 β 取其他值的情况。

不太和睦，谁也不愿意理谁）。

总结一下，公共物品的供给可能是一个囚徒困境问题，也可能是智猪博弈问题，还可能是一个斗鸡博弈问题，依环境而定。

1.3.5 基础设施建设：中央政府和地方政府之间的博弈

在80年代，中国经济建设中的一个引人注目的现象是地方政府热衷于投资加工业而忽视基础设施的投资，这种现象引起许多经济学家的关注，被批评为地方政府投资行为不合理的表现。但进入90年代以后，出乎许多经济学家的预料之外，地方政府又开始大量投资于基础设施建设。这一现象可以用博弈模型来解释。尽管使用下一章的动态博弈模型也许更为恰当，但下面的静态博弈分析也有相当的解释力。[①]

我们用 C 和 L 分别代表中央政府和地方政府，E 和 I 分别代表基础设施投资和加工业投资水平，这样，E_C 为中央政府投资于基础设施的资金，E_L 为地方政府投资于基础设施的资金，I_C 为中央政府投资于加工业的资金，I_L 为地方政府投资于加工业的资金。假定中央政府和地方政府投资的收益函数分别取如下柯布—道格拉斯形式：

$$中央政府：R_C = (E_C + E_L)^{\gamma}(I_C + I_L)^{\beta}$$

$$地方政府：R_L = (E_C + E_L)^{\alpha}(I_C + I_L)^{\beta}$$

这里，$0<\alpha,\beta,\gamma<1$；$\alpha+\beta\leqslant1$；$\gamma+\beta\leqslant1$。因为基础设施投资有外部效应，中央政府考虑这种效应而地方政府不考虑，因此我们假定 $\alpha<\gamma$。这是本模型的一个重要假设。

---

① 这里的模型是我和金立佐在牛津大学时搞的一个模型的扩展。

在这个博弈里，中央政府和地方政府的战略是选择各自的投资分配，假定对方的投资分配给定。我们用 B_C 和 B_L 分别代表中央政府和地方政府可用于投资的总预算资金。假定中央政府和地方政府的目标都是在满足预算约束的前提下最大化各自的收益函数。那么，中央政府的问题是：

$$\max_{\{E_C, I_C\}} R_C = (E_C + E_L)^{\gamma}(I_C + I_L)^{\beta}$$

$$\text{s.t. } E_C + I_C \leqslant B_C, E_C \geqslant 0, I_C \geqslant 0$$

地方政府的问题是：

$$\max_{\{E_L, I_L\}} R_L = (E_C + E_L)^{\alpha}(I_C + I_L)^{\beta}$$

$$\text{s.t. } E_L + I_L \leqslant B_L, E_L \geqslant 0, I_L \geqslant 0$$

假定预算约束条件的等式成立(即全部可投资资金用于投资)。解上述最优化问题的一阶条件，我们得到中央政府和地方政府的反应函数分别为：

中央政府：

$$E_C^* = \max\{\frac{\gamma}{\gamma + \beta}(B_C + B_L) - E_L, 0\}$$

地方政府：

$$E_L^* = \max\{\frac{\alpha}{\alpha + \beta}(B_C + B_L) - E_C, 0\}$$

这里，我们使用预算约束条件消掉了 I_C 和 I_L。上述反应函数意味着，地方政府在基础设施上的投资每增加一个单位，中央政府的最优投资就减少一个单位；地方政府的反应函数可以作类似的解释。重要的是，中央政府理想的基础设施的最优投资总规模大于地方政府理想的基础设施的最优投资总规模：

$$E_C^* + E_L = \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C + B_L) > \frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C + B_L)$$
$$= E_L^* + E_C$$

上述不等式意味着，在均衡点，至少有一方的最优解是角点解。让我们借助几何图形来说明这一点并找出纳什均衡。

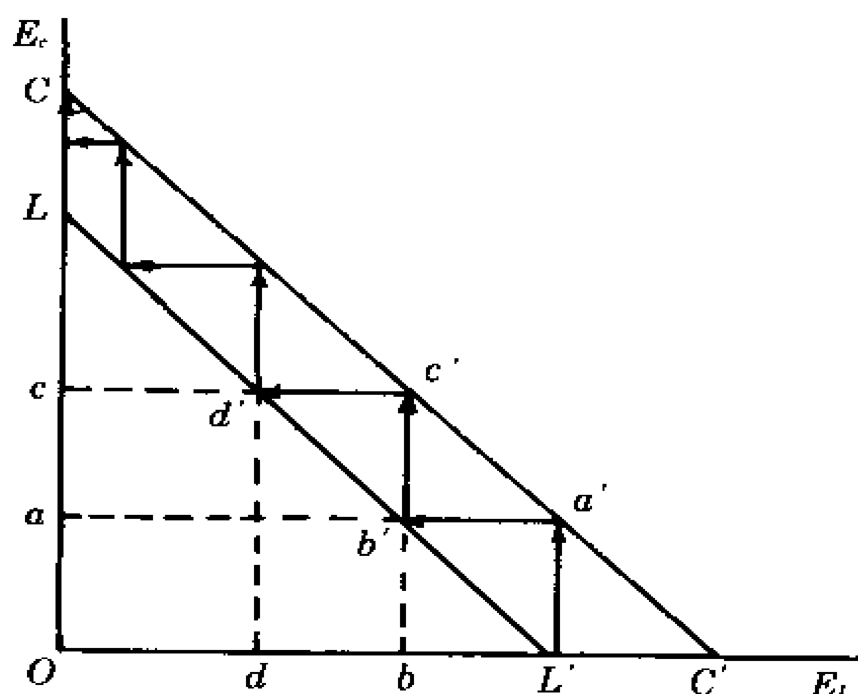


图 1.4　基础设施投资的博弈

在图 1.4 中，我们划出两条反应曲线，其中 CC' 代表中央政府的反应曲线，LL' 代表地方政府的反应曲线；$OC=OC'=\frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$，$OL=OL'=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L)$。首先假定 $B_C \geqslant \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$，即中央政府可用于投资的总预算大于中央政府理想的基础设施的最优投资规模。使用重复剔除严格劣战略的方法，我们得到 C 是唯一的纳什均衡点。比如说，给定地方政府不会选择 $E_L > OL'$，对中央政府来说，$[0,a)$ 严格劣于

$[a,C]$，因此，第一轮剔除得到$(OL',[a,C])$。其次，给定地方政府知道中央政府不会选择$E_C<a$，对地方政府来说，$(b,L']$严格劣于$[0,b]$，因此，第二轮剔除得到$([0,b],[a,C])$。如此不断重复剔除，$(0,OL)$是唯一剩下的战略组合。

命题 1：如果$B_C \geqslant \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$，纳什均衡是：

$$E_L^* = 0, I_L^* = B_L;\ E_C^* = \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L),$$

$$I_C^* = B_C - \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$$

即地方政府将全部资金投资于加工业，中央政府满足所有基础设施投资的需求，然后将剩余资金投资于加工业。

现在考虑$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L) \leqslant B_C < \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$的情况，即中央政府的预算资金小于中央政府理想的基础设施最优投资规模但大于地方政府理想的基础设施最优投资规模。使用图 1.4，容易证明：

命题 2：如果$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L) \leqslant B_C < \frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$，纳什均衡为：

$$E_L^* = 0, I_L^* = B_L;\ E_C^* = B_C, I_C^* = 0$$

即地方政府将全部资金投资于加工业，中央政府将全部资金投资于基础设施。

再考虑$B_C < \frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L)$的情况，即中央政府的总预

算资金甚至小于地方政府理想的基础设施最优投资规模。在图 1.4 中，比如说，假定 $B_C=a$，那么，给定地方政府知道中央政府投资于基础设施的资金不会大于 a，地方政府的最优选择是 $E_L^*=b$；给定地方政府选择 $E_L=b$，中央政府有无兴趣选择 $E_C<a$ 呢？没有！因此，我们有：

命题 3：如果 $B_C<\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L)$，纳什均衡为：

$$E_L^*=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}(B_C+B_L)-B_C=\frac{\alpha}{\alpha+\beta}B_L-\frac{\beta}{\alpha+\beta}B_C>0$$

$$I_L^*=B_L-E_L^*=\frac{\beta}{\alpha+\beta}(B_C+B_L)>0$$

$$E_C^*=B_C, I_C^*=0$$

就是说，中央政府将全部资金投资于基础设施建设，地方政府"弥补"中央投资的不足直到地方政府的理想状态，然后将剩余资金投资于加工业。而且，地方政府投资于基础设施的资金随中央政府预算资金的减少而增加，比如说，给定地方政府的预算资金 B_L，中央政府的预算资金每减少 1 元，地方政府投资于基础设施的资金就增加$\frac{\beta}{\alpha+\beta}$元；给定中央政府和地方政府的总预算，中央政府预算每减少 1 元，地方政府的预算就增加 1 元，地方政府投资于基础设施的预算就增加 1 元（$\frac{\alpha}{\alpha+\beta}+\frac{\beta}{\alpha+\beta}=1$）。

综合上述三种情况，我们看到，在第一种情况下，投资资金的分配格局满足了中央政府的偏好：

$$E^*=E_L^*+E_C^*=\frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)$$

$$I^* = I_L^* + I_C^* = \frac{\beta}{\gamma + \beta}(B_C + B_L)$$

在第二种情况下，投资资金的分配格局介于中央政府的偏好和地方政府的偏好之间：

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta}(B_C + B_L) \leqslant E_L^* + E_C^* = B_C < \frac{\gamma}{\gamma + \beta}(B_C + B_L)$$

$$\frac{\beta}{\alpha + \beta}(B_C + B_L) \geqslant I_L^* + I_C^* = B_L > \frac{\beta}{\gamma + \beta}(B_C + B_L)$$

在第三种情况下，投资资金的分配格局满足了地方政府的偏好：

$$E^* = E_L^* + E_C^* = \frac{\alpha}{\alpha + \beta}(B_C + B_L)$$

$$I^* = I_L^* + I_C^* = \frac{\beta}{\alpha + \beta}(B_C + B_L)$$

上述模型尽管非常简单，但大致上可以解释改革开放以来中国基础设施投资格局的变化过程。在改革的早期阶段，中央政府可用于投资的预算资金相对较多，大概处于上述第一、第二种情况，地方政府当然没有兴趣投资于基础设施建设，尽管从中央的角度看，基础设施的投资是不足的。随着中央预算资金的减少，我们进入第三种情况，即使中央投资预算全部用于基础设施建设，也难以满足地方政府的偏好，地方政府就不得不自己动手搞基础设施建设。进入 90 年代后，中央政府几乎拿不出什么钱投资于地方政府所关心的基础设施建设，地方政府投资于基础设施建设的资金就大幅度增加。

应该指出的是，上述模型并不能为提高中央预算的比例提供理论依据，因为我们忽略了激励机制这个问题。由于激励机制的原因，总预算资金（$B_C + B_L$）并不独立于预算资金的分

配格局。比如说，如果全部预算收归中央所有，地方政府就没有发展经济的积极性，总预算资金就会减少，其结果是，即使从中央角度看投资比例合理了，投资于基础设施建设的总资金可能小于现在的水平。我们可以使用上述模型来说明这一点。假定 $\alpha=0.4, \gamma=0.5, \beta=0.5$；再假定当 $B_C : B_L=1:2$（即中央预算占总预算的三分之一）时，总预算资金 $B_C+B_L=3m$（其中 $B_C=m, B_L=2m$），因为此时 $\frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)=1.5m>B_C=m$，中央政府将全部预算投资于基础设施，地方政府将选择 $E_L^*=0.332m$，投资于基础设施的总资金为 $E^*=m+0.332m=1.332m$，等于地方政府偏好的投资水平，但小于中央政府偏好的投资水平 $1.5m$。现在假定当预算的分配提高到 $B_C : B_L=1:1$ 时（即中央预算占总预算的二分之一），总预算资金为 $B_C+B_L=2.4m$（其中 $B_C=1.2m, B_L=1.2m$；总预算资金下降了 20%，因为地方政府的积极性下降了，但注意，中央的预算上升了）。此时，$\frac{\gamma}{\gamma+\beta}(B_C+B_L)=1.2m=B_C$，中央政府将全部预算投资于基础设施建设，地方政府将全部预算投资于加工业，投资于基础设施建设的总资金为 $E^*=B_C=1.2m$。尽管这样的投资分配格局满足了中央政府的偏好（因此是“合理的”），但与前一种情况相比，基础设施投资的总资金由 $1.332m$ 下降到 $1.2m$，下降了 10%，更不用说对其他方面的影响了。

还应该指出的是，在上述模型中，我们没有考虑基础设施的地方特性。在像中国这样大的国家，许多基础设施的地方性很强，其外部效应很难溢出到其他地区。对于这类基础设施，只要中央不投资，地方就会投资，并且，地方的最优水平也就

是全国的最优水平。这可能是近几年来各地大力建设高速公路的重要原因。对于那些地方性大于全国性的基础设施来说，出现“过度”投资的情况是可能的。

1.4 混合战略纳什均衡

在 1.2 节，我们将纳什均衡定义为一组满足所有参与人的效用最大化要求的战略组合，即：$(s_1^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_n^*)$是一个纳什均衡，当只当对于所有的 i，$s_i^*\in\arg\max u_i(s_i,s_{-i}^*)$。根据这一定义，有些博弈不存在纳什均衡。考虑下列两个例子。

例一，社会福利博弈。在这个博弈里，参与人是政府和一个流浪汉，流浪汉有两个战略：寻找工作或游荡；政府也有两个战略：救济或不救济。政府想帮助流浪汉，但前提是后者必须试图寻找工作，否则，前者不予帮助；而流浪汉只有在得不到政府救济时才会寻找工作。类似这样的问题，在父母决定给予懒惰的儿子多少资助时也会出现。表 1.12 给出了这个博弈的支付矩阵。

表 1.12 社会福利博弈

		流浪汉	
		寻找工作	游荡
政府	救济	3,2	−1,3
	不救济	−1,1	0,0

这个博弈不存在纳什均衡。给定政府救济，流浪汉的最优战略是游荡；给定流浪汉游荡，政府的最优战略是不救济；给

定政府不救济，流浪汉的最优战略是寻找工作；而给定流浪汉寻找工作，政府的最优战略是救济；如此等等，没有一个战略组合构成纳什均衡。

例二，猜谜游戏(matching pennies)。这个故事讲的是，两个儿童手里各拿着一枚硬币，决定要显示正面向上还是反面向上。如果两枚硬币同时正面向上或同时反面向上，儿童 A 付给儿童 B 1 分钱；如果两枚硬币只有一枚正面向上，儿童 B 付给儿童 A 1 分钱。表 1.13 给出这个博弈的支付矩阵。

表 1.13　猜谜游戏

		儿童 B	
		正面	反面
儿童 A	正面	−1,1	1, 1
	反面	1,−1	−1,1

这个博弈事实上是一个零和博弈，一方所得即另一方所失，也没有纳什均衡。比如说，(正面，正面)不是纳什均衡，因为给定 B 选择正面，A 的最优选择是反面；(反面，正面)也不是纳什均衡，因为如果 A 选择反面，B 也将选择反面。类似地，(正面，反面)和(反面，反面)都不是纳什均衡。

上述两个博弈的显著特征是，每一个参与人都想猜透对方的战略，而每一个参与人又都不能让对方猜透自己的战略。这样的问题在诸如扑克比赛、橄榄球赛、战争等情况中都会出现。在所有这类博弈中，都不存在纳什均衡。

但是，尽管上述两个博弈不存在 1.2 节所定义的纳什均衡，却存在下面将要定义的混合战略纳什均衡。这里，混合战略指的是参与人以一定的概率选择某种战略，比如说，参与人

以 0.3 的概率选择第一种战略，以 0.5 的概率选择第二种战略，以 0.2 的概率选择第三种战略。如果一个参与人采取混合战略，他的对手就不能准确地猜出他实际上会选择的战略，尽管在均衡点，每个参与人都知道其他参与人不同战略的概率分布。为了区别于这种情况，我们将 1.2 节定义的纳什均衡称为“纯”战略纳什均衡。

考虑社会福利博弈的例子。设想政府以 1/2 的概率选择救济，1/2 的概率选择不救济。那么，对流浪汉来说，选择寻找工作带来的期望效用为 $1/2\times2+1/2\times1=1.5$，选择游荡带来的期望效用为 $1/2\times3+1/2\times0=1.5$，选择任何混合战略带来的期望效用都是 1.5。所以，流浪汉的任何一种战略（纯的或混合的）都是对政府所选择的混合战略的最优反应。特别地，其中的一种最优混合战略是以 0.2 的概率选择寻找工作，以 0.8 的概率选择游荡。如果流浪汉选择这个混合战略，政府的任何战略（混合的或纯的）带给政府的期望效用为 -0.2。特别地，以 1/2 的概率分别选择救济和不救济当然也是政府对于流浪汉所选择的混合战略的最优反应。这样，我们得到一个混合战略组合，其中政府以 1/2 的概率分别选择救济和不救济，流浪汉以 0.2 的概率选择寻找工作，0.8 的概率选择游荡，每一个参与人的混合战略都是给定对方混合战略时的最优选择。因此，这个混合战略组合是一个纳什均衡。类似地，我们可以发现，在猜谜博弈中，每个儿童都以 1/2 的概率选择正面或反面是一个纳什均衡。

在讨论上述两个例子后，我们现在给出混合战略和混合战略纳什均衡的正式定义。回忆一下，在 1.1 节，我们将战略定义为参与人的一个特定的行动规则。这个定义是非常一般

的概念。我们现在要在纯战略(pure strategies)与混合战略(mixed strategies)之间作出区分。如果一个战略规定参与人在每一个给定的信息情况下只选择一种特定的行动,我们称该战略为纯战略。相反,如果一个战略规定参与人在给定信息情况下以某种概率分布随机地选择不同的行动,我们称该战略为混合战略。在博弈的战略式表述中,混合战略可以定义为在纯战略空间上的概率分布。[①] 在静态博弈里,纯战略等价于特定的行动,混合战略是不同行动之间的随机选择(randomization)。正式地,我们有下述定义:

定义:在 n 个参与人博弈的战略式表述 $G=\{S_1,\cdots,S_n;u_1,\cdots,u_n\}$ 中,假定参与人 i 有 K 个纯战略:$S_i=\{s_{i1},\cdots,s_{iK}\}$,那么,概率分布 $\sigma_i=(\sigma_{i1},\cdots,\sigma_{iK})$ 称为 i 的一个混合战略,这里 $\sigma_{ik}=\sigma(s_{ik})$ 是 i 选择 s_{ik} 的概率,对于所有的 $k=1,\cdots,K$,$0\leqslant\sigma_{ik}\leqslant 1$,$\sum_1^K\sigma_{ik}=1$。

使用上述定义,纯战略可以理解为混合战略的特例,比如说,纯战略 s_i 等价于混合战略 $\sigma_i=(1,0,\cdots,0)$,即选择纯战略 s_i 的概率为 1,选择任何其他纯战略的概率为 0。

我们用 Σ_i 代表 i 的混合战略空间($\sigma_i\in\Sigma_i$),$\sigma=(\sigma_1,\cdots,\sigma_i,\cdots,\sigma_n)$ 代表混合战略组合(mixed strategy profile),其中 σ_i 为 i 的一个混合战略,$\Sigma=\times_i\Sigma_i$ 代表混合战略组合空间($\sigma\in\Sigma$)。

① 在博弈的扩展式表述中,混合战略被称为"行为战略"(behavior strategies)。关于混合战略与行为战略之间的等价性,我们将在 2.1 节讨论。

在纯战略情况下，参与人 i 的支付 u_i 是纯战略组合 $s=(s_1,\cdots,s_i,\cdots,s_n)$的函数，即 $u_i=u_i(s_1,\cdots,s_i,\cdots,s_n)$；对于任何给定的战略组合 $s=(s_1,\cdots,s_i,\cdots,s_n)$，$u_i$ 取一个确定的值。与混合战略相伴随的是支付的不确定性，因为一个参与人并不知道其他参与人的实际战略选择。此时，参与人关心的是期望效用。我们用 $v_i(\sigma)=v_i(\sigma_i,\sigma_{-i})$表示参与人 i 的期望效用函数（其中，$\sigma_{-i}=(\sigma_1,\cdots,\sigma_{i-1},\sigma_{i+1},\cdots,\sigma_n)$是除 i 之外所有其他参与人的混合战略组合），它可以定义为：

$$v_i(\sigma_i,\sigma_{-i})=\sum_{s\in S}\left(\prod_{j=1}^{n}\sigma_j(s_j)\right)u_i(s)$$

让我们以两人博弈为例说明这一点。假定 $S_1=(s_{11},\cdots,s_{1K})$，$S_2=(s_{21},\cdots,s_{2J})$ ，即参与人 1 有 K 个纯战略，参与人 2 有 J 个纯战略。如果参与人 1 相信参与人 2 的混合战略为 $\sigma_2=(\sigma_{21},\cdots,\sigma_{2J})$，那么，参与人 1 选择纯战略 s_{1k}的期望效用为：

$$\sum_{j=1}^{J}\sigma_{2j}u_1(s_{1k},s_{2j})$$

参与人 1 选择混合战略 $\sigma_1=(\sigma_{11},\cdots,\sigma_{1k})$的期望效用为：

$$v_1(\sigma_1,\sigma_2)=\sum_{k=1}^{K}\sigma_{1k}\sum_{j=1}^{J}\sigma_{2j}u_1(s_{1k},s_{2j})=\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J}\sigma_{1k}\sigma_{2j}u_1(s_{1k},s_{2j})$$

这里，$\sigma_{1k}\sigma_{2j}$是参与人 1 选择 s_{1k}且参与人 2 选择 s_{2j}的概率，即纯战略组合(s_{1k},s_{2j})发生的概率。

类似地，如果参与人 1 选择 $\sigma_1=(\sigma_{11},\cdots,\sigma_{1K})$，参与人 2 选择 $\sigma_2=(\sigma_{21},\cdots,\sigma_{2J})$，参与人 2 的期望效用为：

$$\begin{aligned}v_2(\sigma_1,\sigma_2)&=\sum_{j=1}^{J}\sigma_{2j}\sum_{k=1}^{K}\sigma_{1k}u_2(s_{1k},s_{2j})\\&=\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{J}\sigma_{1k}\sigma_{2j}u_2(s_{1k},s_{2j})\end{aligned}$$

有了上述期望效用函数的概念，我们现在可以重新定义纳什均衡。在两人博弈里，混合战略纳什均衡是两个参与人的最优混合战略的组合，这里，最优混合战略是指使期望效用函数最大化的混合战略（给定对方的混合战略）。换言之，如果 $\sigma^*=(\sigma_1^*,\sigma_2^*)$ 是一个纳什均衡，它必须满足：

$$v_1(\sigma_1^*,\sigma_2^*)\geqslant v_1(\sigma_1,\sigma_2^*),\forall\ \sigma_1\in\Sigma_1$$

$$v_2(\sigma_1^*,\sigma_2^*)\geqslant v_2(\sigma_1^*,\sigma_2),\forall\ \sigma_2\in\Sigma_2$$

一般地，我们有：

定义：在 n 个参与人博弈的战略式表述 $G=\{S_1,\cdots,S_n;u_1,\cdots,u_n\}$ 中，混合战略组合 $\sigma^*=(\sigma_1^*,\cdots,\sigma_i^*,\cdots,\sigma_n^*)$ 是一个纳什均衡，如果对于所有的 $i=1,2,\cdots,n$，下式成立：

$$v_i(\sigma_i^*,\sigma_{-i}^*)\geqslant v_i(\sigma_i,\sigma_{-i}^*),\forall\ \sigma_i\in\Sigma_i$$

注意，每个参与人的期望效用是自己的混合概率的线性函数。这一点意味着，如果 $\sigma_i=(\sigma_{i1},\cdots,\sigma_{iK})$ 是相对于给定 σ_{-i} 的一个最优混合战略，那么，对于所有的 $\sigma_{ik}>0$，下式成立：

$$v_i(s_{ik},\sigma_{-i})\geqslant v_i(s_{ik}',\sigma_{-i}),\forall\ s_{ik}'\in S_i$$

就是说，如果 $\sigma_i=(\sigma_{i1},\cdots,\sigma_{iK})$ 是相对于给定的 σ_{-i} 的一个最优混合战略，如果这个混合战略规定 i 以严格正的概率选择纯战略 s_{ik}，那么，s_{ik} 本身一定是相对于 σ_{-i} 的一个最优战略。在两人博弈情况，如果 σ_1 是相对于 $\sigma_2=(\sigma_{21},\cdots,\sigma_{2J})$ 的最优战略，$\sigma_{1k}>0$，则意味着

$$\sum_{j=1}^{J}\sigma_{2j}u_1(s_{1k},s_{2j})\geqslant\sum_{j=1}^{J}\sigma_{2j}u_1(s_{1k'},s_{2j})\ \forall\ s_{1k'}\in S_1$$

进一步，因为所有以正的概率进入最优混合战略的纯战

略都是最优战略，参与人在所有这些纯战略之间一定是无差异的。就是说，如果 $\sigma_{i1}>0,\cdots,\sigma_{iK}>0$，那么

$$v_i(s_{i1},\sigma_{-i}) = v_i(s_{i2},\sigma_{-i}) = \ldots = v_i(s_{iK},\sigma_{-i})$$

反过来，若参与人有几个纯战略是最优的，那么，任何以正的概率选择其中一些或所有这些纯战略的混合战略也是最优的。

根据上述道理，纳什均衡也可以表述如下：

定义：$\sigma^*=(\sigma_1^*,\cdots,\sigma_i^*,\cdots,\sigma_n^*)$是一个纳什均衡，如果对于所有的参与人 i，

$$v_i(\sigma_i^*,\sigma_{-i}^*) \geqslant v_i(s_i,\sigma_{-i}^*),\ \forall\ s_i \in S_i$$

让我们以社会福利博弈为例求解混合战略纳什均衡。假定政府的混合战略为 $\sigma_G=(\theta,1-\theta)$（即政府以 θ 的概率选择救济，$(1-\theta)$的概率选择不救济），流浪汉的混合战略为 $\sigma_L=(\gamma,1-\gamma)$（即流浪汉以 γ 的概率选择寻找工作，$(1-\gamma)$的概率选择游荡）。那么，政府的期望效用函数为：

$$\begin{aligned} v_G(\sigma_G,\sigma_L) &= \theta(3\gamma+(-1)(1-\gamma)) \\ &\quad +(1-\theta)(-\gamma+0(1-\gamma)) \\ &= \theta(4\gamma-1)-(1-\theta)\gamma \\ &= \theta(5\gamma-1)-\gamma \end{aligned}$$

对上述效用函数求微分，得到政府最优化的一阶条件为：

$$\frac{\partial v_G}{\partial \theta} = 5\gamma - 1 = 0$$

因此，

$$\gamma^* = 0.2$$

就是说，在混合战略均衡，流浪汉以 0.2 的概率选择寻找

工作，0.8的概率选择游荡。

读者或许感到奇怪的是，我们解的是政府的最优化问题，但得到的却是流浪汉的混合战略。这个问题可以作如下解释。我们首先假定最优混合战略是存在的。给定流浪汉选择混合战略$(\gamma,1-\gamma)$，政府选择纯战略救济(即$\theta=1$)的期望效用为：

$$v_G(1,\gamma)=3\gamma+(-1)(1-\gamma)=4\gamma-1$$

(这里，我们省略了选择第二个纯战略的概率。)选择纯战略不救济(即$\theta=0$)的期望效用为：

$$v_G(0,\gamma)=-1\gamma+0(1-\gamma)=-\gamma$$

如果一个混合战略$(\theta\neq 0,1)$是政府的最优选择，那一定意味着政府在救济与不救济之间是无差异的，即：

$$v_G(1,\gamma)=4\gamma-1=-\gamma=v_G(0,\gamma)$$

上述等式意味着$\gamma^*=0.2$。就是说，如果$\gamma<0.2$，政府将选择不救济；如果$\gamma>0.2$，政府将选择救济；只有当$\gamma=0.2$时，政府才会选择混合战略$(\theta\neq 0,1)$或任何纯战略。

为了找出政府的均衡混合战略，我们需要求解流浪汉的最优化问题。给定$\sigma_G=(\theta,1-\theta)$，$\sigma_L=(\gamma,1-\gamma)$，流浪汉的期望效用函数为：

$$\begin{aligned}v_L(\sigma_G,\sigma_L)&=\gamma(2\theta+1(1-\theta))+(1-\gamma)(3\theta+0(1-\theta))\\&=\gamma(\theta+1)+3(1-\gamma)\theta\\&=-\gamma(2\theta-1)+3\theta\end{aligned}$$

最优化的一阶条件为：

$$\frac{\partial v_L}{\partial\gamma}=-(2\theta-1)=0$$

因此，

$$\theta^* = 0.5$$

我们可以对 $\theta^* = 0.5$ 作类似于我们对 $\gamma^* = 0.2$ 所作的解释。如果 $\theta < 0.5$，流浪汉的最优选择是寻找工作；如果 $\theta > 0.5$，流浪汉的最优选择是游荡；只有当 $\theta^* = 0.5$ 时，流浪汉才会选择混合战略（$\gamma \neq 0,1$）或任何纯战略。

纳什均衡要求每个参与人的混合战略是给定对方的混合战略下的最优选择。因此，在社会福利博弈中，$\theta^* = 0.5$，$\gamma^* = 0.2$ 是唯一的纳什均衡。就是说，在均衡情况下，政府以 0.5 的概率选择救济，0.5 的概率选择不救济；流浪汉以 0.2 的概率选择寻找工作，0.8 的概率选择游荡。这个结论与我们在本节开头非正式讨论给出的结论是一致的。

我们可以从反面来说明 $\theta^* = 0.5$，$\gamma^* = 0.2$ 确实是一个纳什均衡。假定政府认为流浪汉选择寻找工作的概率严格小于 0.2，那么，政府的唯一最优的选择是纯战略不救济；但如果政府以 1 的概率选择不救济，流浪汉的最优选择是寻找工作，这又将导致政府选择救济的战略，流浪汉则选择游荡，如此等等。因此，$\gamma < 0.2$ 不构成纳什均衡。类似地，假定政府认为流浪汉寻找工作的概率严格大于 0.2，那么，政府的唯一最优的选择是纯战略救济；但如果政府以 1 的概率选择救济，流浪汉的最优选择是游荡，因此，$\gamma > 0.2$ 也不构成纳什均衡。容易验证，$\theta < 0.5$ 和 $\theta > 0.5$ 都不构成纳什均衡。

上述混合战略均衡也可以用几何图形来表示。当参与人可以选择混合战略时，他选择任何一个纯战略的概率在 0 与 1 之间是连续的。在讨论连续纯战略均衡时（如库诺特模型），我们使用了反应函数（reaction function）的概念。现在，我们可以使用反应对应（reaction correspondence）的概念来描述

一个参与人对应与其他参与人混合战略的最优选择。两个概念的区别仅仅在于,反应函数表示的是一个参与人只有一个特定的战略是其他人给定战略的最优选择,而反应对应允许一个参与人有多个(甚至无穷多个)战略是其他人给定战略的最优选择。[1] 在上述博弈中,政府和流浪汉的反应对应分别为:

政府:

$$\theta=\begin{cases}0,\text{if}\gamma<0.2\\ [0,1],\text{if}\gamma=0.2\\ 1,\text{if}\gamma>0.2\end{cases}$$

流浪汉:

$$\gamma=\begin{cases}1,\text{if}\theta<0.5\\ [0,1],\text{if}\theta=0.5\\ 0,\text{if}\theta>0.5\end{cases}$$

在图 1.5 中,我们划出政府和流浪汉的反应曲线。两条反应曲线的交叉点就是纳什均衡点。

前面的讨论表明,找出混合战略纳什均衡可以有两种方法,一种是支付最大化方法,另一种是支付等值法,这两种方法是等价的。读者可以仿照我们求解社会福利博弈的步骤找出猜谜博弈的纳什均衡:每个参与人的均衡混合战略是以 0.5 的概率随机地选择任意一个纯战略。

有趣的是,尽管在均衡的情况下,每个参与人在所有构成均衡的纯战略之间是无差异的,均衡却要求每个参与人以特

---

① 熟悉数学上函数与对应概念的读者理解这一点是没有困难的。下一节讨论纳什均衡的存在性时,我们将使用反应对应的概念。

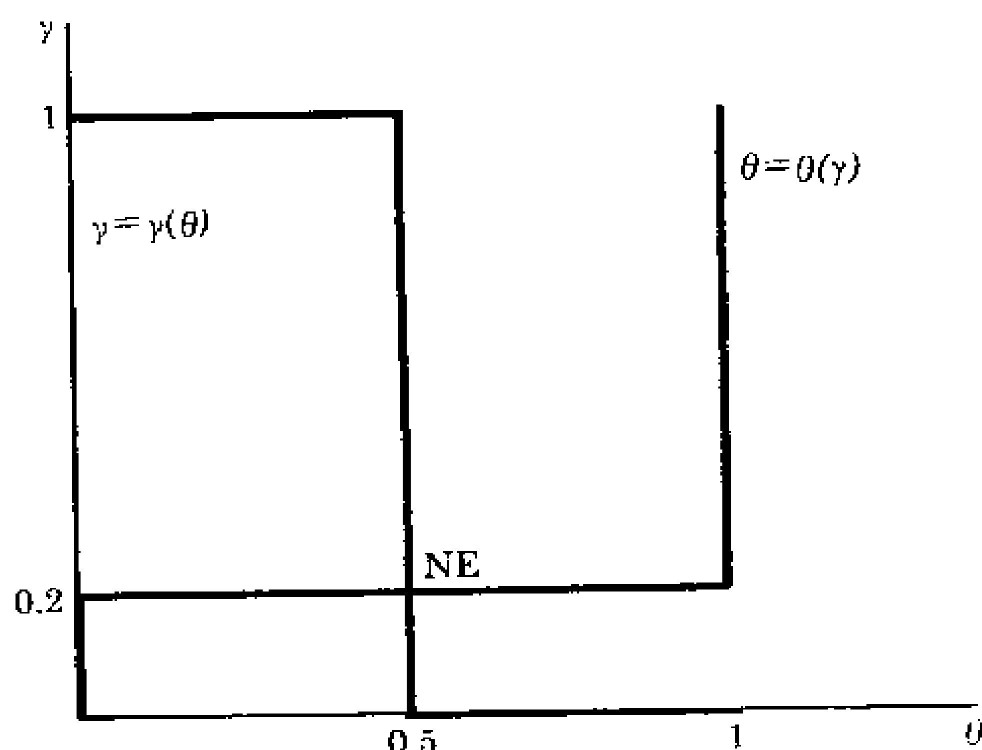


图 1.5 混合战略纳什均衡

定的概率选择纯战略。[1] 进一步，一个参与人选择不同纯战略的概率分布不是由他自己的支付决定的，而是由他的对手的支付决定的。

由于这个原因，许多人认为混合战略纳什均衡是一个难以令人满意的概念。难道在现实世界人们真的是使用类似掷硬币的方法来决定选择什么行动的吗？既然参与人在构成混合战略的不同纯战略之间是无差异的，他为什么不选择一个

① 类似的情况当然不只存在于博弈论中。在一个完全竞争的市场中，企业的均衡利润为零，企业在进入和不进入之间是无差异的。但非常关键的是，有些企业进入，有些不进入，否则，均衡就不存在。类似地，在垄断模型中，如果垄断企业知道某个消费者愿意为产品最大支付 10 元，垄断者就会索取 10 元的价格，此时，消费者在买与不买之间是无差异的，但是，除非消费者购买，否则就不存在均衡。

特定的纯战略而要以特定的概率随机地选择不同的纯战略呢?对此可以作出的一个解释是,一个参与人选择混合战略的目的是给其他参与人造成不确定性,这样,尽管其他参与人知道他选择某个特定纯战略的概率是多少,但他们并不能猜透他实际上会选择哪个纯战略。事实上,正是因为他在几个(或全部)战略之间是无差异的,他的行为才难以预测,混合战略均衡才会存在。如果他严格偏好于某个特定的纯战略,他的行为就会被其他参与人准确地猜透,就不会有混合战略均衡出现。

海萨尼(Harsanyi, 1973)对混合战略的解释是,混合战略均衡等价于不完全信息下的纯战略均衡。在前例中,假定有两类特征的流浪汉,一类选择寻找工作,另一类选择游荡;每个流浪汉都知道自己的特征,但政府并不知道流浪汉的准确特征,只知道一个流浪汉有20%的概率属于第一类,80%的概率属于第二类。在这种情况下,政府在选择自己的战略时似乎面临的是一位选择混合战略的流浪汉。关于海萨尼对混合战略的解释,我们将在第3章讨论。

尽管混合战略不像纯战略那样直观,但它确实是一些博弈中参与人的合理行为方式。扑克比赛、垒球比赛、划拳就是这样的例子,在这类博弈中,参赛者总是随机行动以使自己的行为不被对手所预测。经济学上的监督博弈也是这样一个例子。让我们看监督博弈中参与人是如何选择混合战略的。

监督博弈是猜谜博弈的变种,它概括了诸如税收检查、质量检查、惩治犯罪、雇主监督雇员等这样一些情况。这里,我们以税收检查为例。这个博弈的参与人包括税收机关和纳税人。税收机关的纯战略选择是检查或不检查,纳税人的纯战略选

择是逃税或不逃税。表 1.14 概括了对应不同纯战略组合的支付矩阵。这里，a 是应纳税款，C 是检查成本，F 是罚款。我们假定是 $C<a+F$。在这个假设下，不存在纯战略纳什均衡。让我们来求解混合战略纳什均衡。

表 1.14 监督博弈

		纳税人	
		逃税	不逃税
税收机关	检查	$a-C+F, -a-F$	$a-C, -a$
	不检查	0,0	$a, -a$

我们用 θ 代表税收机关检查的概率，γ 代表纳税人逃税的概率。给定 γ，税收机关选择检查($\theta=1$)和不检查($\theta=0$)的期望收益分别为：

$$\pi_G(1,\gamma)=(a-C+F)\gamma+(a-C)(1-\gamma)$$
$$=\gamma F+a-C$$
$$\pi_G(0,\gamma)=0\gamma+a(1-\gamma)=a(1-\gamma)$$

解 $\pi_G(1,\gamma)=\pi_G(0,\gamma)$，得：$\gamma^*=\frac{C}{a+F}$。即：如果纳税人逃税的概率小于 $C/(a+F)$，税收机关的最优选择是不检查；如果纳税人逃税的概率大于 $C/(a+F)$，税收机关的最优选择是检查；如果纳税人逃税的概率等于 $C/(a+F)$，税收机关随机地选择检查或不检查。

给定 θ，纳税人选择逃税和不逃税的期望收益分别为：

$$\pi_p(\theta,1)=-(a+F)\theta+0(1-\theta)=-(a+F)\theta$$
$$\pi_p(\theta,0)=-a\theta+(-a)(1-\theta)=-a$$

解 $\pi_p(\theta,1)=\pi_p(\theta,0)$ 得：$\theta^*=a/(a+F)$。即：如果税收机关检查的概率小于 $a/(a+F)$，纳税人的最优选择是逃税；如果税

收机关检查的概率大于 $a/(a+F)$，纳税人的最优选择是不逃税；如果税收机关检查的概率等于 $a/(a+F)$，纳税人随机地选择逃税或不逃税。

因此，混合战略纳什均衡是：$\theta^*=a/(a+F)$，$\gamma^*=C/(a+F)$，即税收机关以 $a/(a+F)$ 的概率检查，纳税人以 $C/(a+F)$ 的概率选择逃税。这个均衡的另一个可能的（或许更为合理的）解释是，经济中有许多个纳税人，其中有 $C/(a+F)$ 比例的纳税人选择逃税，$(1-C/(a+F))$ 比例的纳税人选择不逃税；税收机关随机地检查 $a/(a+F)$ 比例的纳税人的纳税情况。

监督博弈的纳什均衡与应纳税款 a、对逃税的惩罚 F、以及检查成本 C 有关。对逃税的惩罚越重，应纳税款越多，纳税人逃税的概率就越小；检查成本越高，纳税人逃税的概率就越大。为什么应纳税款越多，纳税人逃税的概率反而越小呢？这是因为，应纳税款越多，税收机关检查的概率越高，逃税被抓住的可能性越大，因而纳税人反而不敢逃税了。这一点或许可以解释为什么逃税现象在小企业中比在大企业中更为普遍，在低收入阶层比在高收入阶层更普遍。[①] 当然，这个结论与我们关于逃税技术和检查成本的假设有关。我们假定一旦税收机关检查，逃税就会被发现。如果不是这样，比如说，如果高收入者有更好的办法隐瞒收入从而逃税行为更难被发现，这个结论就不一定成立了。其次，如果检查成本与应纳税款有关，比如说，应纳税款越多，检查成本越高，那么，上述结论也就难

① 类似的现象还有，犯小错误的人比犯大错误的人多，因为轻微犯罪比重大犯罪被逮住的概率小。

以成立了。此外，应纳税款较多的纳税人可能更有积极性贿赂税务官员，在这种情况下，上述结论也难以成立。将所有这些情况考虑进去，逃税概率与应纳税款的关系可能是非单调的，比如说，最遵纪守法的是中上等收入阶层。但有一点可以肯定的是，通过提高对逃税者的惩罚，纳税人逃税的积极性就会下降，税收机关检查的必要性也就降低。

前面我们讨论的是不存在纯战略纳什均衡但存在混合战略纳什均衡的博弈。有些博弈既存在纯战略均衡，也存在混合战略均衡。所谓的“性别战”就是这样一个博弈。性别战说的是，一男一女约会，或者去看足球比赛，或者看芭蕾舞演出。男的偏好足球赛，女的偏好芭蕾舞，但他们都宁愿在一起而不愿分开。表 1.15 给出支付矩阵。

表 1.15　性别战

		女	
		足球	芭蕾
男	足球	2,1	0,0
	芭蕾	0,0	1,2

这个博弈有两个纯战略纳什均衡：(足球，足球)，(芭蕾，芭蕾)。事实上，这个博弈还有一个混合战略纳什均衡，这就是：男的以 2/3 的概率选择足球赛，1/3 的概率选择芭蕾舞；女的以 1/3 的概率选择足球赛，2/3 的概率选择芭蕾舞。类似性别战这种存在两个纯战略纳什均衡和一个混合战略纳什均衡的博弈的例子还有斗鸡博弈、商场消耗战博弈等。我们在 1.1 节引入的房地产开发博弈在低需求时，也有两个纯战略纳什均衡和一个混合战略纳什均衡。威尔逊(Wilson，1971)

证明,几乎所有有限博弈都有有限奇数个纳什均衡(故称为奇数定理,oddness theorem)。这一点意味着,一般来说,如果一个博弈有两个纯战略纳什均衡,那么,一定存在第三个混合战略纳什均衡。

1.5 纳什均衡的存在性和多重性的讨论

1.5—1 纳什均衡的存在性

至目前为止,我们相继引入了占优战略均衡(DSE)、重复剔除的占优均衡(IEDE)、纯战略纳什均衡(PNE)和混合战略纳什均衡(MNE)四个均衡概念。每个均衡概念依次是前一个均衡概念的扩展,或者说,前一个均衡概念是后一个均衡概念的特例:纯战略纳什均衡是混合战略纳什均衡的特例,重复剔除的占优均衡是纯战略纳什均衡的特例,占优战略均衡是重复剔除的占优均衡的特例。如果我们将存在某个适当定义的均衡的所有博弈定义为一个集合,那么,存在前一个均衡的集合依次为存在后一个均衡的集合的子集:占优战略均衡的集合是重复剔除的占优均衡的集合的子集,重复剔除的占优均衡的集合是纯战略纳什均衡的集合的子集,纯战略纳什均衡的集合是混合战略纳什均衡的集合的子集,如图 1.6 所示。

一般将上述四个均衡概念统称为纳什均衡(NE)。引入混合战略纳什均衡的目的是使纳什均衡概念可以应用于更多的博弈。到目前为止,我们讨论的博弈至少存在一个纳什均衡(纯的或混合的)。那么,是不是所有的博弈都存在纳什均衡呢? 不一定。但是,纳什(1950)证明,任何有限博弈都存在至

少一个纳什均衡。这里，有限博弈指的是博弈有有限个参与人且每个参与人有有限个纯战略。

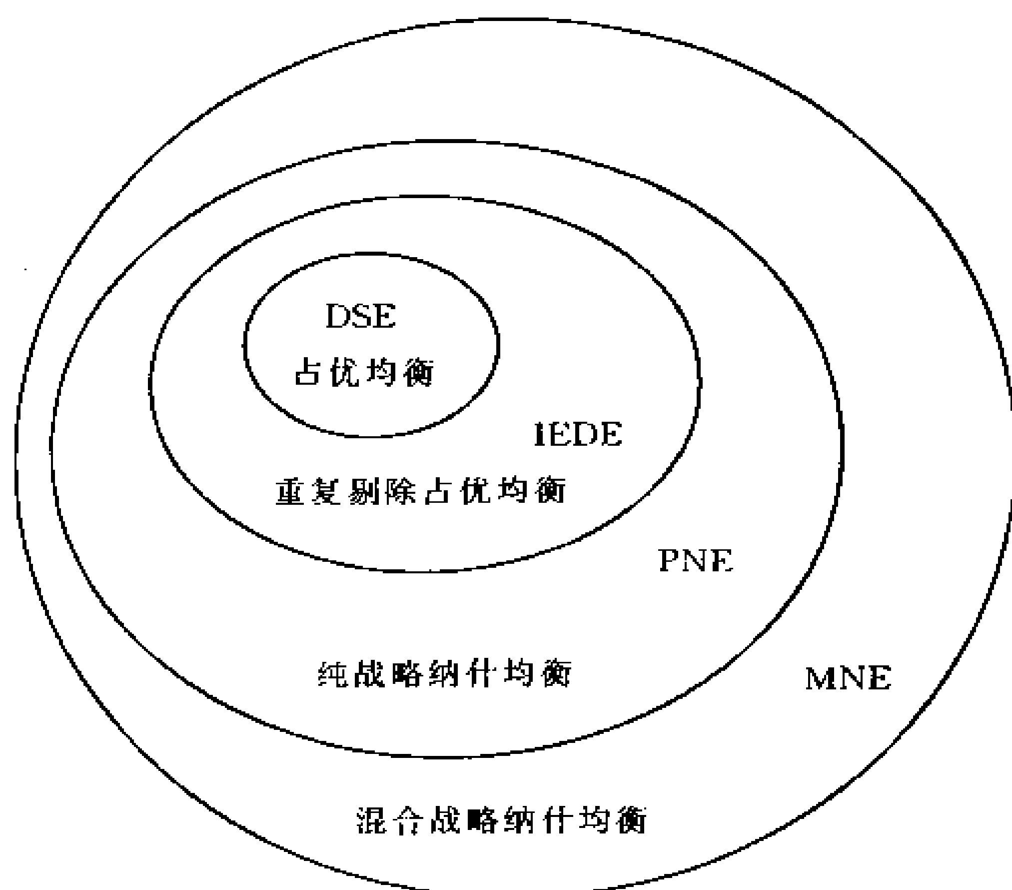
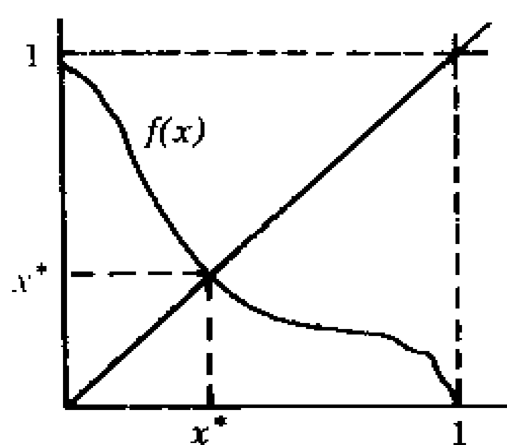


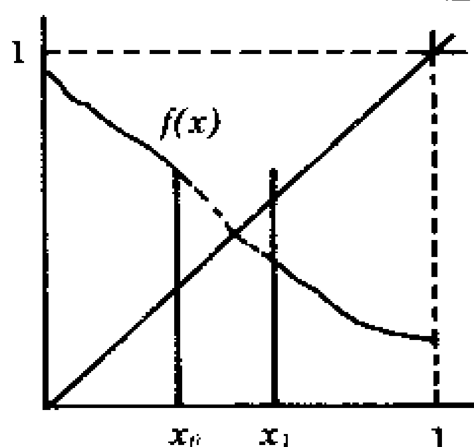
图 1.6　不同均衡概念之间的关系

纳什均衡的存在性定理 I（纳什，1950）：每一个有限博弈至少存在一个纳什均衡（纯战略的或混合战略的）。

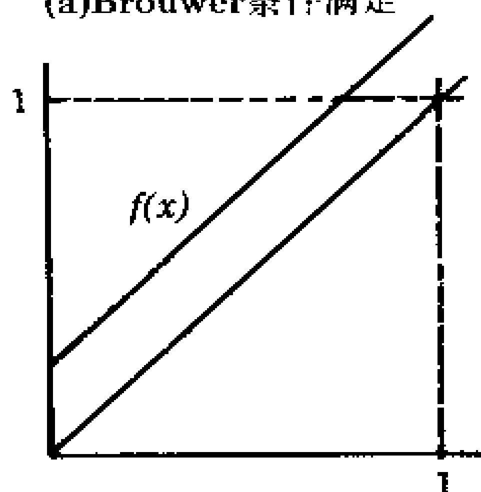
证明上述定理要用到 Kakutani 不动点定理（fixed point theorem）。Kakutani 不动点定理是 Brouwer 不动点定理在对应映射上的扩展。因为 Brouwer 不动点定理易于直观地表



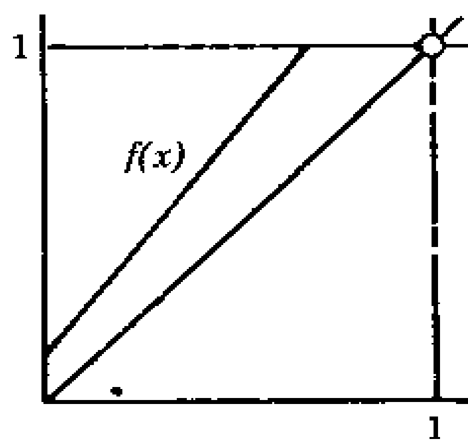
(a)Brouwer条件满足



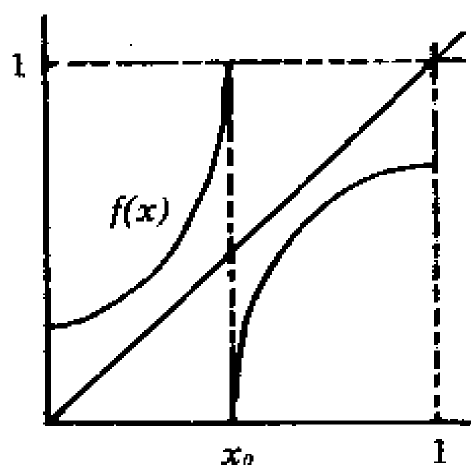
(b)x不是凸集



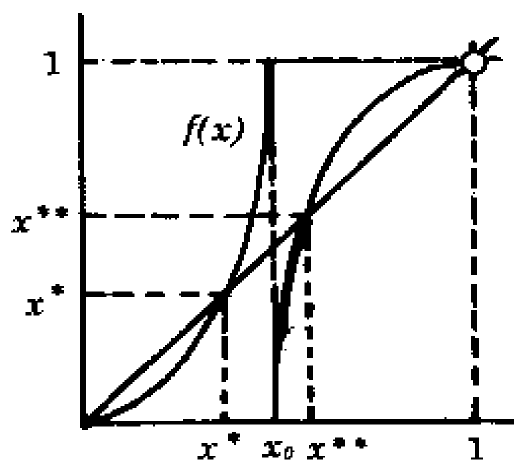
(c)x不是有界的



(d)x不是闭的



(e) $f(x)$ 不是连续的



(f) $f(x)$ 是非连续的，x 是非闭的，但不动点存在

图 1.7 Brouwer 不动点定理

述，我们首先解释一下 Brouwer 不动点定理，然后给出 Kaku-

tani 不动点定理，最后证明纳什均衡的存在性定理。[①]

假定 $f(x)$ 是定义在点集 X 上的函数。Brouwer 不动点定理可以表述为：如果 $f(x)$ 是自身对自身的映射（即 $f: X \to X$），$f(x)$ 是连续的，X 是非空的、闭的、有界的和凸的，那么，至少存在一个 $x^* \in X$，使得 $f(x^*) = x^*$，x^* 称为不动点。

为了理解 Brouwer 不动点定理，让我们考虑一维实数空间上的映射。在图 1.7(a)中，$f: [0,1] \to [0,1]$ 是连续函数，$X = [0,1]$ 是闭的、有界的、凸的，Brouwer 不动点定理的条件均满足，x^* 是一个不动点。在图(b)，$X = \{x: 0 \leqslant x \leqslant x_0, x_1 \leqslant x \leqslant 1\}$ 不是凸的，因为 $(x_0, x_1) \notin X$，没有不动点。在图(c)，$X = [0, \infty)$ 不是有界的，没有不动点。在图(d)，$X = [0,1)$ 不包含点 1 因而不是闭的，没有不动点。在图(e)，$f(x)$ 在点 x_0 是不连续的，也没有不动点。

函数的连续性及集合的闭性、有界性和凸性是保证不动点存在的充分条件，而不是必要条件。容易证明，即使这些条件都不满足，不动点也可能存在。在图(f)中，$f(x)$ 在点 x_0 不连续，X 是非闭的（不包括 $x=1$ 的点），但有两个不动点存在。

Kakutani 不动点定理是 Brouwer 不动点定理在对应上的扩展。函数是集合上点与点之间的联系规则，对应(correspondence)是点与子集之间的联系规则。简单地说，给定 X 上的一个点 x，如果 $f(x)$ 给出唯一的一个点 $y \in Y$，$f(x)$ 称为从 X 到 Y 的函数；如果 $f(x)$ 给出一个点集 $Y(x) \in Y$，$f(x)$ 称为从 X 到 Y 的对应。函数是对应的特例，即 $Y(x)$ 只包含唯

① 对证明过程不感兴趣的读者可跳过以下部分直接进入下一小节。

一点的情况。在库诺特模型中，给定企业 j 的产量 q_j，企业 i 的最优产量 q_i 是唯一的，我们称 $q_i = R_i(q_j)$ 为企业 i 的反应函数。在两人混合战略均衡中，给定参与人 j 的均衡混合战略 σ_j^*，参与人 i 有无穷多个最优混合战略 σ_i，我们称 $\sigma_i = r_i(\sigma_j)$ 为 i 的反应对应。

假定 $f(x): X \to X$ 是定义在点集 X 上的一个对应。根据 Kakutani 不动点定理，如果 X 是非空的、闭的、有界的和凸的，$f(x)$ 对于所有的 $x \in X$ 是非空的、凸的，且上半连续(upper semi-continuous)，那么，至少存在一个 $x^* \in X$，使得 $x^* \in f(x^*)$，x^* 称为一个不动点。这里，对应的上半连续性等价于 Brouwer 不动点定理中函数的连续性。[①]

现在我们来应用 Kakutani 不动点定理证明纳什均衡的存在性。假定有 n 个参与人，每个参与人有有限个纯战略。回忆一下，在上一节，我们定义 $\sigma = (\sigma_1, \cdots, \sigma_i, \cdots, \sigma_n)$ 为 n 个参与人的混合战略组合，其中 $\sigma_i \in \Sigma_i$ 是第 i 个参与人的混合战略；$\Sigma = \times_i \Sigma_i$ 为混合战略组合空间(即 $\sigma \in \Sigma$)。我们用 $r_i(\sigma)$ 代表 i 的反应对应，定义为给定其他参与人的混合战略 σ_{-i} 时 i 的最优战略。数学上讲，$r_i(\sigma)$ 将每一个战略组合 σ 映射到 i 的战略空间 Σ_i 上的一个子集(尽管 r_i 只依赖于 σ_{-i} 而不依赖于 σ_i，我们用 $r_i(\sigma)$ 而不用 $r_i(\sigma_{-i})$，因为我们要应用不动点定理)。定义对应 $r: \Sigma \to \Sigma$ 为 r_i 的笛卡尔积。如果存在一个不动点 $\sigma^* = (\sigma_1^*, \cdots, \sigma_i^*, \cdots, \sigma_n^*) \in \Sigma$，使得 $\sigma^* \in r(\sigma^*)$，且对所有的 i，$\sigma_i^* \in r_i(\sigma^*)$，这个不动点就是纳什均衡。因此，我们的任务是说明

① 上半连续要求，对于所有的 $x_0 \in X$，和包含 $f(x_0)$ 的开集 V，存在一个 x_0 的邻域 U，使得对于所有的 $x \in U$，有 $f(x) \in V$。

Kakutani 不动点定理的条件是满足的。

首先注意到，因为每一个 Σ_i 都是一个概率空间，因而是 $(J-1)$ 维的单纯形（这里 J 是第 i 个参与人的纯战略数量）。这意味着 Σ_i（从而 Σ）是闭的、有界的、凸的和非空的。其次，因为期望效用是混合概率的线性函数，因而是连续的和拟凹的（quasi-concave），$r_i(\sigma)$ 是非空的（有界闭集上的连续函数一定有最大值）。进一步，期望效用函数的线性意味着，如果 $\sigma'\in r(\sigma)$，$\sigma''\in r(\sigma)$，那么 $\lambda\sigma'+(1-\lambda)\sigma''\in r(\sigma)$（$\lambda\in(0,1)$）（即如果 σ_i' 和 σ_i'' 是对应于 σ_{-i} 的最优选择，那么它们的加权平均也是对应于 σ_{-i} 的最优选择），因此，$r(\sigma)$ 是凸的。最后，我们要证明，$r(\sigma)$ 是上半连续的，即：如果 $(\sigma^m,\sigma^m)\to(\sigma,\bar{\sigma})$，$\bar{\sigma}^m\in r(\sigma^m)$，那么 $\bar{\sigma}\in r(\sigma)$。假定不是这样，即存在一个序列 $(\sigma^m,\sigma^m)\to(\sigma,\bar{\sigma})$，$\bar{\sigma}^m\in r(\sigma^m)$，但 $\bar{\sigma}\notin r(\sigma)$。那么，对某些 i，$\bar{\sigma}\notin r_i(\sigma)$。这样的话，存在一个 $\varepsilon>0$ 和一个 σ_i 使得 $v_i(\sigma_i',\sigma_{-i})>v_i(\bar{\sigma}_i,\sigma_{-i})+3\varepsilon$。因为 v_i 是连续的，$(\sigma^m,\bar{\sigma}^m)\to(\sigma,\bar{\sigma})$，如果 m 足够大，我们有：

$$v_i(\sigma_i',\sigma_{-i}^m)>v_i(\sigma_i',\sigma_{-i})-\varepsilon>v_i(\bar{\sigma}_i,\sigma_{-i})$$
$$+2\varepsilon>v_i(\bar{\sigma}_i^m,\sigma_{-i}^m)+\varepsilon$$

因此，σ_i 严格优于 $\bar{\sigma}_i^m$（给定 σ_{-i}^m），即 $\bar{\sigma}_i^m\notin r_i(\sigma^m)$，与假设矛盾。因此，我们证明 $r(\sigma)$ 是上半连续的。

因为 Kakutani 不动点定理的条件是满足的，所以，$r:\Sigma\to\Sigma$ 有一个不动点 $\sigma^*=(\sigma_1^*,\cdots,\sigma_i^*,\cdots,\sigma_n^*)\in\Sigma$，使得 $\sigma^*\in r(\sigma^*)$，且对所有的 i，$\sigma_i^*\in r_i(\sigma^*)$。根据构造，这个不动点就是纳什均衡。

以上我们证明了有限博弈纳什均衡的存在性。但经济学家使用的模型一般都是无限博弈，即参与人有无穷多个不可数的纯战略。有幸的是，在上述存在性定理中，每个参与人有

有限个纯战略只是纳什均衡存在的充分条件，而不是必要条件。如我们所知道的，在库诺特模型中，每个参与人有无穷多个纯战略，但纳什均衡是存在的。但是，当参与人有无穷多个纯战略时，纳什均衡的存在性要求支付函数在纯战略上是连续的。如果支付函数不连续，均衡就可能不存在。

纳什均衡的存在性定理 II（Debreu，1952；Glicksberg，1952；Fan，1952）：在 n 人战略式博弈中，如果每个参与人的纯战略空间 S_i 是欧氏空间上一个非空的、闭的、有界的凸集，支付函数 $u_i(s)$ 是连续的且对 s_i 是拟凹的，那么，存在一个纯战略纳什均衡。

上述存在性定理的证明类似纳什定理的证明。支付函数的连续性意味着反应对应是非空的和上半连续的；支付函数对参与人自己的战略的拟凹性意味着反应对应是凸的。这样，不动点定理的条件是满足的。

纳什定理可以看作是上述定理的特例。尽管纯战略的数量有限时，纯战略空间是非凸的，支付函数是非连续的，但混合战略空间作为一个单纯形是欧氏空间上闭的、有界的非空凸子集，期望支付函数是连续的、拟凹的。当纯战略空间本身是欧氏空间上一个非空的、闭的、有界的凸集且支付函数在纯战略空间上是连续的、拟凹的时，就没有必要引入混合战略了。

为了说明连续性条件的重要性，让我们考虑简单的一个例子。[1] 假定有两个参与人，每个参与人的战略空间都是 0 到

[1] 这个例子取自弗得伯格和泰勒尔（1991），第 34 页。

1 之间的实数,即 $S_1=S_2=[0,1]$。假定支付函数分别为:

$$u_1(s_1,s_2)=-(s_1-s_2)^2$$

$$u_2(s_1,s_2)=\begin{cases}-(s_1-s_2-\frac{1}{3})^2, & s_1\geqslant\frac{1}{3}\\ -(s_1-s_2+\frac{1}{3})^2, & s_1<\frac{1}{3}\end{cases}$$

这里,每个参与人的支付函数对自己的战略是严格凹的,但 u_2 在 $s_1=1/3$ 点不连续。参与人的反应函数分别是:

$$r_1(s_2)=s_2$$

$$r_2(s_1)=\begin{cases}s_1-\frac{1}{3}, & s_1\geqslant\frac{1}{3}\\ s_1+\frac{1}{3}, & s_1<\frac{1}{3}\end{cases}$$

即参与人 2 的反应函数在点 $s_1=1/3$ 不连续。两条反应曲线不相交,纳什均衡不存在,如图 1.8 所示。

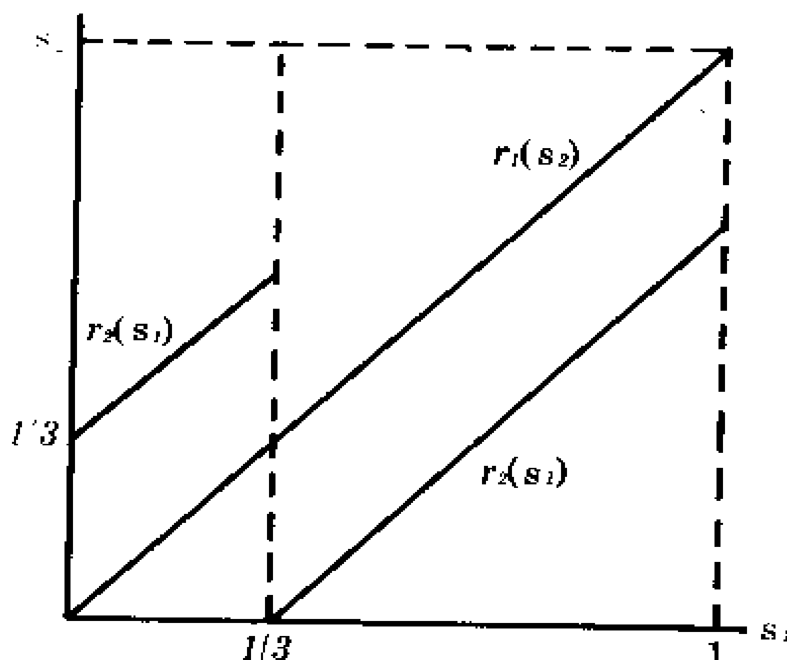


图 1.8 纳什均衡的不存在

支付函数的拟凹性是一个很严格的条件，这个条件在许多情况下是不满足的。比如说，在库诺特模型中，利润函数的拟凹性要求逆需求函数和成本函数满足一些特殊的条件（如逆需求函数是凹的，成本函数是凸的）。当支付函数不满足拟凹性条件时，纯战略均衡可能不存在。当然，即使拟凹条件（和定理的其他条件）不满足，纯战略均衡也可能存在，因为这些条件是充分条件而非必要条件。

当支付函数在纯战略空间上是连续的但不一定拟凹时，引入混合战略可以保证纳什均衡的存在。

纳什均衡的存在性定理 III（Glicksberg，1952）：在 n 人战略式博弈中，如果每个参与人的纯战略空间 S_i 是欧氏空间上一个非空的、闭的、有界的凸集，支付函数 $u_i(s)$ 是连续的，那么，存在一个混合战略纳什均衡。

定理的证明仍然是应用不动点定理于反应对应。这里，引入混合战略的目的是使反应对应满足凸性条件。

1.5—2 纳什均衡的多重性

或许，真正令博弈论专家棘手的并不是一个博弈是否存在均衡，而是一个博弈可能有多个均衡。我们已经看到，性别战有三个纳什均衡。事实上，许多博弈都存在多个纳什均衡，有些博弈甚至有无穷多个纳什均衡。考虑两个人分一块蛋糕，每个人独立地提出自己要求的份额。设 x_1 为第一个人要求的份额，x_2 为第二个人要求的份额，如果 $x_1+x_2\leqslant 1$，每个人得到自己要求的份额；否则，谁也得不到什么。在这个博弈中，任

何满足 $x_1+x_2=1$ 的(x_1,x_2)都是纳什均衡，因而这个博弈有无穷多个纳什均衡，如图 1.9 所示（注意，$x_1+x_2<1$ 不是纳什均衡）。

博弈分析的目的是预测参与人的合理行为方式。我们曾经说过，纳什均衡是参与人如何博弈的一致性预测：如果所有参与人预测一个特定的纳什均衡将出现，那么，没有人有积极性选择非纳什均衡的战略，这个纳什均衡就会实际出现。

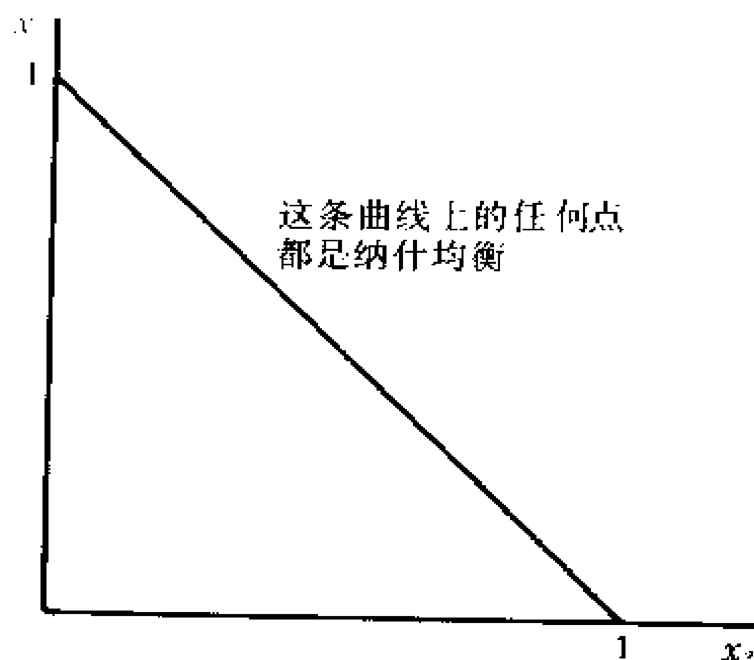


图 1.9 无穷多个纳什均衡

但当一个博弈有多个纳什均衡时，要所有参与人预测同一个纳什均衡会出现是非常困难的。在这种情况下，尽管所有参与人都预测纳什均衡会出现，但如果不同参与人预测的不是同一个纳什均衡，实际出现的就不是纳什均衡，而是非纳什均衡。比如说，在性别战中，如果男的预期的是（足球，足球），而女的预期的是（芭蕾，芭蕾），实际出现的就是（足球，芭蕾）。在

分割蛋糕的博弈中，如果第一个参与人预期 $x_2=0.4$，第二个参与人预期 $x_1=0.5$，那么，第一个参与人将选择 $x_1=0.6$，第二个参与人将选择 $x_2=0.5$；因为 $0.6+0.5=1.1>1$，谁也得不到什么，这是一个非纳什均衡结果。应该强调的是，非纳什均衡结果之所以出现，是因为参与人在预测上犯了错误，而不是因为参与人预测这个非纳什均衡结果会出现。在性别战中，如果男的预期自己选择足球时非纳什均衡（足球，芭蕾）会出现，那他就会选择芭蕾舞，结果就是纳什均衡（芭蕾，芭蕾）（假定女的预期不变）。在分割蛋糕博弈中，如果第一个人预测(0.6,0.5)的结果会出现，他就会选择 $x_1=0.5$ 而不是 $x_1=0.6$，(0.6,0.5)就不会出现。正是在这个意义上，我们说只有纳什均衡是一致性预期，任何非纳什均衡都不可能成为一致性预期。

当一个博弈有多个纳什均衡时，博弈论并没有一个一般的理论证明纳什均衡结果一定会出现。然而，如萨林(Schelling，1960) 指出的，在现实生活中，参与人可能使用某些被博弈模型抽象掉的信息来达到一个"聚点"均衡(focal point)。这些信息可能与社会文化习惯、参与人过去博弈的历史等有关。比如说，在性别战中，如果今天是男的生日，(足球，足球)可能是一个聚点均衡；而如果是女的生日，(芭蕾，芭蕾)可能是一个聚点均衡。这里，出现聚点均衡背后的原因是，比如说，在女的生日时，男的可能认为应该讨女的欢心，而女的也认为男的会认为应该讨自己欢心，结果，他们都出现在芭蕾舞厅。在分割蛋糕博弈中，(0.5, 0.5) 可能是一个聚点均衡，如果每个参与人都有某种公平意识的话。但如果是姐弟俩分蛋糕，姐姐疼爱弟弟，也知道弟弟的肚量大，弟弟知道姐姐疼

爱自己,(0.4, 0.6) 可能是一个聚点均衡。聚点均衡在所谓的“提名博弈”中可能会非常普遍。比如说,假定两个人被要求同时宣布一个时刻,如果两人宣布的时刻相同,每人得到一定的奖励,那么,“中午 12 点”可能是一个聚点均衡,而“下午 1 点 30 分”不会是一个聚点均衡。再比如,假定两个人被要求各选择 13 个英文字母,第一个人的选择必须包括 F,第二个人的选择必须包括 W,如果两人的选择没有重复,每个人得到一定的奖励,那么,第一个人选择 (A,B,…,M),第二个人选择 (N,O,…,Z)是一个聚点均衡。

保证一个纳什均衡出现的另一种方法是参与人在博弈开始之前进行不花什么成本的“廉价磋商”(cheap talk)。尽管我们无法保证磋商会达成一个协议,即使达成协议也不一定会被遵守,但在一些博弈中,事前磋商确实可以使某些纳什均衡实际上出现。考虑表 1.16 所示的博弈,在这个博弈中,有两个纯战略纳什均衡:(U,L)和(D,R),其中(U,L)帕累托优于(D,R)。如果两个参与人在博弈前相遇,参与人 A 告诉参与人 B“我将选择 U”,参与人 B 告诉参与人 A“我将选择 L”,那么,我们有很大的把握说(U,L)将会出现。在性别战中,如果男女双方事前打个电话(如果可能的话),非纳什均衡大概不会出现。

表 1.16

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	9,9	0,0
	D	0,0	1,1

尽管事前的磋商确实可能使帕累托均衡在表 1.16 所示的“协调博弈”(coordination game)中出现,但这一结论并不

总是成立。考虑表 1.17 所示的博弈。这个博弈也有两个纯战略纳什均衡：(U,L)和(D,R)，(U,L)帕累托优于(D,R)。在没有事前磋商的情况下(U,L)可能作为一个聚点均衡出现，但奥蒙(Aumann ,1990) 认为，即使事前磋商也未必能保证(U,L)就一定出现。理由如下。首先，在没有磋商时，D 是 A 最安全的选择，R 是 B 最安全的选择；这样，只要 A 认为 B 选择 R 的可能性大于 1/8，D 就是 A 的最优选择；同样，只要 B 认为 A 选择 D 的可能性大于 1/8，R 就是 B 的最优选择。这样，在没有事前磋商时，(U,L)不大可能出现。现在假定事前磋商发生，B 告诉 A 他将选择 L。A 是否应该相信 B 的话呢？不一定，因为不论 B 自己选择什么，A 选择 U 总会使 B 受益，因此，即使 B 并不真打算选择 L，他也会告诉 A 他将选择 L。所以，没有理由认为 A 应该相信 B 的话；(D,R)很可能出现。

表 1.17

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	9,9	0,8
	D	8,0	7,7

当然，即使事前磋商没有结果，纳什均衡也可能会通过参与人的学习过程而出现。假定博弈重复许多次，即使参与人最初难以协调行动，在博弈若干次后，某种特定的协调模式可能会形成。特别地，假定参与人在每一轮根据其对手以前的"平均"战略来选择自己的最优战略，博弈可能收敛于一个纳什均衡。当然，如夏普里(Shapley，1964) 所证明的，这样的学习过

程并不必然导致纳什均衡结果的出现。[1]

1.5－3 相关均衡

纳什均衡假定每个参与人独立地行动。奥蒙(Aumann，1974)提出了"相关均衡"的概念(correlated equilibrium)。他证明，如果参与人可以根据某个共同观测到的信号选择行动，就可能出现"相关均衡"；相关均衡可以使所有参与人受益。相关均衡可能是参与人事前磋商的结果。设想 A、B 两个参与人在博弈的前一天相遇，双方同意根据天气的状况选择行动，比如说，"如果明天是晴天，A 选择 U，B 选择 L；如果明天是阴天，A 选择 D，B 选择 R"，然后两人分开，到第二天每人根据天气情况选择自己的战略。这样，通过天气变化的信号，两个人的选择相关了。

为了说明相关均衡的概念，让我们考虑表 1.18 的例子。这个博弈有三个纳什均衡：(U，L)、(D，R)和一个混合战略均衡(每个人以相同的概率选择两种纯战略，各得 2.5 的期望效用)。假定两人事前同意根据天气信号按上述规则行动，再假定两人都认为明天是晴天和阴天的概率相等(各为 1/2)。那么，每个人期望效用是 0.5×5＋0.5×1＝3，大于他们独立地选择混合战略时的期望效用(＝2.5)。容易证明，在这个转化后的博弈中，按上述规则行动是一个纳什均衡，就是说，每个参与人都会自愿地遵守这个规则。设想晴天出现，给定 B 选择 L，A 的最优战略是 U；给定 A 选择 U，B 的最优战略是 L；

[1] 关于纳什均衡作为学习过程的结果的详细讨论，参见弗得伯格和泰勒尔(1991)，第 23－29 页。

因此，在晴天出现时两人都会遵守规则。类似地，在阴天出现时，两人同样会遵守规则。

表 1.18

		参与人 B	
		L	R
参与人 A	U	5,1	0,0
	D	4,4	1,5

更为重要的是，奥蒙证明，如果每个人收到不同的但相关的信号，每个人都可以得到更高的期望效用。设想两人同意由第三人通过掷骰子的方法决定每个人的选择，如果 1 点或 2 点出现，A 选择 U；如果 3～6 点出现，A 选择 D。B 的情况相反：如果 1～4 点出现，B 选择 L，如果 5～6 点出现，B 选择 R。假定第三方只告诉每个参与人选择什么行动，而不透露什么点数出现。这样，当 A 被告诉选择 D 时，他只知道 3～6 中的一个出现了，但并不知道是哪一个；特别地，他并不知道 B 被告诉选择什么。所以我们说每个人收到的信号是相关的但不同的。现在我们来说明上述规则是一个纳什均衡。当 A 被告知选择 U 时，他知道 1～2 出现了，因而 B 被告知选择 L，U 是 A 的最优战略；当 A 被告知选择 D 时，他不确定 3～6 哪一个出现(但不会是 1～2)，因而不知道 B 被告知选择 L 还是 R，但根据概率，他知道 B 选择 L 和 R 的可能性相等(各为 1/2)，A 选择 U 的期望效用为 2.5，选择 D 的期望效用也是 2.5，因此 A 没有理由不选择 D。类似地，B 也会自愿遵守这个规则。所以，这个规则构成一个纳什均衡。按照这个规则，下列三种结果各以 1/3 的概率出现：(U，L)，(D，R)和(D，

L),“坏”结果(U,R)不会出现,每个参与人的期望效用为 $3\frac{1}{3}$,不仅大于混合战略纳什均衡的期望效用,而且大于前述完全相关信息时的期望效用。

进一步阅读

就本章内容而言,Rasmusen (1994)1—3 章通过大量例子深入浅出地解释了博弈论的基本概念;Gibbons(1992)第 1 章也是一本难度适中的好教材。库诺特博弈和伯川德博弈在任何一本产业经济学教科书中都会讨论到,Kreps 和 Scheinkman(1983) 分析了两个博弈之间的关系。对博弈论在公共选择理论中的应用感兴趣的读者,可以参考 Mueller (1989)第 1 章。麦克米伦(1986)在国际经济学的框架内讨论了博弈论的基本概念和纳什均衡。

练习题

1. 表 1A.1 是两人博弈的战略式表述,其中 U 和 D 是参与人 1 的战略空间,L 和 R 是参与人 2 的战略空间。

表 1A.1

	L	R
U	a, b	c, d
D	e, f	g, h

(1)准确地定义上述博弈的占优战略均衡和纳什均衡；

(2)当 a,b,c,d,e,f,g,h 之间满足什么条件时，上述博弈存在：(a)占优战略均衡，(b)重复剔除的占优均衡，和(c)纯战略纳什均衡。

2. 在表 1A.2 所示的战略式表述博弈中，找出重复剔除的占优均衡。

表 1A.2

	L	M	R
U	4，3	5，1	6，2
M	2，1	8，4	3，6
D	3，0	9，6	2，8

3. 一对夫妻是如此相爱，以至当他们面对生与死的抉择时，支付矩阵如表 1A.3(a)所示；另一对夫妻是如此相恨，不共戴天，支付矩阵如表 1A.3(b)所示。什么是表 1A.3(a)的纳什均衡？什么是表 1A.3(b)的纳什均衡？

表 1A.3

(a)

	活着	死了
活着	2，2	−6，0
死了	0，−6	0，0

(b)

	活着	死了
活着	0，0	6，0
死了	0，6	0，0

4. 一群赌徒围成一圈赌博，每个人将自己的钱放在身边的地上（每个人都知道自己有多少钱），突然一阵风吹来将所有的钱混在一起，使得他们无法分辨哪些钱属于自己的，他们为此而发生争执，最后请来一位律师。律师宣布了这样的规则：每一个人将自己的钱数写在纸条上，然后将纸条交给律师；如果所有人要求的加总不大于钱的总数，每个人得到自己要求的部分（如果有剩余的话，剩余部分归律师）；如果所有人要求的加总大于钱的总数，所有的钱都归律师所有。写出这个博弈中每个参与人的战略空间和支付函数，并给出纳什均衡。纳什均衡是唯一的吗？

5.（库诺特博弈）假定有 n 个库诺特寡头企业，每个企业具有相同的不变单位生产成本 c，市场逆需求函数是 $p=a-Q$，其中 p 是市场价格，$Q=\sum_j q_j$ 是总供给量，a 是大于零的常数。企业 i 的战略是选择产量 q_i 最大化利润 $\pi_i=q_i(a-Q-c)$，给定其他企业的产量 q_{-i}。求库诺特－纳什均衡。均衡产量和价格如何随 n 的变化而变化？为什么？

6.（伯川德博弈）假定两个寡头企业之间进行价格竞争（而不是产量竞争），两个企业生产的产品是完全替代的，并且单位生产成本相同且不变，企业 1 的价格为 p_1，企业 2 的价格为 p_2。如果 $p_1<p_2$，企业 1 的市场需求函数是 $q_1=a-p_1$，企业 2 的需求函数是 0；如果 $p_1>p_2$，企业 1 的需求函数为 0，企业 2 的需求函数为 $q_2=a-p_2$；如果 $p_1=p_2=p$，市场需求在两个企业之间平分，即 $q_i=(a-p)/2$，什么是纳什均衡价格？

7.（产品有差异时的价格竞争）现在假定两个企业的产品并不完全相同，企业 1 的需求函数为 $q_1(p_1,p_2)=a-p_1+p_2$，

企业 2 的需求函数为 $q_2(p_1,p_2)=a-p_2+p_1$。求两个企业同时选择价格时的纳什均衡。

8. (Edgeworth 双寡头价格竞争)在练习 6 中,假定每个企业的最大生产能力是 K,单位生产成本为 $c=10$,需求函数的参数 $a=100$。如果两个企业的价格相同,市场需求在二者之间平分;如果 $p_i<p_j$,企业 i(低价格企业)的产量为 $\min(100-p_i,K)$(即最大销售量不超过生产能力),企业 j(高价格企业)的产量为 $\min[\max(0,100-p_i-K),K]$(即只有当低价格企业不能满足需求时,高价格企业才生产,并且产量不超过生产能力)。

(1)说明企业 1 的支付函数是:

$$\pi_1(p_1,p_2)=\begin{cases}(p_1-10)\min(100-p_1,K), & p_1<p_2\\(p_1-10)\min(50-p_1/2,K), & p_1=p_2\\(p_1-10)\min(100-K-p_1,K), & p_1>p_2\\0,\text{otherwise}\end{cases}$$

(2)假定 $30<K<45$,证明这个博弈不存在纯战略纳什均衡。(这个问题可能比较困难,请参阅弗得伯格和泰勒尔(1991),第 38—39 页,或 Tirole(1988),第 215—216 页。)

9. (投票博弈)假定有三个参与人(1, 2 和 3)要在三个项目(A, B 和 C)中投票选择一个。三个参与人同时投票,不允许弃权,因此,战略空间为 $S_i=\{A,B,C\}$。得票最多的项目被选中,如果没有任何项目得到多数票,项目 A 被选中。参与人的支付函数如下:

$$u_1(A)=u_2(B)=u_3(C)=2$$
$$u_1(B)=u_2(C)=u_3(A)=1$$
$$u_1(C)=u_2(A)=u_3(B)=0$$

找出这个博弈的所有的纳什均衡。

10. 模型化下述划拳博弈：两个老朋友在一起划拳喝酒，每个人有四个纯战略：杆子，老虎，鸡和虫子。输赢规则是：杆子降老虎，老虎降鸡，鸡降虫子，虫子降杆子。两个人同时出令。如果一个打败另一个，赢者的效用为1，输者的效用为-1；否则，效用均为0。写出这个博弈的支付矩阵。这个博弈有纯战略纳什均衡吗？计算出混合战略纳什均衡。

11. 构造一个例子说明在博弈中可能存在如下情况：一个参与人的选择空间越大，他的处境越糟糕。

参考文献

教科书类

Fudenberg, Drew and Jean Tirole, 1991, *Game Theory*, Chapters 1—2, MIT Press.

Gibbons, Robert, 1992, *A Primer in Game Theory*, Chapter 1, London: Harvester Wheatsheaf.

Kreps, David, 1990, *A Course in Microecomomics*, Chapter 11—12 (有关部分), Princeton University Press.

Mas-Colell, A., M. Whinston and Jerry Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapter 7—8 (有关部分), Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapters 1-3, Cambridge: Blackwell Publishers.

Tirole, Jean, 1988, *A Theory of Industrial Organization*, Chapter 5, Chapter 11 (section 1 2).

经典文献及其他

Aumann, R. 1974, "Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies", *Journal of Mathematical Economics* 1: 67 96.

Aumann, R., 1990, "Communication Need Not Lead to Nash Equilibrium", mimeo, Hebrew University of Jerusalem.

Bertrand, J., 1883, "Theorie Mathematique de la Richesse Sociale", *Journal des Savants* 499-508.

Corne, R., and T. Sandle, 1986, *The Theory of Externality*, Public Goods and Club Goods, Cambridge: Cambridge University Press.

Cournot, A., 1838, *Recherches sur les Principes Mathematiques de la Theorie des Richesses*. English Edition: *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth*, edited by N. Bacon, New York: Macmillan, 1897.

Debreu, D., 1952, "A Social Equilibrium Existence Theorem", *Proceedings of the National Academy of Science* 38: 886 893.

Glicksberg, I. L., 1952, "A Further Generalization of the Kakutani Fixed Point Theorem with Application to Nash Equilibrium Points", *Proceedings of the National Academy of Science*, 38: 170--174.

Hardin, G., 1968, "The Tragedy of the Commons", *Science* 162: 1243—48.

Harsanyi, J., 1973, "Games with Randomly Distributed Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points", *International Journal of Game Theory* 2:1—23.

Hotelling, H., 1929, "Stability in Competition", *Economic Journal* 39: 41—57.

Kakutani, S., 1941, "A Generalization of Brouwer's Fixed Point Theorem", *Duke Mathematical Journal* 8: 457—59.

Kreps, D., and J. Scheinkman, 1983, "Quantity Precommitment and Bertrand Competition Yield Cournot Outcomes", *Bell Journal of Economics* 14:326—37.

McMillan, J., 1986, *Game Theory in International Economics*, Harwood Academic Publisher.

Mueller, D., 1989, *Public Choice II*, Chapter 2, Cambridge University Press.

Nash, J., 1950, "Equilibrium Points in n-Person Games", *Proceedings of the National Academy of Sciences* 36: 48—49.

Olson, M., Jr., 1982, *Logic of Collective Action*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Samuelson, P., 1954, "The Pure Theory of Public Expenditure", *Review of Economics and Statistics* 36,386—9.

Schelling, T., 1960, *The Strategy of Conflict*, Harvard University Press.

Shapley, L., 1964, "Some Topics in Two-person Games", in *Contributions to the Theory of Games* (Princeton Annals of Mathematical Studies, no. 52).

Wilson, R., 1971, "Computing Equilibrium of N-person Games", *SIAM Journal of Applied Mathematics*.

2

完全信息动态博弈

上一章讨论了完全信息静态博弈，本章讨论完全信息动态博弈。本章包括5节，2.1节定义博弈的扩展式表述，讨论博弈树的构造，特别是信息集的概念；2.2节讨论如何从扩展式博弈中构造出战略式博弈从而将上一章定义的纳什均衡应用于扩展式博弈；2.3节定义和讨论完全信息动态博弈的基本均衡概念——子博弈精炼纳什均衡及其求解方法；2.4节是子博弈精炼纳什均衡的应用举例；2.5节讨论重复博弈及无名氏定理。

2.1　博弈的扩展式表述

在静态博弈中，所有参与人同时行动（或行动虽有先后，但没有人在自己行动之前观测到别人的行动）；在动态博弈中，参与人的行动有先后顺序，且后行动者在自己行动之前能观测到先行动者的行动。正如博弈论专家习惯于用战略式表

述描述和分析静态博弈一样，他们也习惯于用扩展式表述（extensive form representation）来描述和分析动态博弈。回顾一下，博弈的战略式表述包括三个要素：(1) 参与人集合；(2) 每个参与人的战略集合；(3) 由战略组合决定的每个参与人的支付。博弈的扩展式表述所"扩展"的主要是参与人的战略空间。战略式表述简单地给出参与人有些什么战略可以选择，而扩展式表述要给出每个战略的动态描述：谁在什么时候行动，每次行动时有些什么具体行动可供选择，以及知道些什么。简单地说，在扩展式表述中，战略对应于参与人的相机行动规则(contingent action plan)，即什么情况下选择什么行动，而不是简单的、与环境无关的行动选择。

具体来讲，博弈的扩展式表述包括以下要素：

1. 参与人集合：$i=1,\cdots,n$，此外，我们将用 N 代表虚拟参与人"自然"；

2. 参与人的行动顺序(the order of moves)：谁在什么时候行动；

3. 参与人的行动空间(action set)：在每次行动时，参与人有些什么选择；

4. 参与人的信息集(information set)：每次行动时，参与人知道些什么；

5. 参与人的支付函数：在行动结束之后，每个参与人得到些什么(支付是所有行动的函数)；

6. 外生事件(即自然的选择)的概率分布。

如同两人有限战略博弈的战略式表述可以用博弈矩阵表来表示一样，n 人有限战略博弈的扩展式表述可以用博弈树

来表示。[1] 为了说明这一点，让我们考虑在第1章开始时引入的房地产开发博弈的例子。我们假定该博弈的行动顺序如下：(1)开发商A首先行动，选择开发或不开发；(2)在A决策后，自然选择市场需求的大小；(3)开发商B在观测到A的决策和市场需求后，决定开发或不开发。

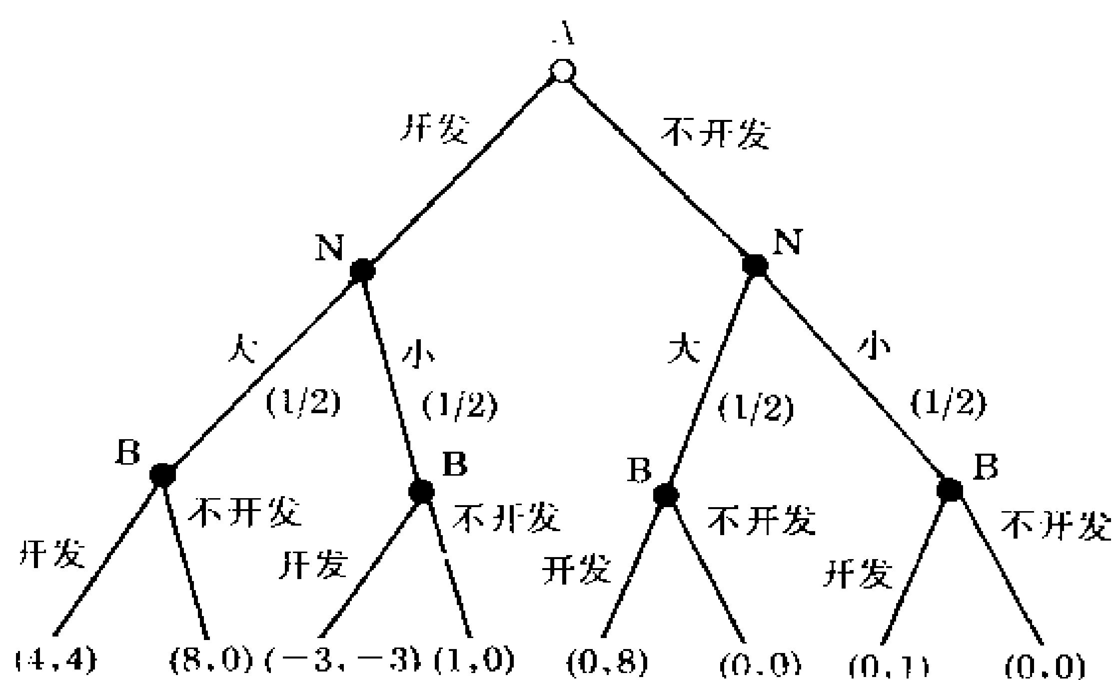


图 2.1　房地产开发博弈 I

图2.1是上述房地产开发博弈的博弈树。博弈从空心圆圈开始，空心圆圈旁边写着A表示开发商A在此点决策。A有两个行动可以选择：开发或不开发，分别用标有"开发"和

[1] 博弈矩阵一般只用于表示两人有限战略博弈，因为当参与人多于两个时要划出多个矩阵是很不方便的；但博弈树可以方便地表示任何有限参与人有限战略的博弈。当然，当参与人的数量是无限的或每个参与人的行动是无限的时，博弈树就不适用了。但我们将看到，我们从博弈树得到的大部分结论可以推广到无限博弈。

“不开发”的两个枝表示。A 选择开发（或不开发）后博弈进入标有 N 的结点（实心圆），表示不受参与人控制的自然开始行动。自然以 1/2 的概率选择“大”、1/2 的概率选择“小”，分别用标有“大”和“小”的枝表示。在自然选择之后，博弈进入标有 B 的结点（实心圆），表示开发商 B 开始行动。B 的行动分别用标有“开发”和“不开发”的枝表示。在 B 选择之后，博弈结束。对应于不同的行动路径（path），我们得到不同的支付向量，其中每个向量的第一个数字是 A 的支付，第二个数字是 B 的支付（这里，为了书写的方便，所有数字都以千为单位）。（注意，习惯上，支付向量的顺序与博弈树上行动顺序是对应的。）

博弈树给出了有限博弈的几乎所有信息。有了上述例子，现在让我们来一般地讨论博弈树的构造。博弈树的基本建筑材料（building blocks）包括结（nodes）、枝（branches）和信息集（information sets）。

1. **结**（nodes）：结包括决策结（decision nodes）和终点结（terminal nodes）两类；决策结是参与人采取行动的时点，终点结是博弈行动路径的终点。在上例中，决策结包括空心圆和所有六个实心圆，终点结包括对应八个支付向量的点。

一般地，我们用 X 表示所有结的集合，$x \in X$ 表示某个特定的结。我们用“$\prec$”表示定义在 X 上的顺序关系（precedence relation）：$x \prec x''$ 意味着“x 在 x'' 之前”。我们假定“$\prec$”满足传递性（transitive）和反对称性（asymmetric）。传递性意味着，如果 $x \prec x^1$，$x^1 \prec x^2$，那么 $x \prec x^2$，即如果 x 在 x^1 之前，x^1 在 x^2 之前，那么 x 在 x^2 之前。反对称性意味着，如果 $x \prec x''$，那么 $x'' \prec x$ 不成立，即如果 x 在 x'' 之前，x'' 不可能在 x 之前。传递性和反对称性意味着顺序关系“$\prec$”是半序的（partial order），

即有些结之间是不可比较的。在图 2.1 中，A 的决策结在 B 的决策结之前，但 B 的四个决策结之间是不可比较的。

定义 $P(x)$ 为在 x 之前的所有结的集合，简称为 x 的前列集(the set of predecessors)；定义 $T(x)$ 为 x 之后的所有结的集合，简称为 x 的后续集(the set of successors)。如果 $P(x)=\varnothing$，x 称为初始结(initial nodes，即前列集为空集)；如果 $T(x)=\varnothing$，x 称为终点结(terminal nodes，即后续集为空集)。除终点结之外的所有结都是决策结。在图 2.1 中，A 的决策结(空心圆)是博弈的初始结；B 的决策结(四个实心圆)之后的结为终点结。后面我们将用 O 表示初始结，z 表示终点结，Z 表示终点结的集合。① 在不至引起混乱的情况下，我们将用 X 表示决策结的集合。在图示中，我们将用空心圆代表初始结，实心圆代表其他决策结。

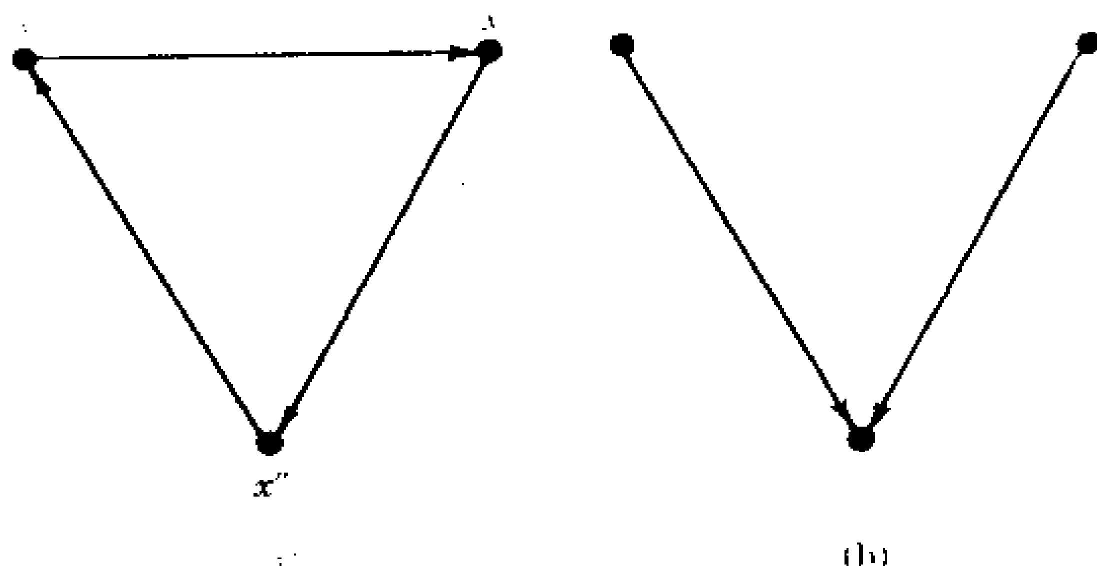


图 2.2 博弈树不允许的情况

---

① 尽管我们并不要求初始结是唯一的，但因为在有多个初始结时我们可以通过引入“自然”构造一个唯一的超级初始结，我们以下假定初始结是唯一的。

传递性假设和反对称性假设排除了如图 2.2(a)的情况，并没有排除图 2.2(b) 所示的情况。因为我们希望博弈树的任何一个结都是所有之前发生的事件的一个完整描述(即从初始结到任何一个结只有唯一的路径)，我们必须排除掉图 2.2(b)的情况。为此，我们假定：如果 $x^1 \prec x$，$x^2 \prec x$，那么，或者 $x^1 \prec x^2$，或者 $x^2 \prec x^1$。就是说，x 的所有前列结必须是全排序的(totally ordered)。

除初始结 O 之外，对于所有的 $x \in X$，如果存在一个 $p(x) \in P(x)$，使得对于所有的 $x'' \prec x$，$x'' \neq p(x)$ 意味着 $x'' \prec p(x)$，那么，$p(x)$ 称为 x 的直接前列结(immediate predecessor)。前列结全排序假设意味着任何一个非初始结的直接前列结是唯一的(初始结没有前列结)。如果 x'' 是 x 的直接前列结，那么 x 称为 x'' 的直接后续结(immediate successor)。一般来说，如图 2.1 所示，除终点结 $z \in Z$ 没有后续结外，一个结有多个直接后续结(依赖于可选择的行动的数量)。直接后续结的集合用 $t(x)$ 表示。

在博弈树中，"谁在什么时候行动"用在决策结旁边标注参与人的办法来表示。一般地，我们可以引入函数 $i: X \to \{N, 1, \cdots, n\}$，即 $i(x)$ 定义为从决策结集合到参与人集合(包括"自然")的函数，解释为在决策结 x，参与人 i 行动。在图 2.1 中，如果我们用 O 代表初始结(空心圆)，那么 $A(O)$ 表示开发商 A 在 O 点行动。函数 $i(x)$ 给出了博弈中参与人行动顺序的完整描述(博弈的扩展式表述的第 2 个要素)。

标注在博弈树终点结下的是参与人的支付向量。一般地，因为在传递性、反对称性、前列集全序假设以及下面要讨论的行动与后续结的对应关系下，每一个终点结 z 完全决定了博

弈树的路径，我们可以用函数 $u_i(z)$ 表示对应的博弈路径所导致的第 i 个参与人的支付函数（博弈的扩展式表述的第 5 个要素）。

2. **枝**(branches)：在博弈树上，枝是从一个决策结到它的直接后续结的连线（有时用箭头表述），每一个枝代表参与人的一个行动选择。比如说，在图 2.1 中，开发商 A 有两个选择，分别用标有"开发"和"不开发"的两个枝表示。

一般地，对于一个给定的决策结 $x \in X$，存在一个有限的行动集合 $A(x)$ 和一个一一对应的函数 $a: t(x) \to A(x)$，这里 $t(x)$ 是 x 的直接后续结的集合。函数 $a(.)$ 意味着，对于任何给定的 $x \in X$（不包括终点结），在该结点可选择的行动集合 $A(x)$ 与该结点的直接后续结集合 $t(x)$ 之间存在一一对应关系：如果 $a \in A(x)$，$a'' \in A(x)$ 且 $a \neq a''$，那么，$t(x, a) \neq t(x, a'')$。换言之，当且只当参与人选择不同的行动时，从一个给定的结出发博弈才会到达不同的直接后续结。在图 2.1 中，N 有两个决策结，如果 A 选择开发，博弈到达左边的决策结；如果 A 选择不开发，博弈到达右边的决策结。博弈树的枝不仅完整地描述了每一个决策结参与人的行动空间（博弈的扩展式表述的第 3 要素），而且给出了从一个决策结到下一个决策结的路径。正因为如此，每一个终点结才完全决定了博弈树的路径。

3. **信息集**(information sets)：博弈树上的所有决策结分割成不同的信息集。每一个信息集是决策结集合的一个子集，该子集包括所有满足下列条件的决策结：(1)每一个决策结都是同一参与人的决策结；(2) 该参与人知道博弈进入该集合的某个决策结，但不知道自己究竟处于哪一个决策结。引入信

息集的目的是描述下列情况：当一个参与人要作出决策时他可能并不知道“之前”发生的所有事情（这里，我们将之前放在引号内，因为博弈树中的决策结的排序并不一定与行动的时间顺序相一致）。

为了给出信息集的直观解释，让我们考虑房地产开发博弈的几种可能的情况。在图 2.1 中，我们假定开发商 B 是在知道 A 的选择和自然的选择之后决策的，此时，博弈树的 7 个决策结分割成 7 个信息集，其中一个（初始结）属于 A，两个属于 N，四个属于 B；每个信息集只包含一个决策结，意味着所有参与人在决策时准确地知道自己处于哪一个决策结。现在让我们对上述假设作一个小小的改动，假定行动顺序如前，但 B 在决策时并不确切地知道自然的选择。此时，B 的信息集由原来的四个变成两个，每个信息集包含两个决策结。两个信息集分别对应着 B 必须作出的两个不同的决策：如果 A 开

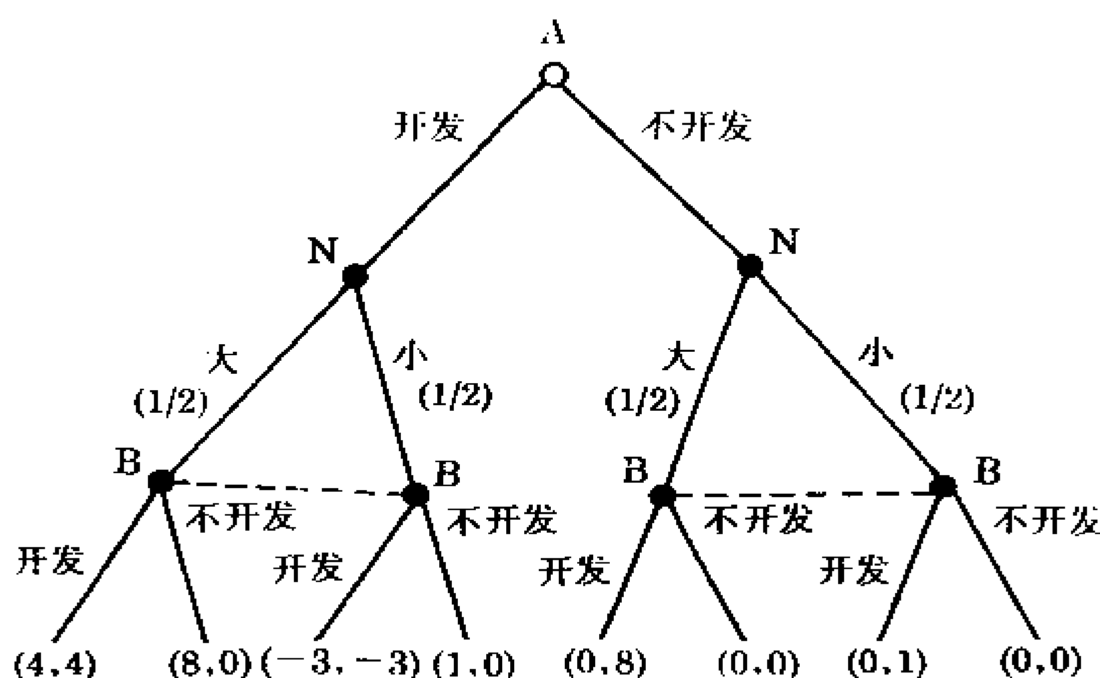


图 2.3　房地产开发博弈 Ⅱ

发，自己是否开发；如果 A 不开发，自己是否开发。在图 2.3 中，我们用虚线将属于同一信息集的两个决策结连接起来（有些作者喜欢把属于同一信息集的决策结用虚线圈起来）。注意，尽管图 2.1 和图 2.3 非常相似，但二者之间有一个很重要的不同，这就是 B 的信息集的不同。

房地产开发博弈的另一种可能的情况是，B 知道自然的选择，但不知道 A 的选择（如 B 和 A 同时决策）。此时，B 也有两个信息集，每个信息集包含两个决策结；两个信息集分别对应着两种不同情况下的决策：需求大是否开发和需求小是否开发。如图 2.4 所示。

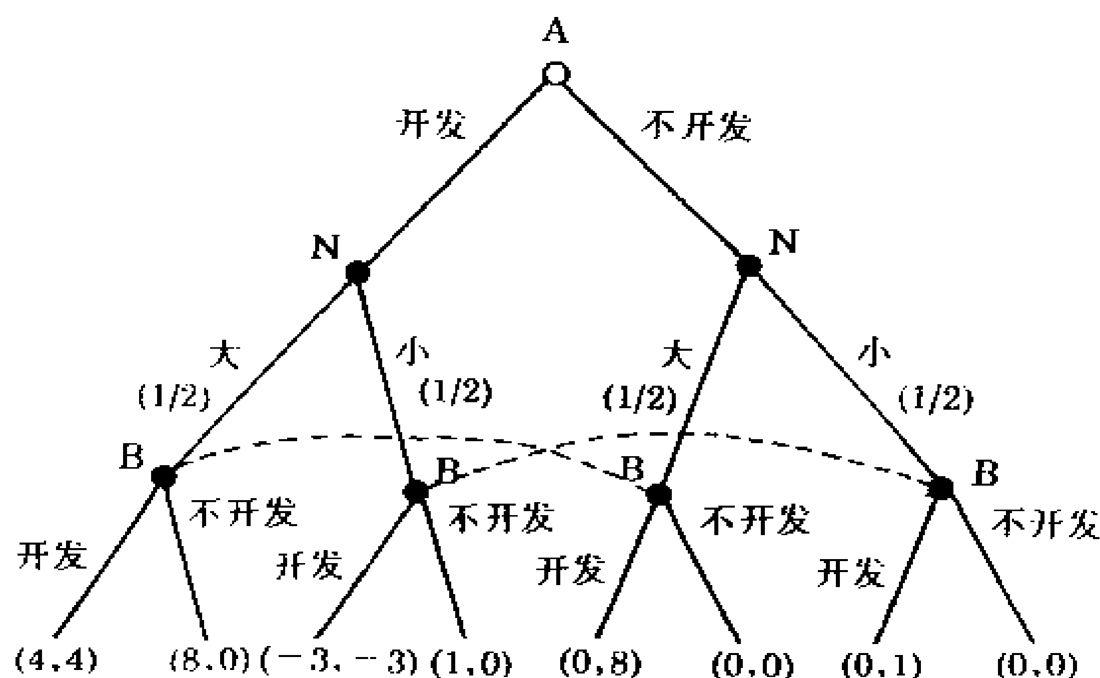


图 2.4　房地产开发博弈

一般地，我们用 H 代表信息集的集合，$h \in H$ 代表一个特定的信息集。特别地，我们将用 $h(x)$ 表示包含决策结 x 的信息集。我们可以对 $h(x)$ 作如下解释：$h(x)$ 是一个信息集意

味着在 x 点决策的参与人 i 不确定他是否处在 x 或其他的 $x'' \in h(x)$。这一点意味着一个决策结属于一个并且只属于一个信息集，因为如果 $x'' \in h(x)$，那么 $x \in h(x'')$。此外，假定 $x'' \in h(x)$，我们要求 H 满足下列条件：(1)$x \notin P(x'')$ 且 $x'' \notin P(x)$；(2)$i(x)=i(x'')$；(3)$A(x)=A(x'')$。条件(1)说的是，任何一个决策结不能是属于同一信息集的其他决策结的前列结或后续结。这一点意味着在博弈的任何一个时点上参与人记得自己在之前是否行动过。条件(2)说的是，同一信息集的所有结都是同一参与人的决策结。这意味着参与人不会将自己行动的结与他人行动的结混淆。条件(3)说的是一个参与人在属于同一信息集的每一个决策结的行动空间应该是相同的，否则的话，参与人可以通过行动空间不同来区分不同的决策结。有了这个假设，我们可以用 $A(h)$ 表示给定信息集下的行动集合。读者可以检查一下，我们前面有关房地产开发博弈几种假设下的信息集都满足这些条件。从某种意义上讲，信息集的构造和上述三个假设反映了博弈模型的一个更为基本的假设，这就是，博弈的结构是所有参与人的共同知识，每个参与人都可以看到博弈树。

一个信息集可能包含多个决策结，也可能只包含一个决策结。只包含一个决策结的信息集称为单结信息集(singletons)。如果博弈树的所有信息集都是单结的，该博弈称为完美信息博弈(game of perfect information)。完美信息博弈意味着博弈中没有任何两个参与人同时行动，并且所有后行动者能确切地知道前行动者选择了什么行动，所有参与人观测到自然的行动。在博弈树上，完美信息意味着没有任何两个决策结是用虚线连起来的。不过，有一个涉及虚拟参与人“自

然”的问题需要特别说明。在博弈论中，自然的信息集总是假定为单结的。因为自然是随机行动的，自然在参与人决策之后行动等价于自然在参与人决策之前行动但参与人不能观测到自然的行动。由于这个原因，博弈树上是否出现连接不同决策结的虚线取决于我们如何划决策结的顺序。比如说，图 2.1 看起来像一个完美信息博弈，但如果我们将自然的决策结作为初始结，A 在不知道自然的选择时决策，我们得到的就是一个不完美信息博弈，如图 2.5 所示（这里，A 的一个信息集包含两个决策结，分别对应自然的选择“大”和“小”）。[1]

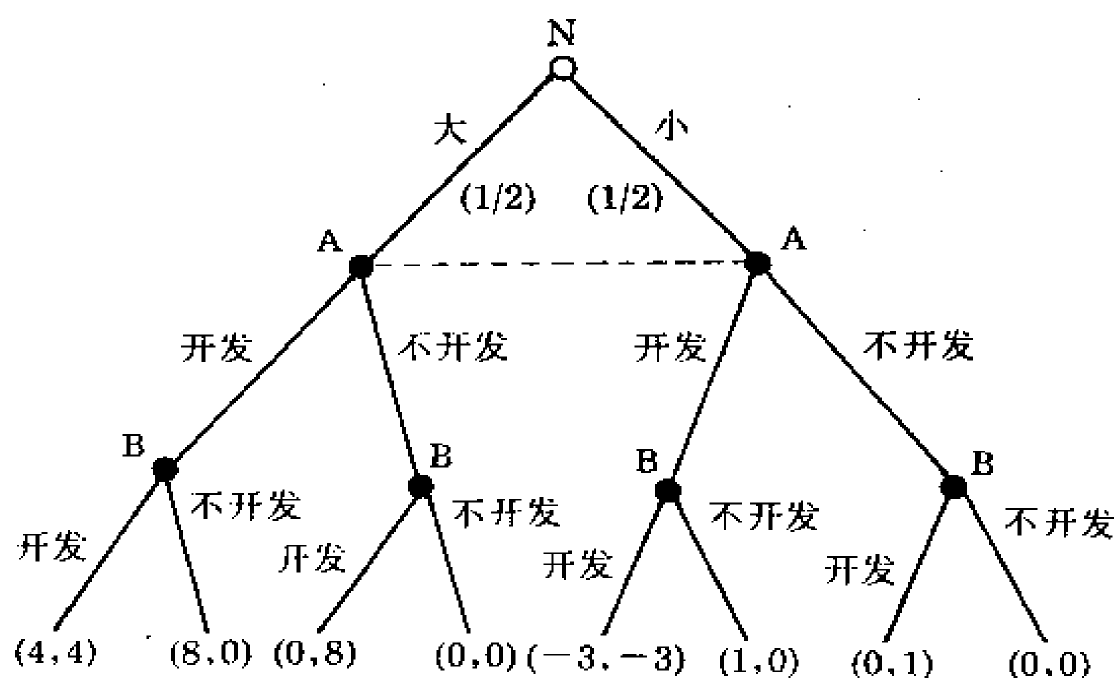


图 2.5　房地产开发博弈 I：另一种表述

---

① 有些学者将自然在参与人决策之后行动的博弈称为“不确定性博弈”(game of uncertainty)，自然在参与人决策之前行动且参与人不能观测到自然的行动的博弈称为“确定性但不完美信息博弈”(game of certainty but unperfect information)，见 Rasmusen (1994)。

上述例子也说明，不同的博弈树可能代表相同的博弈。不过，这里有一个基本的规则必须遵守，这就是，一个参与人在决策之前知道的事情（可能是其他参与人的行动或自然的行动）必须出现在该参与人的决策结之前。就是说，比如说，如果B 在决策时知道 A 的选择，那么 A 的决策结必须是 B 的决策结的前列结。图 2.5 和图 2.1 代表相同的博弈，图 2.1 中决策结的顺序是 $A\to N\to B$，图 2.5 中决策结的顺序是 $N\to A\to B$；但我们不能用 $A\to B\to N$ 或 $B\to A\to N$ 代表相同的博弈，因为 B 在决策时知道 N 和 A 的选择。此外，应注意的是，信息集必须准确地表达出来（同一个参与人在代表同一博弈的不同博弈树中的信息集的数量必须相同，自然除外）。作为一个练习，读者可以检验图 2.6 和图 2.7 代表与图 2.4 相同的博弈，在这个博弈中，B 知道 N 但不知道 A 的选择，A 既不知道 N 的

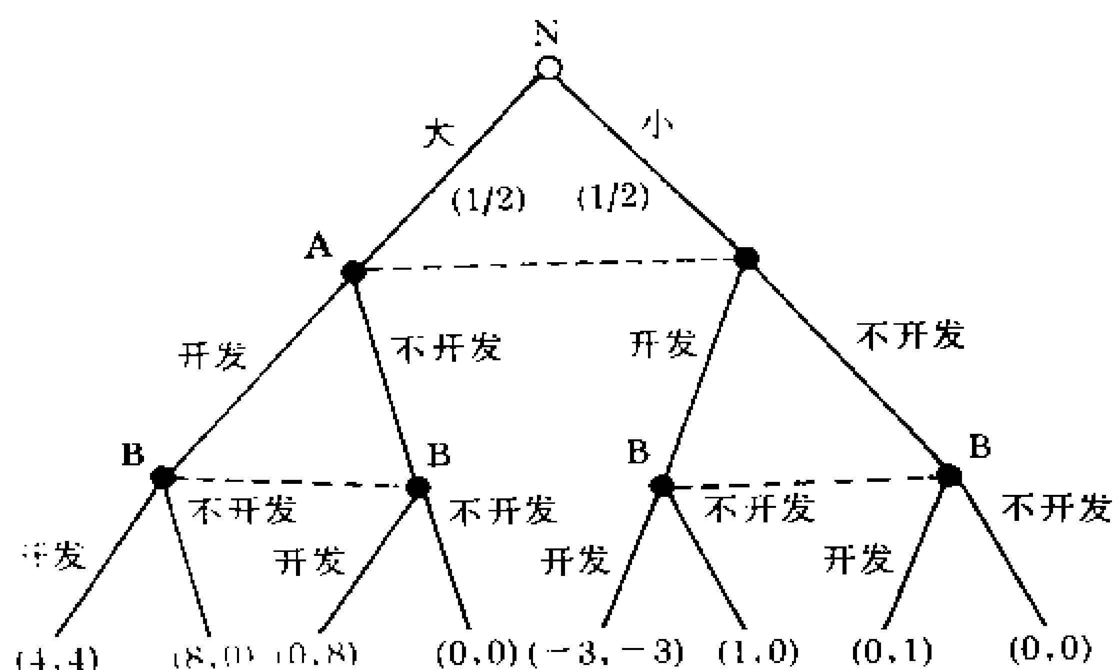


图 2.6　房地产开发博弈 Ⅲ：第二种表述

选择也不知道 B 的选择，因此，在所有三个博弈树中，B 有两个信息集，A 有一个信息集（在图 2.7 中，A 的信息集包含四个决策结，意味着他在决策时不知道自己处于四个结中的哪一个）。注意，终点结的支付向量要作适当调整；特别地，在图 2.7 中，向量的第一个数字是 B 的支付，第二个数字是 A 的支付。

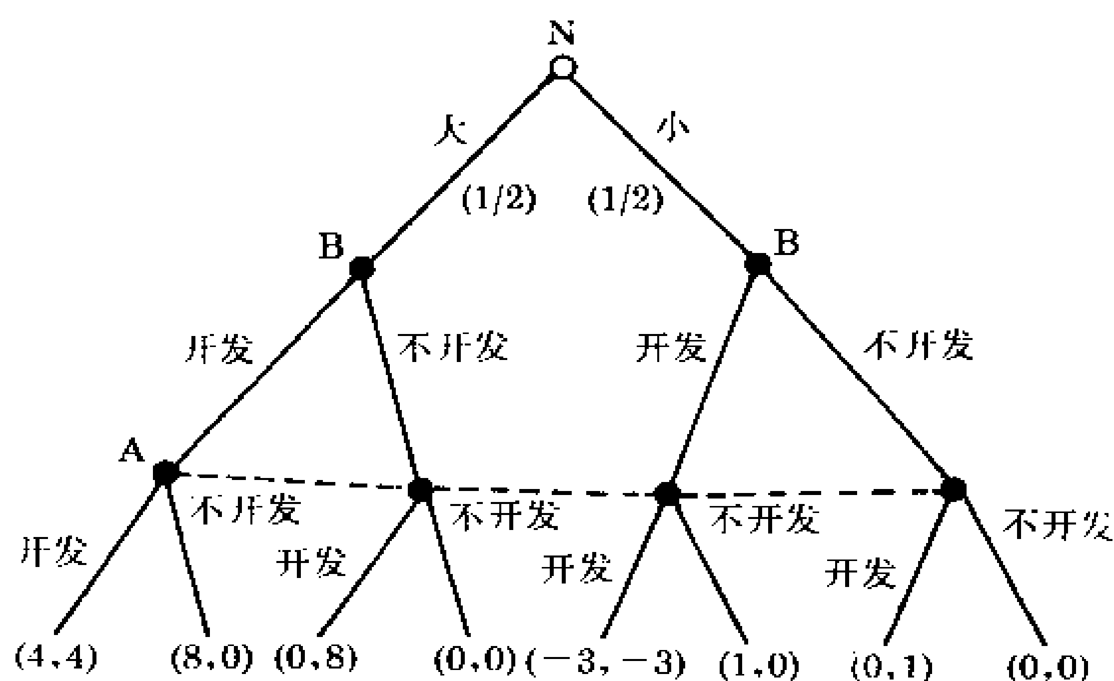


图 2.7　房地产开发博弈 Ⅲ：第三种表述

上述分析也说明，有了信息集的概念，扩展式表述也可以用于表述静态博弈（即参与人同时行动的博弈）。这里，因为所有参与人同时行动，博弈树可以从任何一个参与人的决策结开始；因为没有参与人在决策时知道其他参与人的选择，每个参与人都只有一个信息集。考虑我们在第 1 章引入的囚徒困境博弈，图 2.8(a)和图 2.8(b)分别是这个博弈的两个不同的扩展式表述。注意，在图(a)，囚徒 A 的决策结标在囚徒 B 的

两个决策结之前，而在图(b)，囚徒B的决策结标在A的两个决策结之前；但在每一种情况，我们使用一个信息集来表明下述事实："第二个"参与人在决策时不知道"第一个"参与人选择了什么。另外应注意的是，习惯上，终点结的支付向量的第一个数字总是"第一个"参与人的支付，第二个数字总是"第二个"参与人的支付。

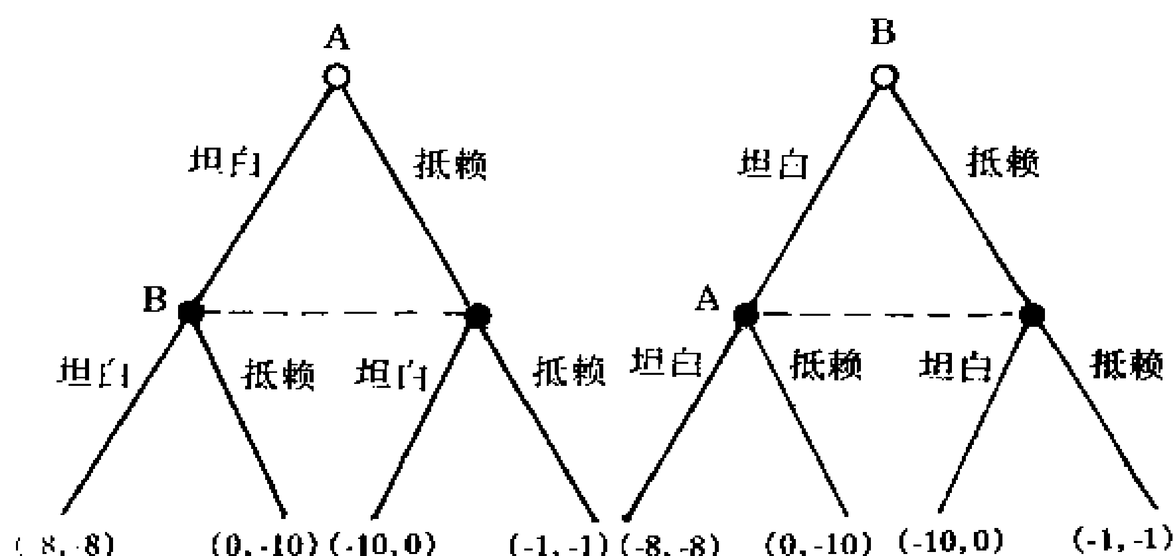


图 2.8 囚徒困境博弈的扩展式表述

一般假定博弈满足"完美回忆"(perfect recall)的要求。完美回忆是与信息集有关的一个概念，它指的是没有参与人会忘记自己以前知道的事情，所有参与人都知道自己以前的选择。为了理解这个概念，考虑图2.9的例子。[①]在图2.9(a)，参与人1不能区别三个行动序列(U,R)，(D,L)和(D,R)。参

① 这个例子取自克瑞普斯(1990)。

与人 1 不能区别(D,L)和(D,R)是正常的，因为 L 和 R 是参与人 2 的选择，参与人 1 可能没有观测到参与人 2 选择了什么。但如果参与人 1 能记住自己最初的选择，他就不应该混淆(U,R)与(D,L)和(D,R)。因此，我们说参与人 1 不具有完美回忆。在图 2.9(b)，自然先行动，参与人 1 在第一次决策时知道自然的选择（两个决策结分别为两个信息集），但在参与人 2 行动之后参与人 1 再次行动时，参与人 1 忘记了自然最初的选择，尽管他记着自己的初次选择和参与人 2 的选择（每条虚线连接的两个结属于一个信息集）。因此，这个博弈也不满足完美回忆的要求。[1]

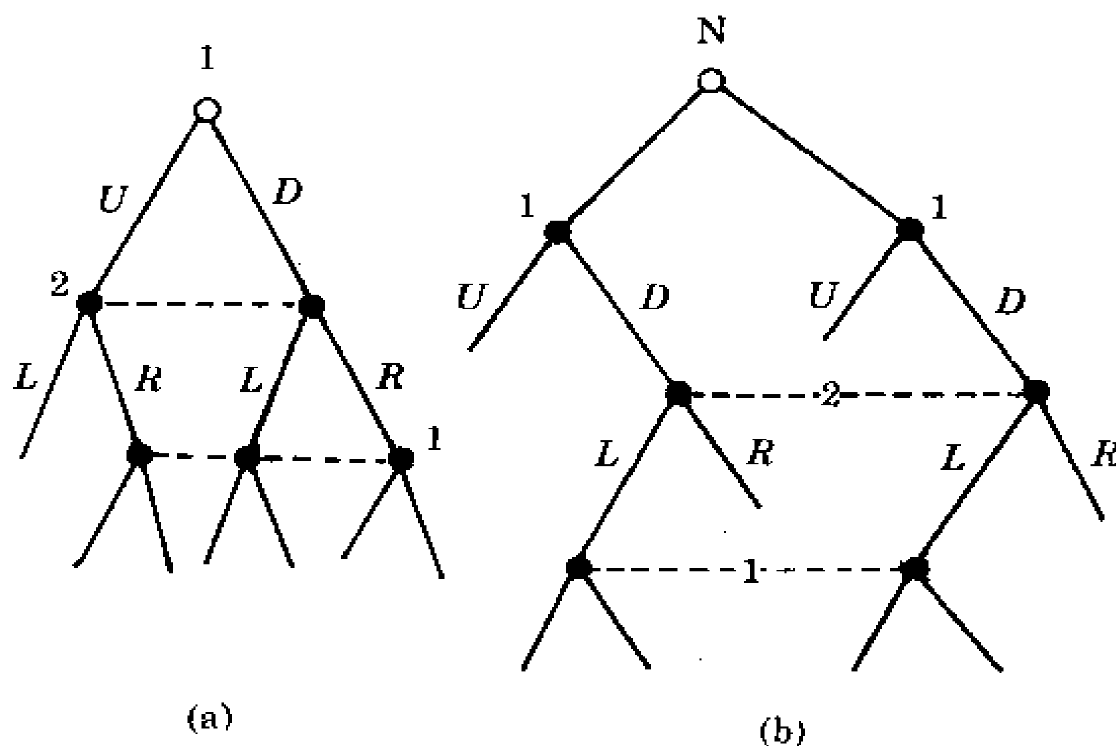


图 2.9　参与人不具完美记忆的两个例子

---

[1] 现实中不具完美回忆的一个例子是扑克比赛。在扑克比赛中，参与人常常忘了别人曾出过些什么牌。

为了排除上述两种情况以确保博弈具有完美回忆的特征，我们要求，如果：(1)$x^2 \in h(x^1)$(x^2 和 x^1 属于同一信息集)，(2)$x \in P(x^1)$(x 是 x^1 的前列集)，(3)$i(x)=i(x^1)$(x 和 x^1 都是 i 的决策结)，那么，存在一个 x''(可能是 x 本身)，满足：(1)$x'' \in h(x)$，(2)$x'' \in P(x^2)$，(3)在 x 点为到达 x^1 的行动与在 x''点为到达 x^2 的行动是一样的。如图 2.10 所示。上述要求等价于要求参与人记住以前知道的所有事情。直观地讲，因为 x^1 和 x^2 属于同一个信息集，x 是 x^1 的前列结，那一定存在 x^2 的一个前列结 x''与 x 属于同一个信息集；既然参与人记着他选择了什么行动，从属于同一信息集的 x 和 x''出发，他一定选择了同样的行动。读者可以检查一下，图 2.9 的两个博弈都不满足上述要求，其中(a)不满足“同一行动”假设(即(3))，(b)不满足“同一信息集”假设(即(1))。

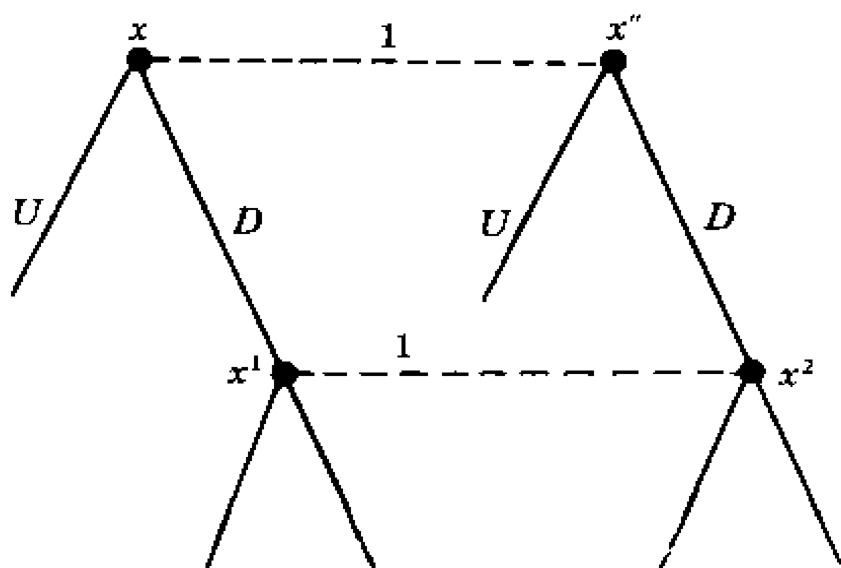


图 2.10　完美记忆的要求

当博弈涉及到外生的不确定性事件时，我们假定“自然”以某种概率选择某个特定事件。在博弈树上，我们一般用方括

号内的数字代表概率。我们一般假定，所有参与人对自然的选择具有相同的先验概率，即所谓的"海萨尼公理"(Harsanyi doctrine)。有关这个问题的详细讨论，我们将在下一章给出。

2.2 扩展式表述博弈的纳什均衡

在引入博弈的扩展式表述后，让我们来讨论扩展式表述博弈的纳什均衡。为了使用上一章定义的纳什均衡概念，我们的第一步工作是将博弈的扩展式表述和战略式表述联系起来。我们仍用 S_i 表述纯战略，u_i 表述支付函数。就是说，同样的纯战略既可以解释为扩展式的，也可以解释为战略式的。不同之处在于，在扩展式表述博弈，参与人是相机行事，即"等待"博弈到达自己的信息集(包含一个或多个决策结)后再决定如何行动；在战略式表述博弈，参与人似乎是在博弈开始之前就制定出了一个完全的相机行动计划，即"如果……发生，我将选择……"。

为了说明如何从扩展式表述构造战略式表述，让我们考虑房地产开发博弈的例子。假定在博弈开始之前自然就选择了"低需求"，并且已成为参与人的共同信息；再假定开发商 A 先决策，开发商 B 在观测到 A 的选择后决策。那么，博弈的扩展式表述如图 2.11 所示。这是一个完美信息博弈(每个人的信息集都是单结的)。为了构造出这个博弈的战略式表述，首先注意到，A 只有一个信息集，两个可选择的行动，因而 A 的行动空间也即战略空间：S_A=(开发，不开发)。但 B 有两个信息集，每个信息集上有两个可选择的行动，因而 B 有四个纯

战略，分别为：(1) 不论 A 开发还是不开发，我开发；(2)A 开发我开发，A 不开发我不开发；(3)A 开发我不开发，A 不开发我开发；(4)不论 A 开发还是不开发，我不开发。如果我们将 B 的信息集从左到右排列，上述四个纯战略可以简写成：{开发，开发}，{开发，不开发}，{不开发，开发}和{不开发，不开发}。表 2.1 是这个博弈的战略式表述。

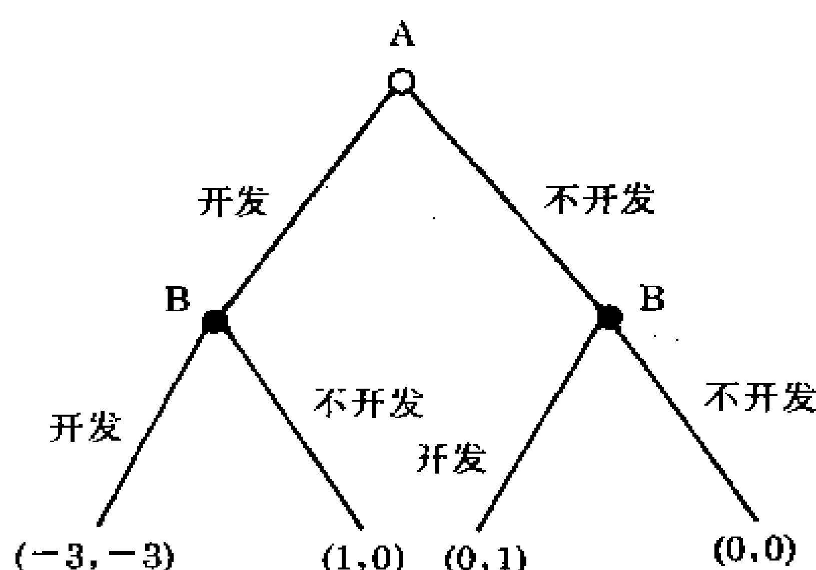


图 2.11　房地产开发博弈Ⅳ

表 2.1　房地产开发博弈：战略式表述

		开发商 B			
		{开发，开发}	{开发，不开发}	{不开发，开发}	{不开发，不开发}
开发商 A	开发	−3，−3	−3，−3	1，0	1，0
	不开发	0，1	0，0	0，1	0，0

从战略式表述中，我们发现这个博弈有三个纯战略纳什均衡，分别为(开发，{不开发，开发})，(开发，{不开发，不开发})和(不开发，{开发，开发})。在每一个均衡，给定对方的战

略，自己的战略是最优的。前两个均衡的结果是(开发，不开发)，即 A 开发，B 不开发；第三个均衡的结果是(不开发，开发)，即 A 不开发，B 开发。注意，这里，均衡与均衡结果是不同的(不同的均衡可能对应相同的均衡结果)。

现在我们来一般地定义扩展式博弈的战略。使用上一节引入的符号，令 H_i 为第 i 个参与人的信息集的集合，$A_i \equiv \bigcup_{h_i \in H_i} A(h_i)$ 为其行动集合，其中 $A(h_i)$ 是在信息集 h_i 的行动集合。参与人 i 的一个纯战略是从信息集集合 H_i 到行动集合 A_i 的一个映射，用 $S_i: H_i \rightarrow A_i$ 表示，其中，对于所有的 $h_i \in H_i$，$S_i(h_i) \in A(h_i)$，参与人 i 的纯战略空间 S_i 就是所有 S_i 的集合。因为每一个纯战略都是从信息集到行动集的一个映射，S_i 可以表示为在每一个信息集 h_i 上的行动空间 $A(h_i)$ 的笛卡尔积：

$$S_i = \underset{h_i \in H_i}{\times} A(h_i)$$

比如说，在房地产开发博弈 IV 中，开发商 A 只有一个信息集和两个可选择的行动，所以他有两个纯战略；开发商 B 有两个信息集(对应 A 的两个行动选择)，每个信息集上，B 有两个行动选择，因而 B 有四个纯战略。一般地，一个参与人可选择的纯战略的总数 $\# S_i$，等于：

$$\prod_{h_i \in H_i} \# (A(h_i))$$

在扩展式表述博弈，所有 n 个参与人的一个纯战略组合 $s = (s_i, \cdots, s_n)$ 决定了博弈树上的一个路径。比如说，在上述房地产开发博弈中，(开发，{不开发，开发})决定了博弈的路径为 A→开发→B→不开发→(1,0)；(不开发，{开发，开发})决

定了博弈的路径为 A→不开发→B→开发→(0,1)。

每一个战略组合(从而博弈树的路径)决定了一个支付向量 $u=(u_1,\cdots,u_n)$。战略组合 s^* 是扩展式博弈的一个纳什均衡,如果对于所有的 i,s_i^* 最大化 $u_i(s_i,s_{-i}^*)$(或 u_i 的期望值,如果自然行动的话),即:

$$s_i^* \in \underset{s_i\in S_i}{\arg\max}\, u_i(s_i,s_{-i}^*),\ \forall i$$

注意,因为一个参与人的纳什均衡战略是假定其他参与人的战略是给定时的最优战略,所有参与人似乎是在同时选择战略。但这并不意味着在纳什均衡中,参与人一定是在同时选择行动。比如说,在房地产开发博弈中,假定 B 的给定战略为{不开发,开发},那么,当 A 假定 B 的战略是给定的时,他并不是假定 B 的行动将不受自己的选择的影响,而是假定 B 将根据这个给定的战略行动:如果 A 选择开发,B 将选择不开发;如果 A 不开发,B 将开发。

在讨论纯战略纳什均衡后,我们再来看混合战略纳什均衡。在扩展式表述博弈中,混合战略被称为**"行为战略"**(behaviour strategies)以区别于战略式表述博弈的混合战略概念。行为战略是指参与人在每一个信息集上随机地选择行动。令 $\Delta(A(h_i))$为定义在行动集合 $A(h_i)$上的概率分布,b_i 为参与人 i 的一个行为战略,那么 b_i 是笛卡尔积$\times_{h_i\in H_i}\Delta(A(h_i))$中的一个元素。就是说,一个行为战略规定了对应每一个信息集的行动集合上的概率分布,且不同信息集上的概率分布是独立的。通俗地讲,行为战略可以表述为"如果 h_i^1 出现,我将以 $\Delta(A(h_i^1))$的概率选择 $A(h_i^1)$;如果 h_i^2 出现,我将以 $\Delta(A(h_i^2))$的概率选择 $A(h_i^2)$",如此等等。显然,纯战略可以

理解为行为战略的特例，这里，概率分布是退化的（即："如果 h_i^l 出现，我将以 1 的概率选择 $a(h_i^l)$，0 的概率选择其他"，等等。）每一个行为战略组合 $b=(b_1,\cdots,b_n)$ 给出一个支付空间上的概率分布。$b^*=(b_1^*,\cdots,b_n^*)$ 是一个行为战略纳什均衡（Nash equilibrium in behaviour strategies），如果没有任何参与人可以通过选择其他行为战略增加自己的期望效用。

尽管扩展式博弈和战略式博弈具有完全相同的纯战略空间，战略式博弈的混合战略集合不同于扩展式博弈的行为战略集合。卢斯和莱丰（Luce and Raiffa，1957）使用下列类比来说明二者的区别：纯战略是一本操作手册，其中每一页告诉参与人在一个特定的信息集上如何行动；纯战略空间类似一个由所有操作手册组成的图书馆；混合战略是在所有书上的概率测度（即随机地在书架上取一本书）。对比之下，一个给定的行为战略类似单独的一本书，它的每一页给出一个随机选择。

类似我们可以从扩展式博弈构造出战略式博弈从而构造出纯战略一样，我们也可以从行为战略构造出混合战略。为了说明这一点，让我们考虑图 2.12（这个图可以理解为图 2.11 的抽象表述，我们省略了支付向量）。这里，参与人 2 有四个纯战略：$\{L,L\}$，$\{L,R\}$，$\{R,L\}$ 和 $\{R,R\}$。考虑行为战略 $b_2=\{(\frac{1}{2},\frac{1}{2}),(\frac{1}{2},\frac{1}{2})\}$，即在每一个信息集，参与人 2 以 1/2 的概率选择一种行动。令 $\sigma_2=(\sigma_{21},\sigma_{22},\sigma_{23},\sigma_{24})$ 为参与人 2 的混合战略。因为，参与人 2 在信息集 h 选择 L 只有在纯战略 $\{L,L\}$ 和 $\{L,R\}$ 下发生，选择 R 只有在纯战略 $\{R,L\}$ 和 $\{R,R\}$ 下发生，在信息集 h'' 选择 L 只有在纯战略 $\{L,L\}$ 和 $\{R,L\}$ 下发生，选择 R 只有在纯战略 $\{L,R\}$ 和 $\{R,R\}$ 下发生，解 σ_{21}

$+\sigma_{22}=1/2$，$\sigma_{23}+\sigma_{24}=1/2$，$\sigma_{21}+\sigma_{23}=1/2$ 和 $\sigma_{22}+\sigma_{24}=1/2$，我们得到混合战略 $\sigma_2=(\sigma_{21},\sigma_{22},\sigma_{23},\sigma_{24})$，特别地，$\sigma_2=(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4})$和 $\sigma_2=(\frac{1}{2},0,0,\frac{1}{2})$是上述四个等式的两个解。这个例子也说明，一个行为战略可能对应多个混合战略；但逆定理不成立，即一个混合战略只对应一个行为战略。

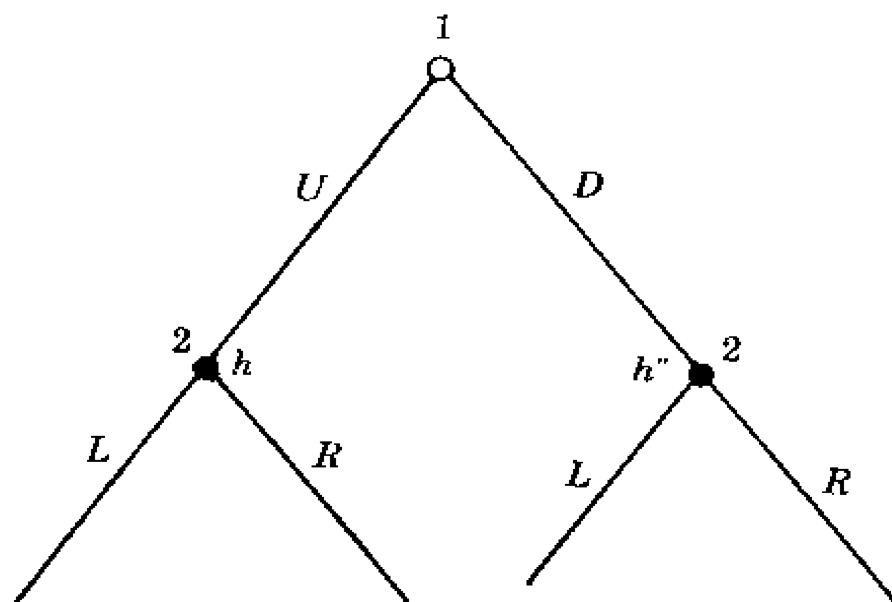


图 2.12

尽管混合战略和行为战略是两个不同的概念，库恩(Kuhn，1953)证明，在完美回忆博弈中，这两个概念是等价的(equivalent)。就是说，任何混合战略 σ_i 等价于一个唯一的行为战略 b_i，任何一个行为战略 b_i 等价于每一个从该行为战略构造的混合战略 σ_i。这里，"等价"的意思是，对于其他参与人的所有战略，σ_i 和 b_i 在结果(支付)上定义了相同的概率分布。混合战略和行为战略的等价性可以从图2.12

的例子看出。[1]

等价性定理给了我们使用术语的方便。因为本书仅限于研究完美回忆博弈，在以后的讨论中，我们将用“混合战略”代替“行为战略”一词。特别地，我们将用 σ_i 代替 b_i 表示行为战略，这样，$\sigma_i(a_i|h_i)$ 表示参与人 i 在信息集 h_i 选择行动 a_i 的概率。

如果一个扩展式博弈有有限个信息集，每个信息集上参与人有有限个行动选择，我们说这个博弈是有限博弈。如果一个扩展式博弈是有限博弈，那么，对应的战略式博弈也是有限博弈。1.5 节给出的纳什均衡存在性定理意味着这个博弈存在一个混合战略纳什均衡。特别地，如果这个博弈是完美信息博弈(即每一个信息集都是单结的)，那么，它有一个纯战略纳什均衡。正式地，我们有如下定理：

定理(Zermelo,1913;Kuhn,1953)：一个有限完美信息博弈有一个纯战略纳什均衡。

我们可以使用动态规划的**逆向归纳法**(backward induction)证明上述定理。因为博弈是有限的，博弈树上一定存在一个最后的决策结的集合(即倒数第二个结，它的直接后续结是终点结)，在该决策结上行动的参与人将选择一个最大化自己的支付的行动；给定这个参与人的选择，倒数第二个决策结上的参与人将选择一个可行的行动最大化自己的支付；如此

① 关于等价性的更详细的讨论，参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)，第 87-90 页，克瑞普斯(1990)，第 380-384 页。

等等，直到初始结。当这个倒推过程完成时，我们得到一个路径，该路径给出每一个参与人一个特定的战略，所有这些战略构成一个纳什均衡（事实上，这个纳什均衡满足子博弈精炼纳什均衡的要求；见下节）。

为了说明这个定理，让我们考虑图 2.13 所示的扩展式博弈（表 2.2 是这个博弈的战略式表述）。在这个博弈中，如果参与人 1 选择 U，参与人 2 的信息集不能达到，因此 L 和 R 是等价的；当参与人 1 选择 D 时，参与人 2 有两个选择：选择 L 得到 1 单位的支付，选择 R 得到 0 单位的支付。因为 L 是最优选择，我们预测，如果 1 选择 D，2 将选择 L；如果 2 知道 1 是理性的，1 将选择 D，获得 3 单位的支付（而不是选择 U 获得 2 单位的支付）。因此，(D,L)是一个纯战略纳什均衡（这个博弈是我们在第 1 章讨论过的市场进入博弈的变形）。

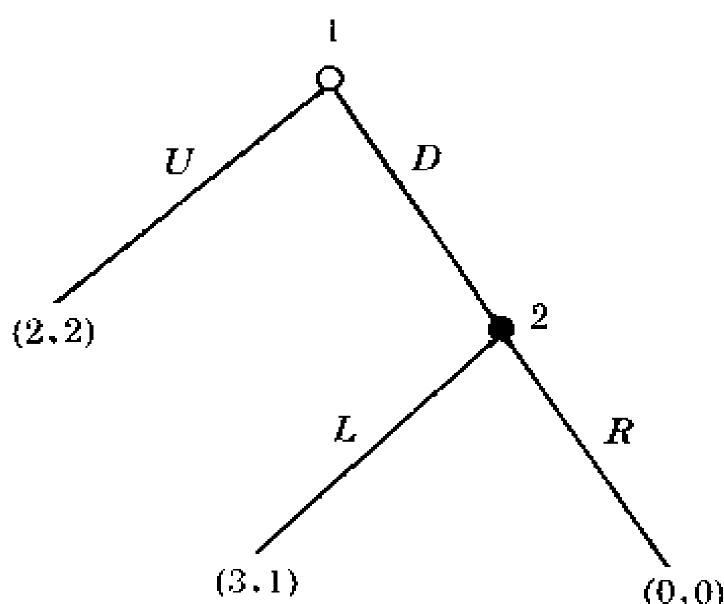


图 2.13

表 2.2　图 2.13 的战略式表述

		参与人 2 L	参与人 2 R
参与人 1	U	2,2	2,2
	D	3,1	0,0

考察这个博弈的战略式表述表 2.2，我们得到这个博弈的另一个纳什均衡：(U,R)。这里，我们可以使用这个例子对有关扩展式博弈的纳什均衡的有些术语作点说明。如果参与人 1 选择 U，那么，参与人 2 的信息集不能达到，我们说参与人 2 的信息集不在均衡路径(out-of-equilibrium path)。在这种情况下，参与人 2 无论选择什么对他的支付没有影响，因此，纳什均衡对一个参与人在非均衡信息集上的选择没有限制。但是，一个参与人在非均衡信息集的战略可以影响其他参与人在均衡信息集上的选择，因为后者在评价他们可使用的其他战略的价值时，不得不考虑如果它们引起原先的非均衡信息集达到的话，什么将发生。在均衡(U,R)，参与人 1 选择 U 而不是 D，因为参与人 2 在非均衡信息集上选择 R。如果参与人 2 在非均衡信息集上选择 L，U 就不是参与人 1 的最优选择。

逆向归纳法实际上是重复剔除劣战略方法在扩展式博弈中的应用。我们从最后一个决策结开始往回倒推，每一步剔除在该决策结上参与人的劣选择，因此，在均衡路径，每一个参与人在每一个信息集上的选择都是占优选择。

上述逆向归纳法过程当然不适用于无限博弈和不完美信息博弈。一个无限博弈或者是一个决策结有无穷多个后续结，

或者是一个路径包含无穷多个决策结。在第一种情况，如果对支付函数没有进一步的限制，最优选择可能不存在；在第二种情况，不存在最后一个决策结。不完美信息博弈的信息集不是单结的，如果对参与人 2 有关参与人 1 的最优选择的信念没有特别说明，我们无法定义参与人 2 的最优选择。不过，我们将看到，逆向归纳法的逻辑仍可以用来找出不完美信息博弈的均衡解。另外，逆向归纳法不适用于无限博弈并不意味着无限博弈没有纳什均衡存在。

2.3　子博弈精炼纳什均衡

2.3—1　引言

我们已经看到，战略式表述可以用来表述任何复杂的扩展式博弈，从而，纳什均衡的概念适用于所有博弈，而不仅仅是参与人同时行动的静态博弈。但是，如果博弈分析的目的是预测博弈中参与人的行为，纳什均衡给出的可能并不是一个非常合理的预测。我们在上一章已经指出，一个博弈可能有多个（甚至无穷多个）纳什均衡，究竟哪一个均衡更为合理，博弈论没有一般的结论。但是，均衡的多重性并不是纳什均衡存在的最严重的问题。最严重的问题是，纳什均衡假定每一个参与人在选择自己的最优战略时假定所有其他参与人的战略选择是给定的，就是说，参与人并不考虑自己的选择对其他人选择的影响。由于这个原因，纳什均衡很难说是动态博弈的一个合理解，因为在动态博弈中，参与人的行动有先有后，后行动者的选择空间依赖于前行动者的选择，前行动者在选择自己的

战略时不可能不考虑自己的选择对后行动者选择的影响。纳什均衡的这个缺陷促使博弈论专家从60年代开始就不断寻求改进(perfecting)和精炼(refining)纳什均衡概念,以得到更为合理的博弈解。本节将要讨论的泽尔腾(Selten)的**"子博弈精炼纳什均衡"**是纳什均衡概念的第一个最重要的改进,它的目的是把动态博弈中的"合理纳什均衡"与"不合理纳什均衡"分开。正如纳什均衡是完全信息静态博弈解的基本概念一样,子博弈精炼纳什均衡是完全信息动态博弈解的基本概念。

为了说明上述论点,让我们考虑上一节讨论过的房地产开发博弈的例子。为了叙述的方便,我们将图2.11复制为图2.14。这个博弈是一个完美信息博弈,开发商A先行动,开发商B在知道A的选择后再行动。从上一节的讨论中我们知道,这个博弈有三个纳什均衡,分别为:(不开发,{开发,开发}),(开发,{不开发,开发})和(开发,{不开发,不开发})。那么,这三个纳什均衡中哪一个是合理的,哪一个是不合理的呢?首先考虑战略组合(不开发,{开发,开发})。这个战略组合之所以构成一个纳什均衡,是因为B威胁不论A选择开发还是不开发,自己将选择开发;A相信了B的这个威胁,不开发是A的最优选择。类似地,B假定A将选择不开发;给定这个假设,{开发,开发}是B的最优战略。但是,A为什么要相信B的威胁呢?毕竟,如果A真的选择开发,B的信息集是x;此时,B选择开发得到-3的支付,选择不开发得到0的支付,显然B的最优选择是不开发。如果A知道B是理性的,A将选择开发,逼使B选择不开发,自己得到1的支付,而不是选择不开发,让B开发,自己得到0的支付。用博弈论的语言来说,纳什均衡(不开发,{开发,开发})是不可置信的(not

credible),因为它依赖于 B 的一个不可置信的威胁战略;B 的战略是不可置信的,因为给定 A 选择开发,B 不会实施这个威胁。

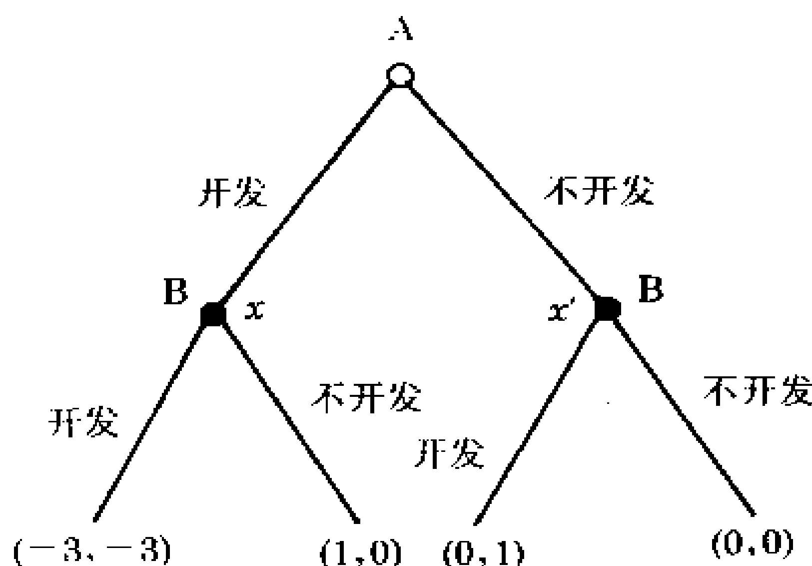


图 2.14 房地产开发博弈

现在再来看纳什均衡(开发,{不开发,不开发})。尽管这个结果(A 开发,B 不开发)似乎是合理的,但均衡战略本身是不合理的。如果 A 选择开发,B 的信息集是 x,最优选择是不开发。但是,如果 A 选择不开发,B 的信息集是 x',最优选择是开发而不是不开发。因此,{不开发,不开发}不是 B 的合理战略,或者说,不是一个可置信的战略。

容易看出,只有(开发,{不开发,开发})是一个合理的均衡,因为构成这个均衡的每个参与人的均衡战略都是合理的。如果 A 选择开发,B 的最优选择是不开发;如果 A 选择不开发,B 的最优选择是开发。A 预测到自己的选择对 B 选择的影响,开发是 A 的最优选择。均衡结果是,A 选择开发,B 选择不开发,A 的支付为 1,B 的支付为 0。事实上,(开

发，{不开发，开发}）是这个博弈的唯一的子博弈精炼纳什均衡。

2.3—2 子博弈精炼纳什均衡

泽尔腾（Selten，1965）引入“子博弈精炼纳什均衡”（subgame perfect Nash equilibrium）概念的目的是将那些包含不可置信威胁战略的纳什均衡从均衡中剔除，从而给出动态博弈结果的一个合理预测。简单地说，子博弈精炼纳什均衡要求均衡战略的行为规则在每一个信息集上都是最优的。

为了给出子博弈精炼纳什均衡概念的正式定义，我们需要首先定义“子博弈”的概念。粗略地说，子博弈是原博弈的一部分，它本身可以作为一个独立的博弈进行分析。正式地，我们有下述定义：

定义：一个扩展式博弈的子博弈 G 由一个决策结 x 和所有该决策结的后续结 $T(x)$（包括终点结）组成，它满足下列条件：(1) x 是一个单结信息集，即 $h(x)=\{x\}$；(2)对于所有的 $x^1\in T(x)$，如果 $x''\in h(x^1)$，那么 $x''\in T(x)$。

现在我们对上述定义中的两个条件作些解释。条件(1)说的是一个子博弈必须从一个单结信息集开始。这一点意味着当只当决策者在原博弈中确切地知道博弈进入一个特定的决策结时，该决策结才能作为一个子博弈的初始结；如果一个信息集包含两个以上决策结，没有任何一个决策结可以作为子博弈的初始结。显然，一个完美信息博弈的每一个决策结都开始一个子博弈（即每一个决策结和它的后续结构成一个子

博弈)。比如说,图 2.15 中,决策结 x 和它的后续结构成一个子博弈;决策结 x' 和它的后续结也构成一个子博弈。但是,在图 2.16 中,x 和 x' 都不能作为子博弈的初始结(图 2.16 可以理解为囚徒困境的扩展式表述)。

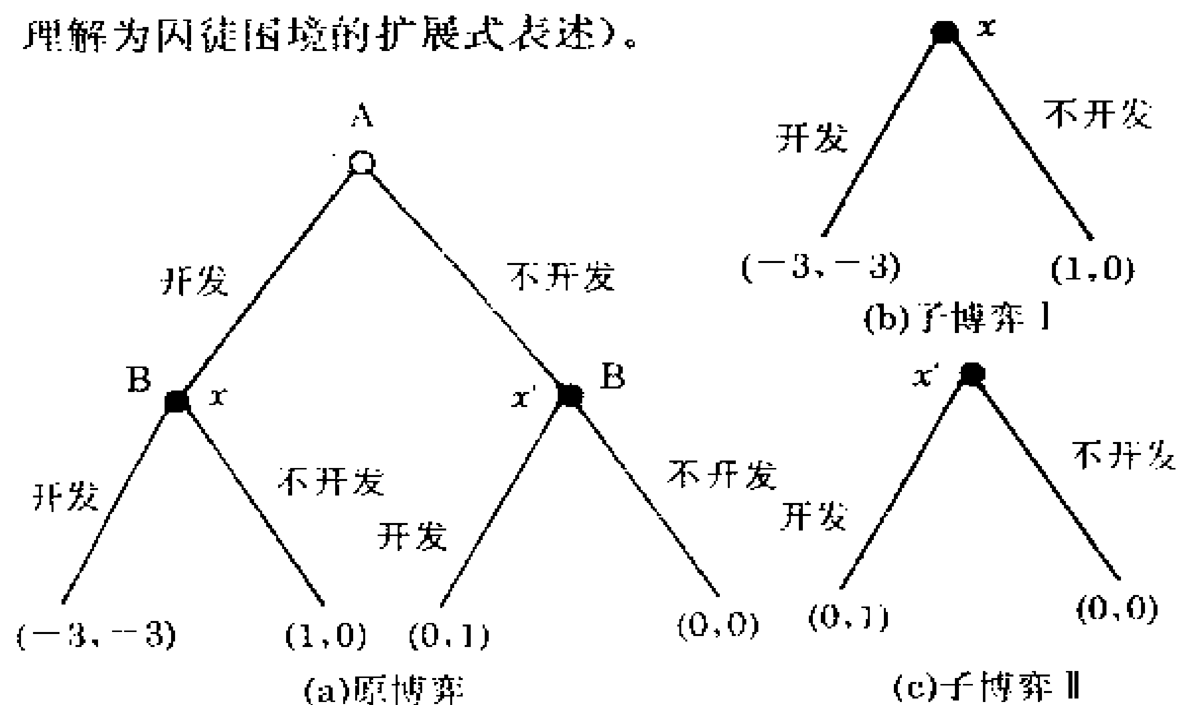


图 2.15　房地产开发博弈

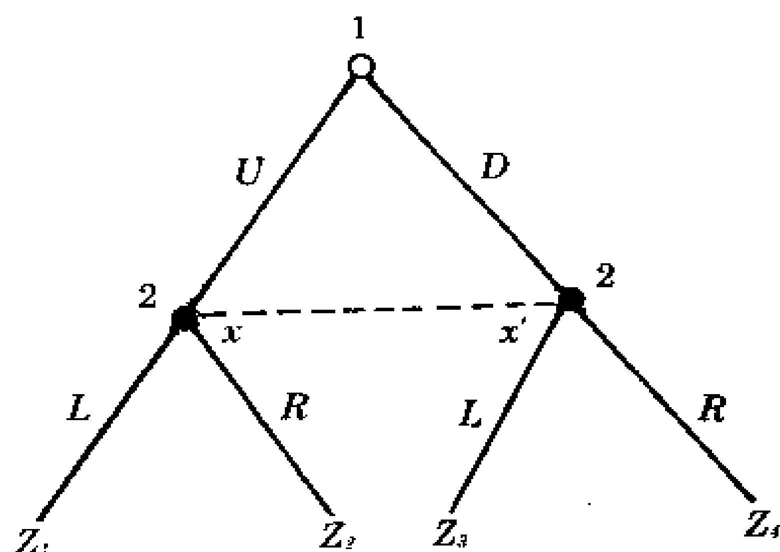


图 2.16

条件(2)说的是,子博弈的信息集和支付向量都直接继承自原博弈,就是说,当且仅当 x' 和 x'' 在原博弈中属于同一信息集时,它们在子博弈中才属于同一信息集;子博弈的支付函数只是原博弈支付函数留存在子博弈上的部分。特别地,条件(2)和条件(1)意味着子博弈不能切割原博弈的信息集。为了说明这一点,考虑图 2.17 所示的博弈。在这个博弈中,参与人 2 的两个信息集都是单结的,但因为参与人 3 的一个信息集包含三个决策结(另一个信息集是单结的),参与人 2 的信息集不能开始一个子博弈,因为否则的话,参与人 3 的信息集将被切割。

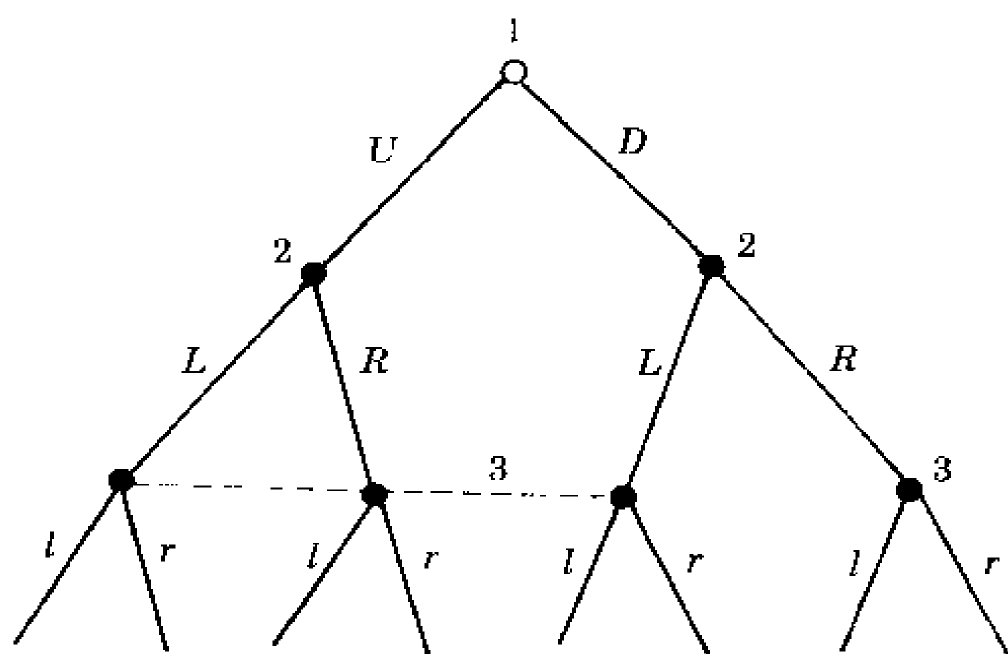


图 2.17

要求子博弈满足上述两个条件的目的是保证子博弈对应于原博弈中可能出现的情况。如果不满足这两个条件,参与人在原博弈中不知道的信息在子博弈中就变成知道的信

息，从子博弈中得出的结论对原博弈就没有意义。比如说，在图2.17中，如果从参与人2左边的信息集开始一个子博弈，参与人3的信息集就由原来的三个决策结变成两个决策结，他在子博弈中的选择就不同于在原博弈中的选择。有了上述两个条件，当原博弈进入某个子博弈时，支付函数有着很好的定义，我们可以检查一个特定的纳什均衡是否在子博弈上也构成一个纳什均衡，从而检查这个纳什均衡是否是一个合理的结果。

习惯上，任何博弈本身称为自身的一个子博弈。这样，图2.14有三个子博弈（除原博弈外另外有两个子博弈，如图2.15所示），图2.16除原博弈外没有其他子博弈。

有了子博弈的概念，我们现在给出"子博弈精炼纳什均衡"的正式定义。

定义：扩展式博弈的战略组合 $s^*=(s_1^*,\cdots,s_i^*,\cdots,s_n^*)$ 是一个子博弈精炼纳什均衡，如果：(1) 它是原博弈的纳什均衡；(2) 它在每一个子博弈上给出纳什均衡。

混合战略（行为战略）子博弈精炼纳什均衡可以类似地定义。简单地说，一个战略组合是子博弈精炼纳什均衡，当且只当它在每一个子博弈（包括原博弈）上都构成一个纳什均衡。如果整个博弈是唯一的子博弈（如图2.16和图2.17），纳什均衡与子博弈精炼纳什均衡是相同的；如果有其他子博弈存在，有些纳什均衡可能不构成子博弈精炼纳什均衡。

这里，有必要强调一下"在每一个子博弈上给出纳什均衡"这句话。如果一个博弈有几个子博弈，一个特定的纳什均

衡决定了原博弈树上唯一的一条路径，这条路径称为“均衡路径”(equilibrium path)，博弈树上的其他路径称为非均衡路径 (out-of-equilibrium path 或 off-equilibrium path)。如在图 2.14，“A→不开发→x'→B→开发→(0,1)”是纳什均衡(不开发，{开发，开发})的均衡路径，其他的路径都是该纳什均衡的非均衡路径。纳什均衡只要求均衡战略在均衡路径的决策结上是最优的(这句话有点同义反复)。“在每一个子博弈上给出纳什均衡”意味着，构成子博弈精炼纳什均衡的战略不仅在均衡路径的决策结上是最优的，而且在非均衡路径的决策结上也是最优的。这是纳什均衡与子博弈纳什均衡的实质区别所在。这里的要义是，战略是参与人行动规则的完备描述，它要告诉参与人在每一种可预见的情况下(即每一个决策结上)选择什么行动，即使这种情况实际上并没有发生(甚至参与人并不预期它会发生)，因此，只有当一个战略规定的行动规则在所有可能的情况下都是最优的时，它才是一个合理的、可置信的战略。子博弈精炼纳什均衡就是要剔除掉那些只在特定情况下是合理的而在其他情况下并不合理的行动规则。博弈论专家常常使用“序贯理性”(sequential rationality)指不论过去发生了什么，参与人应该在博弈的每一个时点上最优化自己的决策。子博弈精炼纳什均衡要求的正是参与人应该是序贯理性的。

现在让我们以图 2.14 所示的房地产开发博弈为例说明子博弈精炼纳什均衡的概念。如图 2.15 所示，这个博弈有三个子博弈，除原博弈外，子博弈(b)和(c)实际上是两个单人博弈(即在每个博弈中，只有开发商 B 在决策)。我们已经知道，这个博弈有三个纳什均衡，分别是：(不开发，{开发，开发})，

(开发,{不开发,开发})和(开发,{不开发,不开发})。现在让我们来看这三个纳什均衡是否满足子博弈精炼纳什均衡的要求。在子博弈(b),B 的最优选择是不开发;在子博弈(c),B 的最优选择是开发。纳什均衡(不开发,{开发,开发})中 B 的均衡战略{开发,开发}在子博弈(c)上构成纳什均衡,但在子博弈(b)上不构成纳什均衡,因此,(不开发,{开发,开发})不是一个子博弈精炼纳什均衡;类似地,纳什均衡(开发,{不开发,不开发})中 B 的均衡战略{不开发,不开发}在子博弈(b)上构成纳什均衡,但在子博弈(c)上不构成纳什均衡,因此,(开发,{不开发,不开发})也不是一个子博弈精炼纳什均衡。与上述两个纳什均衡不同,纳什均衡(开发,{不开发,开发})中 B 的均衡战略{不开发,开发}无论在子博弈(b)上还是在子博弈(c)上都构成纳什均衡(即如果 A 开发,B 不开发;如果 A 不开发,B 开发),因此,(开发,{不开发,开发})是这个博弈的唯一的子博弈精炼纳什均衡。我们有理由相信,"A 开发 B 不开发"是这个博弈唯一合理的均衡结果。

图 2.13(见上一节)是泽尔腾 (Selten,1965) 用来说明子博弈精炼纳什均衡的第一个例子。这个博弈有两个子博弈(参与人 2 的决策结开始一个子博弈),纳什均衡(U,R)不是精炼均衡,因为在从 2 的决策结开始的子博弈上,R 不是一个均衡,而纳什均衡(D,L)是一个精炼均衡:当 1 选择 D 博弈进入 2 的决策结时,2 选择 L 得到 1 单位的支付,选择 R 得到 0 单位的支付,因此,2 将选择 L。

2.3—3 用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡

对于有限完美信息博弈,逆向归纳法是求解子博弈精炼

纳什均衡的最简便方法。[①] 因为有限完美信息博弈的每一个决策结都是一个单独的信息集，每一个决策结都开始一个子博弈。为了求解子博弈精炼纳什均衡，我们从最后一个子博弈开始。

给定博弈到达最后一个决策结，该决策结上行动的参与人有一个最优选择，这个最优选择就是该决策结开始的子博弈的纳什均衡（如果该决策结上的最优行动多于一个，那么我们允许参与人选择其中的任何一个；如果最后一个决策者有多个决策结，那么每一个决策结开始的子博弈都有一个纳什均衡）。

然后，我们倒回到倒数第二个决策结（最后决策结的直接前列结），找出倒数第二个决策者的最优选择（假定最后一个决策者的选择是最优的），这个最优选择与我们在第一步找出的最后决策者的最优选择构成从倒数第二个决策结开始的子博弈的一个纳什均衡。

如此不断直到初始结，每一步都得到对应子博弈的一个纳什均衡，并且，根据定义，这个纳什均衡一定是该子博弈的所有子博弈（可以称为“子子博弈”）的纳什均衡，在这个过程的最后一步得到的整个博弈的纳什均衡也就是这个博弈的子博弈精炼纳什均衡。

我们可以对上述逆向归纳法过程作如下形式化。为简单起见，假定博弈有两个阶段，第一阶段参与人 1 行动，第二阶

① 在博弈论的发展史上，精炼均衡是逆向归纳法的扩展。

段参与人 2 行动，并且 2 在行动前观测到 1 的选择。[①] 令 A_1 是参与人 1 的行动空间，A_2 是参与人 2 的行动空间。当博弈进入第二阶段，给定参与人 1 在第一阶段的选择 $a_1 \in A_1$，参与人 2 面临的问题是：

$$\underset{a_2 \in A_2}{\mathrm{Max}}\, u_2(a_1, a_2)$$

显然参与人 2 的最优选择 a_2^* 依赖于参与人 1 的选择 a_1。我们用 $a_2^* = R_2(a_1)$ 代表上述最优化问题的解（即 2 的反应函数）。因为参与人 1 应该预测到参与人 2 在博弈的第二阶段将按 $a_2^* = R_2(a_1)$ 的规则行动，参与人 1 在第一阶段面临的问题是：

$$\underset{a_1 \in A_1}{\mathrm{Max}}\, u_1(a_1, R_2(a_1))$$

令上述问题的最优解为 a_1^*。那么，这个博弈的子博弈精炼纳什均衡为 $(a_1^*, R_2(a_1))$，均衡结果为 $(a_1^*, R_2(a_1^*))$。$(a_1^*, R_2(a_1))$ 是一个精炼均衡，因为 $a_2^* = R_2(a_1)$ 在博弈的第二阶段是最优的；除 $a_2^* = R_2(a_1)$ 之外，任何其他的行为规则都不满足精炼均衡的要求。

图 2.14 的房地产开发博弈就是这样一个两阶段完美信息博弈。用逆向归纳法求解这个博弈的精炼均衡的步骤如下：在第二阶段，B 的最优行动规则是：{不开发，开发}，即，如果 A 在第一阶段选择了开发，B 在第二阶段选择不开发；如果 A

① 我们讨论的博弈基本上都是"多阶段可观察博弈"(multi-stage game with observed actions)。关于这类博弈的准确定义，参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)第 3 章第 2 节。粗浅地说，多阶段可观察博弈要求：(1)博弈由多个阶段构成，参与人在 k 阶段决策时知道之前 $0,1,\cdots,k-1$ 的行动；(2)在每个阶段，所有参与人同时行动（每阶段只有一个参与人行动是所有参与人同时行动的一个特例）。

在第一阶段选择了不开发，B 在第二阶段选择开发。因为 A 在第一阶段预测到 B 在第二阶段会按这个规则行动，A 在第一阶段的最优选择是开发。用逆向归纳法得到的精炼均衡是（开发，{不开发，开发}）。

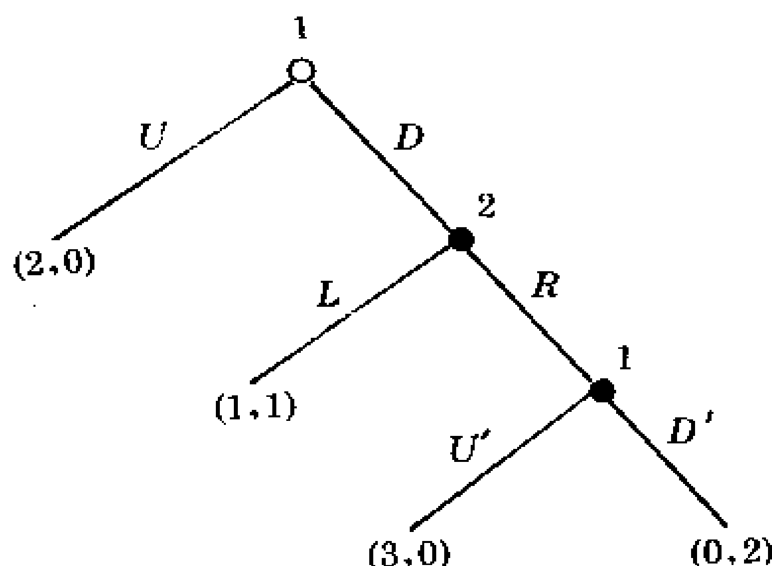


图 2.18

图 2.18 是一个三阶段完美信息博弈。在第三阶段（参与人 1 第二次行动），参与人 1 的最优选择是 U'（选择 D' 得到 0 单位的支付，选择 U' 得到 3 单位的支付）；在第二阶段，因为参与人 2 知道，如果自己选择 R，参与人 1 将在第三阶段选择 U'，因此参与人 2 在第二阶段的最优选择是 L（选择 L 得到 1 单位的支付，选择 R 得到 0 单位的支付）；在第一阶段，参与人 1 知道，如果博弈进入第二阶段，参与人 2 将选择 L，因此参与人 1 在第一阶段的最优选择是 U（选择 U 得到 2 单位的支付，选择 D 得到 1 单位的支付）。这样，均衡结果是参与人 1 在第一阶段选择 U 结束博弈，参与人 1 得到 2 个单位的支

付，参与人 2 得到 0 个单位的支付。(这个博弈的子博弈精炼纳什均衡是：$((U,U'),L)$，这里 U' 和 L 分别是参与人 1 和参与人 2 在非均衡路径上的选择。)

上述分析表明，用逆向归纳法求解子博弈精炼纳什均衡的过程，实质是重复剔除劣战略过程在扩展式博弈上的扩展：从最后一个决策结开始依次剔除掉每个子博弈的劣战略，最后生存下来的战略构成精炼纳什均衡。如同重复剔除的占优均衡要求"所有参与人是理性的"是共同知识一样，用逆向归纳法求解均衡也要求"所有参与人是理性的"是共同知识。在图 2.18，即使两个参与人都是理性的，如果参与人 1 不认为参与人 2 是理性的，参与人 1 在第一阶段可能选择 D，期待参与人 2 在第二阶段选择 R，从而自己有机会在第三阶段选择 U' 得到 3 单位的支付，而不是一开始就选择 U 只得 2 单位的支付。或者，即使参与人 2 知道参与人 1 是理性的，但如果参与人 1 不认为参与人 2 会相信自己是理性的，参与人 1 可能在第一阶段选择 D，期待参与人 2 认为自己不是理性的因而在第二阶段选择 R 期待自己在第三阶段选择 D'。由于这个原因，如果博弈由很多阶段组成，从逆向归纳法得到的均衡可能并不非常令人信服。我们将在本节的最后一小节更详细地讨论逆向归纳法的缺陷。

根据定义，逆向归纳法只适用于完美信息博弈。但是，有些非完美信息博弈也可以运用逆向归纳法的逻辑求解。比如说，在多阶段博弈，如果最后一个阶段所有参与人都有占优战略，我们可以用占优战略替代最后阶段的战略，然后考虑倒数第二阶段，如此等等。即使博弈的最后阶段并没有占优战略，逆向归纳法的逻辑也有助于我们找出精炼均衡。考虑图 2.19，

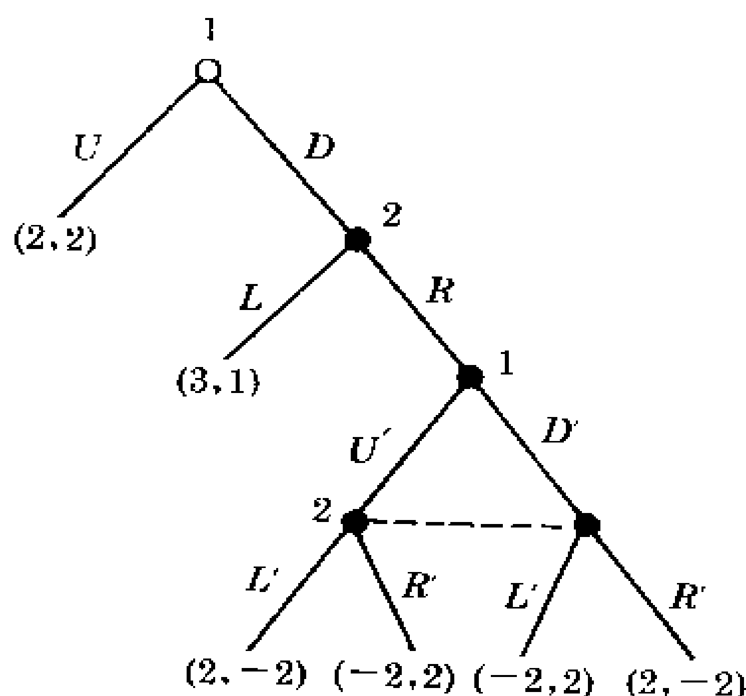


图 2.19 不完全信息博弈

这里,参与人 2 的最后一个信息集上没有任何一个选择优于其他选择(事实上,最后一个子博弈是零和博弈),因此,逆向归纳法不适用。但是,如果我们接受逆向归纳法的逻辑,下列推论似乎是合理的:从参与人 1 的第二个信息集开始的子博弈有唯一的混合战略纳什均衡,带给每个参与人的期望支付为 0。只有当参与人 2 相信他有 1/4 或更高的概率在最后的子博弈猜透参与人 1 的战略从而获得 2 而不是 −2 的支付时,参与人 2 才会在自己的第一个信息集上将选择 R。因为参与人 2 知道参与人 1 是理性的,他不可能期望自己比参与人 1 做得更好。因此,参与人 2 在第一个信息集上应该选择 L;进一步,参与人 1 在第一个信息集上应该选择 D。这样的推论正是子博弈精炼均衡的逻辑:用纳什均衡支付向量代替子博弈,然后考虑这个简化博弈的纳什均衡。一旦参与人 1 的第二

个信息集开始的子博弈被它的纳什均衡结果取代，图 2.19 的博弈就简化为图 2.13 所示的博弈。

2.3.4 承诺行动与子博弈精炼纳什均衡

我们已经看到，有些纳什均衡之所以不是精炼均衡，是因为它们包含了不可置信的威胁战略。这一点意味着，如果参与人能在博弈之前采取某种措施改变自己的行动空间或支付函数，原来不可置信的威胁就可能变得可置信，博弈的精炼均衡就会相应改变。我们将这些为改变博弈结果而采取的措施称为“承诺行动”(commitment)。

在许多情况下，承诺行动对当事人是很有价值的。特别地，有些情况下，一个参与人可以通过减少自己的选择机会使自己受益，原因在于保证自己不选择某些行动可以改变对手的最优选择。承诺行动的一个古典例子是战争中将军过河将桥炸掉以表示绝不撤退的决心。成语“破釜沉舟”讲的是类似的故事。这样的承诺是完全承诺(total commitment)：桥一旦被炸，撤退就没有可能(或者说撤退成本为无穷大)。如果一个承诺只是增加某个行动的成本而不是使该行动完全没有可能，我们说这样的承诺是不完全承诺。

将承诺行动纳入模型的一个方法是明确地将承诺行动作为初始阶段的“行动”包括在博弈中(从而得到一个新的博弈)。考虑我们前面讨论过多次的房地产开发博弈的例子。如果在 A 决策之前，B 与某个客户签订一个合同，规定 B 在一个特定的时刻交付客户若干面积的写字楼办公室，如果 B 不能履约，将赔偿客户 3500 万。这个合同就是一个承诺行动。有了这个承诺行动，B 的{开发，开发}就不再是一个不可置信的

威胁，而是可置信的威胁，因为此时，不论A是否开发，开发是B的最优选择（如果A开发，B不开发时损失3500万，开发时损失3千万）。给定A知道B一定会选择开发，A的最优选择就是不开发，因此，子博弈精炼纳什均衡是（不开发，{开发，开发}），而不是原来的（开发，{不开发，开发}）。注意，3500万的赔偿承诺不仅没有使B损失什么，反而使B得利1千万。

让我们再举法律上要胁诉讼（nuisance suits）的例子说明承诺行动与精炼均衡的关系。要胁诉讼是指这样一类指控，这类指控胜诉的可能性很小，原告指控的唯一目的是希望通过法庭外私了从被告那里得到补偿。既然成功的希望很小且指控并不是没有成本的，原告为什么要指控呢？因为他知道被告辩护的成本很大所以可能同意私了。商业上的例子包括某个小企业指控某个大企业利用市场垄断力量进行不公平竞争，政治生活中的例子包括某位女士指控某位政治上如日中天的政治家（如总统候选人）曾与她有暧昧关系。考虑图2.20所示的例子，[1] 这个博弈有两个参与人：原告P和被告D。行动顺序如下：(1) 原告决定是否对被告提出指控，指控的成本为$c>0$；(2) 如果决定指控，原告要求被告支付$s>0$以了却诉讼；(3)被告决定接受还是拒绝原告的要求；(4)如果被告拒绝，原告决定是放弃指控还是向法庭起诉，原告的起诉成本（包括律师费用）为p，被告的辩护成本为d；(4)如果案子到了法庭，原告以γ的概率赢得x单位的支付。

[1] 这个例子取自Rasmusen(1994)，第99页。

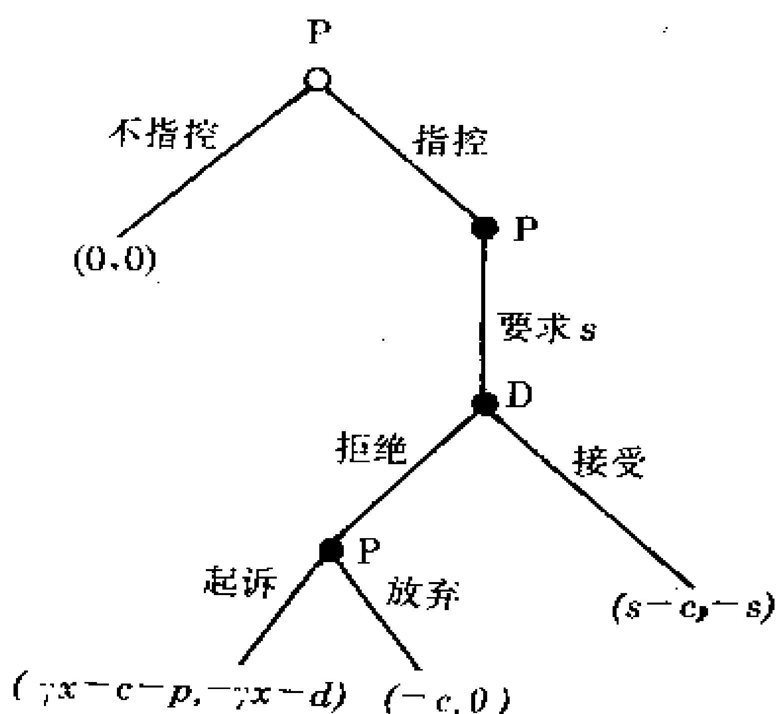


图 2.20 要胁诉讼

原告指控的目的本身意味着 $\gamma x<p$，那么，在博弈的最后阶段，原告的最优选择是放弃；因为被告知道如果自己拒绝原告将放弃，被告在倒数第二阶段的最优选择是拒绝；知道被告将拒绝，原告在第一阶段的最优选择是不指控。因此，子博弈精炼纳什均衡是：原告选择{不指控，要求，放弃}，被告选择{拒绝}；均衡结果为：原告不指控。

现在考虑承诺行动如何改变上述均衡结果。假定原告在指控前将诉讼费 p 支付给律师，无论结果如何，律师所收费用不退还。那么，在博弈的最后阶段，原告将选择起诉，因为 $\gamma x-c-p>-c-p$（假定胜诉概率大于 0）。这一点反过来意味着，被告将会接受原告提出的赔偿要求 s，如果 $s\leqslant\gamma x+d$ 的话。因为只要 $s\geqslant\gamma x$，原告将希望私了而不是上法庭解决争端，因此 $s\in[\gamma x,\gamma x+d]$ 是私了的赔偿区域。假定双方的讨价

还价能力相同，纳什讨价还价解意味着原告要求的赔偿为 $s=\gamma x+d/2$。因为原告指控的总成本为 $c+p$，原告将提出指控，如果 $\gamma x+d/2>c+p$。显然，即使 $\gamma x<c+p$（即上法庭的期望收入小于诉讼成本），$\gamma x+d/2>c+p$ 的条件仍可能成立。假定这个条件成立，子博弈纳什均衡结果将是：原告提出指控，要求被告赔偿 $s=\gamma x+d/2$，被告接受原告的要求；原告的支付为 $\gamma x+d/2-c-p$，被告的支付为 $-\gamma x-d/2$，案件私了。因为被告打官司的成本不仅包括应诉的法律费用，而且涉及"声誉"损失，所以，被告越"大"（如大企业、大人物），d 越大，$\gamma x+d/2>c+p$ 的条件越可能满足。这是为什么大企业、大人物常常受到无端指控的原因之一。

当然，大企业、大人物也可以通过他们自己的承诺行动使自己避免小企业、小人物的无端指控。办法之一是在被指控之前就支付律师费用。假定被告在被指控之前支付律师费用 y，那么，赔偿区域为 $s\in[\gamma x,\gamma x+d-y]$，纳什讨价还价解为 $s=\gamma x+(d-y)/2$。即使 $\gamma x+d/2>c+p$ 成立，$\gamma x+(d-y)/2>c+p$ 的条件也可能不满足，从而，原告将不会提出指控。这样的承诺行动使被告节省成本 $\gamma x+d/2-y$，因此，只要 $y<\gamma x+d/2$，承诺行动就是值得的。这是为什么大公司、大人物雇佣内部律师或私人律师的原因之一。

上述例子中参与人为承诺行动支付的成本称为"积淀成本"(sunk costs)。在有些博弈中，承诺行动可以简单地通过"先下手为强"的办法而达到。下一节我们将要讨论的斯坦克尔伯格(Stackelberg)模型就是这样一个例子，在这个例子中，一个企业通过在时间上先于另一个企业选择产量，就使自己变成领头企业。

2.3－5 逆向归纳法与子博弈精炼均衡存在的问题

我们已经指出，逆向归纳法理论要求的“所有参与人是理性的”是所有参与人的共同知识。由于这个原因，尽管在简单的两阶段模型中，逆向归纳法及子博弈精炼均衡给出的解是非常直观的，但是，如果有许多个参与人或每个参与人有多次行动机会，情况可能并非如此。

考虑图 2.21，这里，每个参与人 $i<n$ 或者选择 D 结束博弈，或者选择 A 使博弈进入下一个参与人的决策结。给定第 $i-1$ 参与人选择 A，如果参与人 $i(<n)$ 选择 D，每个参与人得到 $1/i$ 单位的支付；如果所有参与人都选择 A，每个参与人得到 2 单位的支付。

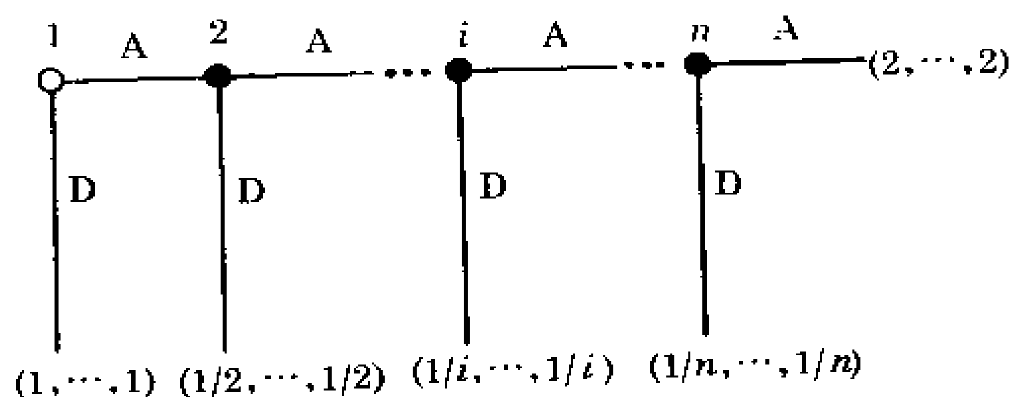


图 2.21

这是一个完美信息博弈。使用逆向归纳法，我们预测所有参与人都将选择 A。如果 n 很小，这个预测大概是正确的；但是，如果 n 很大，这个预测就很值得怀疑。考虑参与人 1，获得

2单位的支付要求所有 $n-1$ 个其他参与人都选择 A。如果参与人1不能确信所有 $n-1$ 个其他参与人都将选择A，1就得考虑是否应该选择D以确保1单位的安全支付。比如说，如果一个给定参与人选择A的概率 $p<1$（由于某种错误），所有 $n-1$ 参与人都选择 A 的概率为 p^{n-1}；即使 p 很大，p^{n-1} 也会很小，如果 n 很大的话。另外，即使参与人1确信所有 $n-1$ 个其他参与人都将选择 A，他也可能怀疑参与人2是否相信 $n-2$ 个其他参与人都会选择A。

与此相关的另一个问题是逆向归纳法要求支付向量是所有参与人的共同知识，即"参与人1知道参与人2知道参与人3知道……支付向量"。如果 $n=2$，逆向归纳法假定参与人1知道参与人2的支付；如果 $n=3$，逆向归纳法不仅要求参与人1和2知道参与人3的支付，而且要求参与人1知道参与人2知道参与人3的支付，因为只有满足这个要求，参与人1才能预测参与人2对参与人3的选择的预测。如果参与人1认为参与人2不可能正确地预测参与人3的选择，参与人1可能会选择D。显然，参与人越多（从而倒推链条越长），共同知识的要求就越难满足。

图2.22代表的是另一种复杂情况，这个例子来自罗森塞尔（Rosenthsal，1981）。这里，只有两个参与人，但每个参与人有100个决策结。根据逆向归纳法理论，每个参与人在自己的信息集上都选择D，子博弈精炼均衡结果是参与人1在初始结上选择D，博弈结束，每人得到1单位的支付。给定如果每个人选择A，各得100单位的支付，这个均衡结果确实是很令人失望的。想象你是参与人2，你知道参与人1是理性的，你也知道他知道你是理性的，因此你确信参与人1会在一开始

就选择D。但是，假如与你的预测相反，参与人1选择了A，你应该如何选择呢？逆向归纳法意味着你应该选择D，因为如果参与人1得到下一个机会的话他将选择D；但是逆向归纳法也意味着参与人一开始就会选择D。因此，当你没有预料到的情况发生时，你的最优选择应该依赖于你如何预测参与人未来的行为，特别是，你如何修正你对参与人1理性程度的评价或你认为他对你的理性程度的评价。参与人1一开始就选择A可能是因为他自己是非理性的，也可能是因为他认为你是非理性的。如果参与人1不是理性的，或者如果他不认为你是理性的，或者如果他不确信你认为他是理性的，那么，你或许应该选择A，然后看看你们究竟可以走多远。现在再设想你处于参与人1的位置。你如何考虑你选择A对参与人2的影响呢？你会不会故意选择A以诱使参与人2认为你是非理性的因而也选择A，期待这个"将错就错"过程一直下去以得到100个单位的支付呢？如果是这样，参与人2为什么要从你选

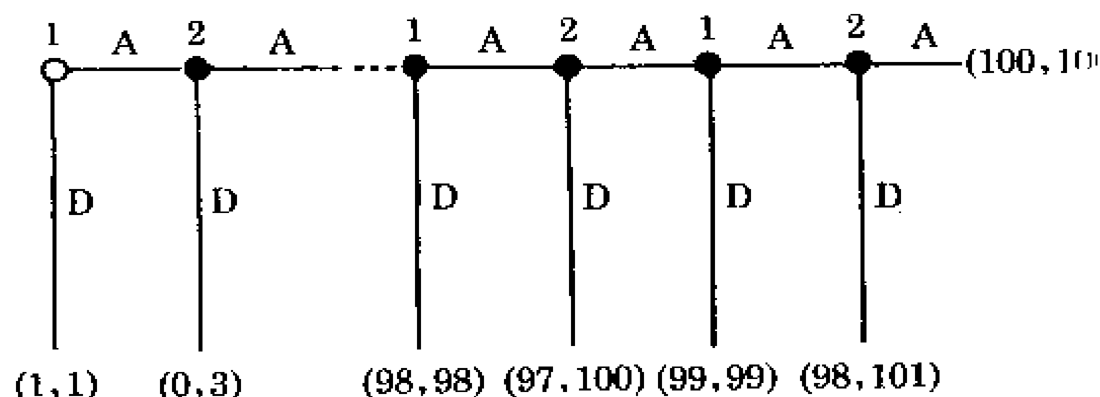


图 2.22　罗森塞蜈蚣博弈

择了 A 这个事实就推断你是非理性的或你不认为他是理性的呢？

逆向归纳法理论没有为当某些未预料到的事情出现时参与人如何形成他们的预期提供解释。这使得逆向归纳法的逻辑受到怀疑。弗得伯格、克瑞普斯和莱文(Fudenberg，Kreps and Levine，1988)将偏离行为解释为是由于有关“支付函数”信息的不确定性造成的，就是说，实际的支付函数不同于原来认为的支付函数，从而参与人在观测到未曾预料到的行为时应该修正有关支付函数的信息。因为任何观测到的行为都可以用博弈对手的某种特定支付函数来解释，上述解释把偏离行为出现之后如何预测博弈结果的问题归结为选择哪一个支付函数的问题，从而回避了当零概率事件出现时如何形成新的信念的困难。弗得伯格和克瑞普斯(Fudenberg and Kreps，1988)将这一论点进一步上升到方法论原则，他们认为，任何一种有关博弈行为的理论都应该是完备的(complete)，这里，“完备性”指的是，理论应该对任何可能的行为选择赋予严格正的概率(即没有任何事件是不可能的)，从而当某事件出现时，参与人对随后的博弈行为的条件预测总是很好定义的。

泽尔腾(Selten ，1975)从捍卫逆向归纳法理论的角度出发，将偏离行为解释为参与人在博弈过程中犯的错误，或者说，均衡的“颤抖”(trembles)。他认为，扩展式博弈隐含了参与人犯错误的可能；如果参与人在每个信息集上犯错误的概率是独立的(因而参与人不会犯系统性错误)，那么，不论过去的行为与逆向归纳法预测的如何不同，参与人应该继续使用逆向归纳法预测从现在开始的子博弈中的行为。一个相关的问题是，参与人自己会如何看待偏离行为？在图 2.22 中，当参

与人 1 一开始就选择了 A，参与人 2 应该将其解释为参与人 1 犯了一个错误呢还是参与人 1 下一步也将选择 A 的信号呢？关于这个问题，我们将在第 4 章讨论。

因为子博弈精炼均衡是逆向归纳法理论的扩展，上面有关逆向归纳法理论的批评自然也适用于子博弈精炼均衡。

2.4 子博弈精炼纳什均衡应用举例

2.4—1 斯坦克尔伯格(Stackelberg)寡头竞争模型

经济学上的许多理论先于博弈论，但包含了博弈论的一些基本思想。正如库诺特(Cournot)均衡可以看作纳什均衡的第一个版本一样，斯坦克尔伯格(Stackelberg, 1934)均衡可以看作是泽尔腾(Selten，1965)的子博弈精炼纳什均衡的最早版本。如同在库诺特模型中一样，在斯坦克尔伯格模型中，企业的行动也是选择产量。不同的是，在斯坦克尔伯格模型中，企业 1(称为领头企业，leader)首先选择产量 $q_1 \geqslant 0$，企业 2 (称为尾随企业，follower)观测到 q_1，然后选择自己的产量 $q_2 \geqslant 0$。因此，这是一个完美信息动态博弈。因为企业 2 在选择 q_2 前观测到 q_1，它可以根据 q_1 来选择 q_2，而企业 1 首先行动，它不可能根据 q_2 来选择 q_1，因此，企业 2 的战略应该是从 Q_1 到 Q_2 的一个函数，即 $S_2: Q_1 \to Q_2$(这里 $Q_1 = [0, \infty)$ 是企业 1 的产量空间，$Q_2 = [0, \infty)$ 是企业 2 的产量空间)，而企业 1 的战略就是简单地选择 q_1；纯战略均衡结果是产出向量 $(q_1, s_2(q_1))$，支付函数为 $u_i(q_1, s_2(q_1))$(因为产量是一个连续变量，我们不可能划出这个博弈的博弈树，但读者可以设想初

始结是企业 1 的决策结，对应每一个给定的 q_1，企业 2 有一个决策结，因此企业 2 有无穷多个决策结）。

假定逆需求函数为 $P(Q)=a-q_1-q_2$，两个企业有相同的不变单位成本 $c\geqslant 0$，那么，支付（利润）函数为：

$$\pi_i(q_1,q_2) = q_i(P(Q) - c), i = 1,2$$

我们可以使用逆向归纳法求解这个博弈的子博弈精炼纳什均衡。首先考虑给定 q_1 的情况下，企业 2 的最优选择。企业 2 的问题是：

$$\underset{q_2\geqslant 0}{\mathrm{Max}}\,\pi_2(q_1,q_2) = q_2(a - q_1 - q_2 - c)$$

最优化的一阶条件意味着：

$$s_2(q_1) = \frac{1}{2}(a - q_1 - c)$$

假定 $q_1<a-c$。这实际上是库诺特模型中企业 2 的反应函数，不同的是，这里，$s_2(q_1)$是当企业 1 选择 q_1 时企业 2 的实际选择，而在库诺特模型中，$R_2(q_1)$是企业 2 对于假设的 q_1 的最优反应。①

因为企业 1 预测到企业 2 将根据 $s_2(q_1)$选择 q_2，企业 1 在第一阶段的问题是：

$$\underset{q_1\geqslant 0}{\mathrm{Max}}\,\pi_1(q_1,s_2(q_1)) = q_1(a - q_1 - s_2(q_1) - c)$$

解一阶条件得：

$$q_1^* = \frac{1}{2}(a - c)$$

将 q_1^* 代入 $s_2(q_1)$得：

$$q_2^* = s_2(q_1^*) = \frac{1}{4}(a - c)$$

---

① 我们用 $s_2(q_1)$而不是 $R_2(q_1)$以区别这两种不同含义。

这就是子博弈精炼纳什均衡结果(一般称为斯坦克尔伯格均衡结果)。注意,$q_1^*=(a-c)/2$ 和 $q_2^*=(a-c)/4$ 是均衡结果,而不是均衡本身,因为 $q_2^*=(a-c)/4$ 并不是对于任何给定的 q_1 的最优选择(即不是第二阶段的所有子博弈的纳什均衡)。子博弈精炼纳什均衡是 $(q_1^*, s_2(q_1))$。

回忆一下我们在上一章得到的库诺特模型的纳什均衡是 $q_1^*=q_2^*=(a-c)/3$,比较两个结果,我们发现,斯坦克尔伯格均衡的总产量($3(a-c)/4$)大于库诺特均衡的总产量($2(a-c)/3$)。但是,企业 1 的斯坦克尔伯格均衡产量大于库诺特均衡产量,而企业 2 的斯坦克尔伯格均衡产量小于库诺特均衡产量。因为企业 1 本来可以选择库诺特均衡产量但它没有选择,说明企业 1 在斯坦克尔伯格博弈中的利润大于库诺特博弈中的利润,而总产量上升意味着总利润下降了从而企业 2 的利润一定下降了(读者可以直接计算两种情况下的利润函数来确证这一点)。这就是所谓的"先动优势"(first-mover advantage)。当然,如果企业选择的是价格而不是产量,我们得到的就是"后动优势"(second-mover advantage),而不是先动优势。[1]

这个例子也说明,在博弈中,拥有信息优势可能使参与人处于劣势,而这在单人决策中是不可能的。企业 2 在斯坦克尔伯格博弈中的利润之所以低于库诺特博弈中的利润,是因为它在决策之前就知道了企业 1 的产量。即使企业 1 先行动,但如果企业 2 在决策之前不能观测到企业 1 的产量,我们就回到了库诺特均衡,因为此时,企业 1 的先动优势就

---

① 见本章练习题 1。

不存在了。

与此相关的一个问题是企业 1 先行动的承诺价值。企业 1 之所以获得斯坦克尔伯格利润而不是库诺特利润，是因为它的产品一旦生产出来，就变成了一种积淀成本，无法改变，从而使企业 2 不得不认为它的威胁是可置信的。假定企业 1 并没有实际生产，而只是简单地宣布它将生产 $q_1^*=(a-c)/2$，企业 2 是否会相信它的威胁呢？假定企业 2 相信了企业 1 的威胁，从而选择 $q_2=(a-c)/4$，但给定企业 2 的这个选择，企业 1 的最优选择是 $q_1=3(a-c)/8$ 而不是 $q_1=(a-c)/2$，如图 2.23 所示。因此，企业 2 不会相信企业 1 的威胁。唯一的纳什均衡是 $q_1^*=q_2^*=(a-c)/3$。

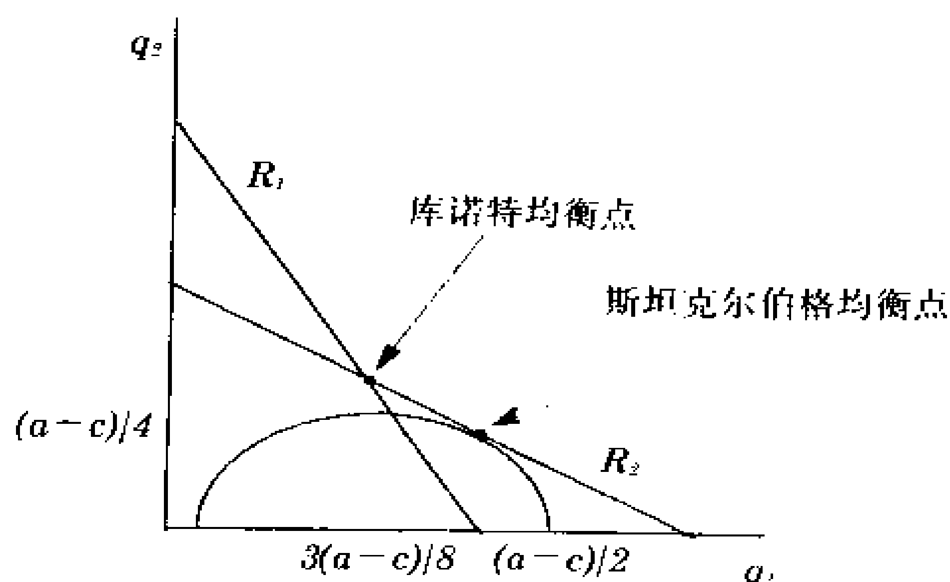


图 2.23 斯坦克尔伯格模型

最后还要指出的是，除斯坦克尔伯格均衡结果外，上述模型还有其他的纳什均衡。比如说，库诺特均衡产量($q_1=(a-$

$c)/3, s_2(q_1)\equiv(a-c)/3$)也是一个纳什均衡。因为:给定企业1选择$q_1=(a-c)/3$,企业2的最优选择是$q_2=(a-c)/3$;同样,给定企业2选择$s_2(q_1)\equiv(a-c)/3$,企业1的最优选择是$q_1=(a-c)/3$。但这个纳什均衡不是子博弈精炼均衡,因为$s_2(q_1)\equiv(a-c)/3$并不在所有子博弈上构成纳什均衡,或者说,$s_2(q_1)\equiv(a-c)/3$是一个不可置信的威胁战略(即,如果企业1选择$q_1\neq(a-c)/3$,企业2不会选择$s_2(q_1)\equiv(a-c)/3$)。

2.4—2 宏观经济政策的动态一致性

宏观经济学上与子博弈精炼纳什均衡相对应的概念是政府政策的动态一致性(dynamic consistency 或 time consistency)。政府政策的动态一致性指的是,一个政策不仅在制定阶段应该是最优的(从政府的角度看),而且在制定之后的执行阶段也应该是最优的,假设没有任何新的信息出现。如果一个政策只是在制定阶段是最优的,而在执行阶段并不是最优的,这个政策就是动态不一致的。说它是动态不一致的,是因为政府并没有积极性真正实施这项政策;自然老百姓也就不会相信这项政策。

考虑凯兰德和普莱斯考特(Kydland and Prescott,1977)的货币政策模型。这个模型里,博弈的参与人包括政府和私人部门,私人部门选择预期的通货膨胀率,政府在给定预期通货膨胀率的情况下选择实际的通货膨胀率,因此政府和私人部门之间进行的是一个动态博弈。

假定政府关心的不仅是通货膨胀问题,而且还有失业问题。特别地,假定政府的单阶段效用函数如下:

$$M(\pi,y)=-c\pi^2-(y-k\bar{y})^2,\ c>0,k>1$$

这里，π 是通货膨胀率，$\bar{y}$ 是自然失业率下的均衡产量，y 是实际产量。$k>1$ 是一个关键的假设，一个解释是由于市场的扭曲（如工资刚性、不完全竞争等）使得自然失业率下的产量低于政府认为的理想水平（即，政府认为自然失业率太高），另一个可能的解释是政府受到选民的压力不得不寻求将产量提供到高于自然率的水平。上述效用函数表明，尽管政府并不喜欢通货膨胀，但如果通货膨胀能使产量提供到政府所希望的水平 $k\bar{y}$，政府会容忍某种程度的通货膨胀。

产出与通货膨胀率的关系由含有通货膨胀预期的菲力普斯曲线(expectational Phillips curve)决定。假定菲力普斯曲线取如下线性形式：

$$y=\bar{y}+\beta(\pi-\pi^e),\beta>0$$

这里，π^e 是私人部门预期的通货膨胀率。上述菲力普斯曲线又称为"意外产出函数"(surprise production function)，其涵义是，只有未预期到的通货膨胀才会影响实际产出，其原因在于交易费用使得企业不可能随时调整工资和价格（从而形成工资和价格刚性）。

因为政府是在给定私人部门通货膨胀预期的情况下选择货币政策，政府面临的问题是：

$$\underset{\pi}{\mathrm{Max}}M(\pi,y)=-c\pi^2-(y-k\bar{y})^2$$

$$\text{s.t. } y=\bar{y}+\beta(\pi-\pi^e)$$

解上述最优化问题，我们得到政府的短期最优通货膨胀率为：

$$\pi^*=(c+\beta^2)^{-1}\beta(\beta\pi^e+(k-1)\bar{y})$$

这里，$(k-1)$可以理解为（政府认为的）扭曲程度。上式表明，

政府选择的通货膨胀率是私人部门预期的通货膨胀率的函数。这是政府的反应函数。

假定私人部门有理性预期，那么，预期的通货膨胀率等于π^*。将$\pi^e=\pi^*$代入政府的反应函数，均衡的通货膨胀率为：

$$\pi^e = \pi^* = c^{-1}\beta(k-1)\bar{y}$$

如图 2.24 所示。注意，β越大（即产出对未预料到的通货膨胀率越敏感），扭曲越严重，通货膨胀率越高；而政府越不喜欢通货膨胀（即c越大），通货膨胀率越低。

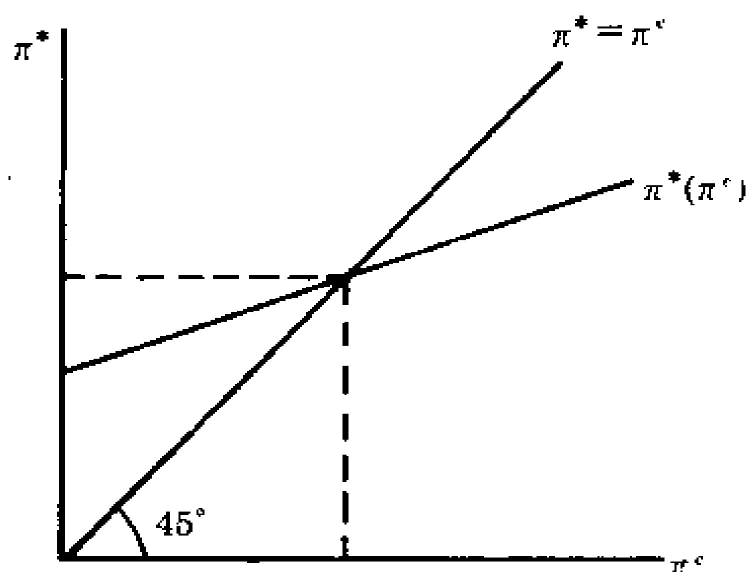


图 2.24　预期的通货膨胀率和实际的通货膨胀率

因为政府的通货膨胀率被私人部门正确地预期到，实际产出水平将独立于通货膨胀率（即$y=\bar{y}$），政府一方面忍受着通货膨胀之苦，另一方面又无法享受产出增加之益。将通货膨胀率π^*代入效用函数并使用菲力普斯曲线消去y，我们得到政府的短期效用水平为：

$$M_s = -(k-1)^2\bar{y}^2(1+c^{-1}\beta^2)$$

这里，下标 s 表示政府短期行为(short-sighted)。对比之下，如果政府能保证实行零通货膨胀率政策，政府的效用水平为：

$$M_p = -(k-1)^2\bar{y}^2$$

这里，下标 p 表示政府事前承诺零通货膨胀率(precommitment)。显然，政府在选择短期最优通货膨胀率时的效用水平低于零通货膨胀率政策时的效用水平。

那么，为什么政府不选择零通货膨胀率呢？因为，在这个博弈中，零通货膨胀率不是一个动态一致的政策，或者说，不是一个子博弈精炼纳什均衡。假定政府许诺自己将实行零通货膨胀率政策，并且，私人部门轻信了政府的许诺。给定 $\pi^e=0$，政府的最优通货膨胀率为：

$$\pi^*(\pi^e=0)=(c+\beta^2)^{-1}\beta((k-1)\bar{y})$$

对应于这个通货膨胀率的政府效用水平是：

$$M_f = -(1-\beta^2(c+\beta^2)^{-1})((k-1)\bar{y})^2$$

这里，下标 f 表示私人部门被政府愚弄的情况(fooling)。因为 $M_f > M_p$，政府没有积极性兑现自己的许诺；就是说，给定私人部门相信通货膨胀率是零，政府一定会选择通货膨胀率大于零。因为私人部门是理性的，他们会预料到政府的这种行为，因此，政府得到的效用水平只能是 M_s，而不是 $M_p(>M_s)$。

在这个例子中，政府由于无法使私人部门相信零通货膨胀率而自受其苦。这可以说是“聪明反被聪明误”。政府摆脱这一困境的办法之一是实行单一的货币政策，即以法律的形式规定一个固定的货币增长率。因为法律规定限制了政府行动的自由，等价于一个可信的承诺行动，政府反而可以受益(得到 M_p)。政府对自身声誉的考虑也是约束政府机会主义行

为的一个重要因素，因为政府与私人部门之间的博弈实际上是一个重复博弈，有一个不制造通货膨胀的声誉可以使其长期受益。我们将在第4章讨论这个问题。

通货膨胀政策当然不是政策的动态不一致的唯一例子。政府的税收政策也存在动态不一致问题。比如说，为了鼓励外资进入，有些发展中国家政府常常许诺对外资的税收优惠政策；但在给定外资已经进入的情况下，政府又常常通过提高税率甚至没收外资企业的办法增加财政收入。这里，税收优惠政策就是动态不一致的。除非有很好的法律制度保证政府言而有信，否则，投资者不会被政府的许诺所诱惑。

2.4-3 中国过去的财政包干制度：中央与地方的关系

马骏(Jun Ma，1995)建立了一个动态博弈模型以解释改革开放以来中国中央政府和地方政府之间的财政关系。从1978年到1992年，中国国民生产总值(GNP)年增长率在9%以上，而同期，政府财政收入占GNP的比重从35%降到17%。马骏认为，造成这一现象的主要原因是地方政府收税的积极性下降，而地方政府收税的积极性下降又是中央政府缺乏动态一致性的税收政策所致。1980年之前，中国实行的是中央集中化的财政体制，即所谓的中央政府“统收统支”。1980年以后，相继实行财政“包干”制度，根据这一制度，地方政府只是将自己征收的总收入的一定数量或比例上缴中央财政，剩余的归己。中央与地方之间的合同决定总收入中中央和地方所占的相对份额。这一制度的初衷是提高地方政府收税的积极性，但由于中央政府不能信守合同，地方政府收税的积极性实际上反而下降了。中央政府不信守合同主要表现为收入

分享合同常常在期满之前就不断被修订，具体形式包括直接更改上缴比例、向地方政府借款（只借不还）、向地方政府任意转嫁支出责任、上收已经下放的国有企业、强迫地方政府购买国库券等等。地方政府对中央政府的这种行为的反应是减少收税努力，具体形式包括滥用免税权、与企业合谋隐瞒利润、将预算内收入转入预算外等等。[①]

在马骏的博弈模型里，有三个参与人：一个中央政府和两个地方政府。中央政府选择地方政府的上缴比例，地方政府选择征收多少收入。令 x_i 为第 i 个地方政府的上缴份额（$0\leqslant x_i\leqslant 1$），$y_i$ 为其总收入。那么，中央政府的预算收入为：

$$R = x_1 y_1 + x_2 y_2$$

地方政府的预算收入为：

$$Li = (1 - x_i)y_i,\ i = 1,2$$

假定中央政府的目标是在保证自己支出需要的前提下使地区之间的收入差距最小化（即平均主义的中央政府）。那么，中央政府的偏好可以用一个定义在地方政府预算收入上的对数函数来代表，中央政府的问题是：[②]

$$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Max}}U_c = \log(1 - x_1)y_1 + \log(1 - x_2)y_2$$

$$\text{s.t. } x_1 y_1 + x_2 y_2 \geqslant E$$

① 应该指出的是，我在这里引用马骏的模型，并不意味着我同意他的所有分析。特别是，他的模型没有考虑中央政府与地方政府之间的讨价还价问题，而在我看来，用一个讨价还价模型解释中央政府与地方政府之间的财政关系更为恰当。熟悉中国经济运行体制的人都知道，中央政府并没有单方面决定上缴比例的权力（无论事前还是事后），尽管事前的合同常常在事后被修改，但并不是说事前的合同就没有约束力。

② 考虑到地区之间的人口差异，y_i 和 x_i 可以理解为人均变量。

这里，E 是中央政府的支出需要。假定地方政府的目标是预算收入减去征税成本后净收入的最大化，即：

$$\underset{y_i}{\mathrm{Max}} U_i = (1 - x_i)y_i - C_i(y_i),\ i = 1,2$$

这里，$C_i(y_i)$是征税成本。我们假定征税的边际成本随税额的增加而上升；特别地，假定 $C_i = a_i y_i^2$。一般来说，$a_1 \neq a_2$，我们可以将 a_i 理解为代表该地区发展水平的参数：发展水平越高，a_i 越小。

让我们考虑两种不同的斯坦克尔伯格博弈。第一种情况是，中央政府先行动，地方政府后行动；第二种情况是，地方政府先行动，中央政府后行动。第一种情况对应于中央政府能够信守事先签订的税收分享合同的情况，第二种情况对应于中央政府不能信守合同的行为。我们将这两种情况分别称为**中央先行博弈**和**地方先行博弈**。

在中央先行博弈中，中央政府在博弈的第一阶段选择 x_1 和 x_2；在观测到 x_1 和 x_2 后，两个地方政府同时选择 y_1 和 y_2（因而第二阶段是地方政府之间的库诺特博弈）。均衡定义为：(1)给定地方政府的反应函数，中央政府的选择是最优的；(2)给定中央政府和第 j 个地方政府的选择，第 i 个地方政府的选择是最优的。

首先求解第二阶段博弈的纳什均衡。给定(x_1, x_2)和 y_2，地方政府 1 选择 y_1 最大化：

$$U_1 = (1 - x_1)y_1 - a_1 y_1^2$$

解最优化问题得反应函数：

$$y_1^c = (1 - x_1)/2a_1$$

类似地，地方政府 2 的反应函数为：

$$y_2^c = (1 - x_2)/2a_2$$

（这里，上标 c 代表中央政府信守合同的情况（commitment）。）上述反应函数表明，地方政府征税的积极性是上缴比例 x_i 和征税成本系数 a_i 的递减函数，即：上缴比例越高，征税越困难，地方政府征税的积极性越低。注意，每个地方政府的反应函数独立于其他地方政府的选择，因此（y_1^c，y_2^c）即是第二阶段博弈的纳什均衡。[1]

因为中央政府知道地方政府的反应函数，中央政府在第一阶段的问题是：

$$\underset{x_1, x_2}{\text{Max}} U_c = \log(1 - x_1)y_1^c + \log(1 - x_2)y_2^c$$

$$\text{s.t. } x_1 y_1^c + x_2 y_2^c \geqslant E$$

将 y_1^c 和 y_2^c 代入，构造拉格朗日函数：

$$L = \log(1 - x_1)^2/2a_1 + \log(1 - x_2)^2/2a_2 + \lambda(x_1(1 - x_1)/2a_1 + x_2(1 - x_2)/2a_2 - E)$$

最优化的一阶条件是：

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = -\frac{2}{1 - x_1} + \lambda \frac{1 - 2x_1}{2a_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = -\frac{2}{1 - x_2} + \lambda \frac{1 - 2x_2}{2a_2} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = \frac{x_1(1 - x_1)}{2a_1} + \frac{x_2(1 - x_2)}{2a_2} - E = 0$$

从前两个一阶条件消掉 λ，得：

$$\frac{1}{a_1}(1 - x_1)(1 - 2x_1) = \frac{1}{a_2}(1 - x_2)(1 - 2x_2)$$

---

① 一个地方政府的反应函数独立于其他地方政府的选择，是因为模型假定地区之间的税收是独立的。

第三个一阶条件实际上是预算约束条件：

$$\frac{x_1(1-x_1)}{2a_1}+\frac{x_2(1-x_2)}{2a_2}=E$$

解上述两个等式可得到最优的 x_1^c 和 x_2^c。因为涉及到三阶多项式，解起来比较困难。但就我们的目的而言，无需解出 x_1 和 x_2，仅仅注意到下述事实就足够了：前两个一阶条件意味着最优解满足 $x_1^c<1/2$，$x_2^c<1/2$，从而均衡结果满足：$y_i>1/4a_i$。[①]

以上我们假定中央政府能信守合同。如果中央政府不能信守合同，博弈的行动顺序就改变了，因为此时，尽管有事前合同，但中央政府在事后可以任意修改上缴比例，事前合同等于一张废纸，等价于地方政府先行动，中央政府后行动。均衡定义为：(1)给定地方政府的选择 y_1 和 y_2，中央政府的选择是最优的(x_1,x_2)；(2)给定中央政府的反应函数 $x_i(y_1,y_2)$和第 j 个地方政府选择 y_j，第 i 个地方政府选择最优的 y_i。

给定 y_1 和 y_2，中央政府在第二阶段的问题是：

$$\underset{x_1,x_2}{\mathrm{Max}}U_c=\log(1-x_1)y_1+\log(1-x_2)y_2$$

$$\text{s.t. } x_1y_1+x_2y_2\geqslant E$$

上述最优化问题的一阶条件意味着：

$$(1-x_1)y_1=(1-x_2)y_2$$

即中央政府将使地方政府的预算均等化。中央政府的反应函数为：

$$x_1(y_1,y_2)=\frac{1}{2}-\frac{y_2-E}{2y_1}$$

---

① 最优解在 $x_i\in(0,1/2)$区间达到意味着如果 $x_i\geqslant1/2$，中央政府的收入就会下降，其原因是地方政府的收税积极性降低了。这一点也意味着，中央政府的支出 E 不能太大，否则，没有最优解。

$$x_2(y_1,y_2)=\frac{1}{2}-\frac{y_1-E}{2y_2}$$

上述反应函数意味着，一个地区的上缴比例随其相对收入的增加而上升，而随另一个地区的相对收入的增加而下降(即是说，如果浙江的收入上升了，而江苏的收入没有上升，中央政府就会增加浙江的上缴比例而减少江苏的上缴比例)。换言之，每个地方政府对其他地方政府创造正的外部效应。正是这个原因，使得地方政府的征税的积极性下降。

因为地方政府知道中央政府的反应函数，在博弈的第一阶段，地方政府的问题是最大化：

$$U_i=(1-x_i(y_1,y_2))y_i-a_iy_i^2,\ i=1,2$$

纳什均衡为：

$$y_1^{nc}=\frac{1}{4a_1};\ y_2^{nc}=\frac{1}{4a_2}$$

(注意，地方政府之间进行的是库诺特博弈。)将 y_1^{nc} 和 y_2^{nc} 代入 $x_i(y_1,y_2)$，得均衡上缴份额为：

$$x_1^{nc}=\frac{1}{2}-\frac{a_1}{2a_2}+2a_1E$$

$$x_2^{nc}=\frac{1}{2}-\frac{a_2}{2a_1}+2a_2E$$

(这里，上标 nc 代表中央政府不能信守合同的情况(no commitment)。)将上述均衡结果与中央政府先动时的均衡结果比较，我们发现：

$$y_1^{nc}<y_1^{*};\ y_2^{nc}<y_2^{*}$$

就是说，中央政府不能信守合同使地方政府征税的积极性降低了。原因在于，当中央政府能信守合同时，地方政府之间没有外部效应。因为两个地区的收入都降低了，中央政府的效用

水平也降低了（记住，中央政府的效用是地方政府预算收入的增函数）。

那么，为什么中央政府不信守合同呢？因为中央政府事前的最优选择不满足动态一致性要求。让我们来详细说明这一点。假定中央政府事前宣布的上缴比例为 x_1^0 和 x_2^0，如果地方政府相信中央政府将信守承诺，地方政府的最优选择分别为：

$$y_1 = (1 - x_1^0)/2a_1$$

和

$$y_2 = (1 - x_2^0)/2a_2$$

根据中央政府的事后最优化的一阶条件 $(1 - x_1)y_1 = (1 - x_2)y_2$，只有当下列条件满足，$(x_1^0, x_2^0)$ 才是动态一致的：

$$(1 - x_1^0)^2/2a_1 = (1 - x_2^0)^2/2a_2$$

现在让我们来看中央政府的事前最优政策 (x_1^c, x_2^c) 是否满足动态一致要求。从事前最优化的一阶条件可知，(x_1^c, x_2^c) 满足：

$$(1 - x_1^c)(1 - 2x_1^c)/a_1 = (1 - x_2^c)(1 - 2x_2^c)/a_2$$

容易看出，除非 $a_1 = a_2$，(x_1^c, x_2^c) 不可能同时满足动态一致性要求。当 $a_1 = a_2$ 时，$x_1^c = x_2^c$ 满足动态一致性。这一点是很直观的。根据我们的解释，a_1 和 a_2 之间的差异反映了地区之间经济发展水平的差异；$a_1 = a_2$ 意味着两个地区处于相同的发展水平，中央政府事前宣布相同的上缴比例，均衡结果必然是 $y_1 = y_2$，从而 $(1 - x_1)y_1 = (1 - x_2)y_2$，而这正是平均主义的中央政府所期望的结果。

一般来说，由于地区之间经济发展水平的差异，$a_1 \neq a_2$，从而 (x_1^c, x_2^c) 不满足动态一致性要求；就是说，给定地方政府相信中央政府的承诺，中央政府事后并没有积极性信守合同。自然，地方政府会预期到中央政府的行为，不会相信中央政府

的承诺。读者可以检查，当 $a_1 \neq a_2$ 时，只有事后的最优上缴比例(x_1^{w}，x_2^{w})满足动态一致性要求(当 $a_1 = a_2$ 时，$x_1^{w} = x_2^{w}$)。

在这个例子中，中央政府面临的问题与上一个例子中政府在货币政策上面临的问题是类似的。如果中央政府有办法保证信守合同，它就可以自得其利。马骏提出的改进中央政府处境的办法包括用法律程序限制中央政府任意修改合同的权力，任命平均主义偏好不太强烈的财政部长，将收入再分配建立在更为一般的福利指标上等。当然，如果中央政府能重视自己的声誉，情况会大大改善。目前中国已对财政税收制度进行改革，实行中央与地方的分税制。

2.4—4 工会与雇主之间的博弈

工会和企业之间的博弈是宏观经济学里研究最多的问题之一。考虑列昂惕夫(Leontief，1946)模型，在这个模型里，工会决定工资，企业决定就业水平。设工会的效用函数为 $U(w,L)$，这里，w 是工资水平，L 是就业水平，假定 $U_w>0$，$U_L>0$，即工会的效用是工资和就业的递增函数。($U(w,L)$的一个可能的具体形式是 $U(w,L)=Lu(w)$，这里，$u(w)$是一个代表性工人的效用函数；那么，工会的目标是最大化"总"效用。)设企业的利润函数是 $\pi(w,L)=R(L)-wl$，假定 $R(L)$ 是严格递增的凹函数，即 $R'>0$，$R''<0$。博弈的顺序如下：(1)工会首先选择工资 w；(2)企业观测到 w 后选择就业水平 L。因此，这是个完美信息动态博弈。

让我们首先求解给定 w 情况下企业的就业需求 $L^*(w)$。企业选择 $L^*(w)$最大化利润函数：

$$\underset{L\geq 0}{\mathrm{Max}}\,\pi(w,L) = R(L) - wL$$

最优化的一阶条件是：

$$R'(L) = w$$

即边际收益等于边际成本。因为边际收益是递减的，上述一阶条件意味着企业对劳动的需求 $L^*(w)$ 是工资的递减函数，如图 2.25 所示。

因为工会预期企业将根据上述一阶条件选择就业水平，工会在第一阶段的问题是：

$$\underset{w\geq 0}{\mathrm{Max}}\, U(w, L^*(w))$$

最优化的一阶条件是：

$$U_w + U_L L_w^* = 0$$

或

$$-\frac{U_w}{U_L} = L_w^*$$

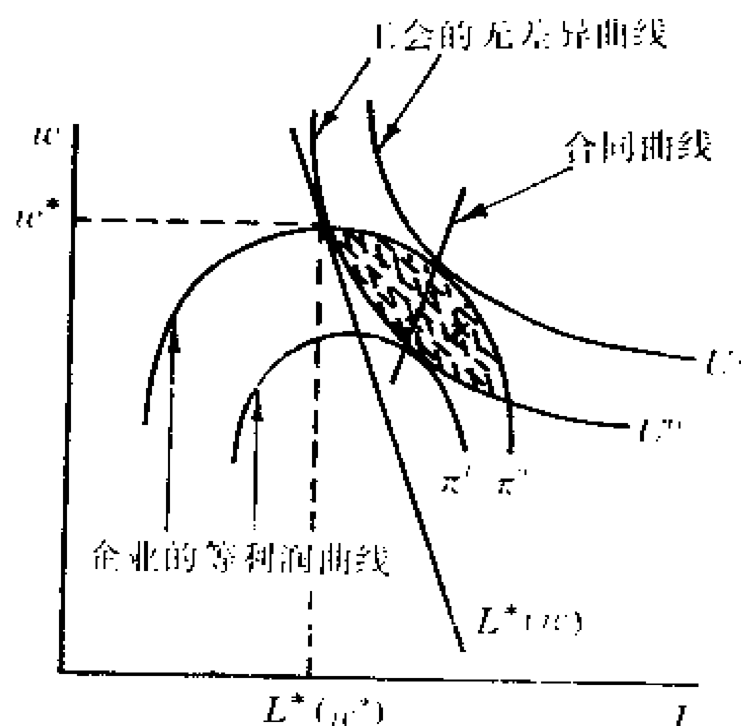


图 2.25　工会与企业的博弈

等式左边是工会的边际替代率，等式右边是企业劳动需求曲线的斜率。上述一阶条件意味着，工会将选择工资水平 w^* 使得在 w^* 点自己的无差异曲线与企业的劳动需求曲线相切，子博弈精炼纳什均衡结果是 $(w^*, L^*(w^*))$，如图 2.25 所示。

尽管 $(w^*, L^*(w^*))$ 是一个子博弈精炼纳什均衡结果，但从图 2.25 可以看出，它并不是一个帕累托最优点，因为在该点，企业的等利润曲线与工会的无差异曲线是相交而不是相切：如果 w 和 L 在无差异曲线 U^0 和等利润曲线 π^0 围成的阴影区间，工会和企业的效用都可以增加（注：较低的等利润曲线代表较高的利润水平，较高的无差异曲线代表较高的效用水平）。一个帕累托最优合同一定在合同曲线上，它满足下列条件：

$$-\frac{\pi_L}{\pi_W} = \frac{R'(L) - w}{L} = -\frac{U_L}{U_w}$$

即企业等利润曲线的斜率等于工会无差异曲线的斜率。

上述子博弈精炼均衡结果的非帕累托最优表明，上述模型可能并不是现实情况的一个恰当描述。为什么不降低工资增加就业以实现一个帕累托改进呢？一个更为现实的模型可能是纳什讨价还价模型。假定工会和企业之间就工资和就业水平同时进行磋商，如果双方不能达成协议，工会的效用水平和企业的利润水平都为零；如果双方达成协议，工会的效用水平为 $U(w,L)$，企业的利润为 $\pi(w,L)$。那么，纳什讨价还价解下列问题：

$$\operatorname*{Max}_{L\geq 0, w\geq 0} U(w,L)(R(L) - wL)$$

最优解的一阶条件是：

$$U_w(R(L) - wL) - U(w,L)L = 0$$

$$U_L(R(L) - wL) + U(R'(L) - w) = 0$$

整理得：

$$-\frac{U_L}{U_w} = \frac{R' - w}{L}$$

显然，纳什讨价还价解是一个帕累托最优合同(事实上，帕累托有效是纳什讨价还价解的公理之一)。

2.4—5 轮流出价的讨价还价模型

纳什讨价还价解是一个合作博弈模型，它是由几个看起来合理的公理导出的结果，这些公理包括效用测度的无关性(invariance)、帕累托有效性(efficiency)、无关选择的独立性(independence of irrelevant alternatives)和对称性(symmetry)。在实际的讨价还价中，这些公理可能都在背后起作用，但讨价还价通常是一个不断的"出价—还价"(offer-counteroffer)过程。罗宾斯泰英(Rubinstein，1982)的轮流出价模型(alternating offers)试图模型化这样一个过程。在此模型里，两个参与人分割一块蛋糕，参与人1先出价(offer)，参与人2可以接受(accept)或拒绝(reject)。如果参与人2接受，博弈结束，蛋糕按参与人1的方案分配；如果参与人2拒绝，参与人2出价(还价)，参与人1可以接受或拒绝；如果参与人1接受，博弈结束，蛋糕按参与人2的方案分配；如果参与人1拒绝，参与人1再出价；如此一直下去，直到一个参与人的出价被另一个参与人接受为止。因此，这是一个无限期完美信息博弈，参与人1在时期1，3，5，…出价，参与人2在时期2，4，

6，…出价。[1] 如同在单阶段同时出价模型中一样（见上一章），这个博弈也有无穷多个纳什均衡，但罗宾斯泰英证明，它的子博弈精炼纳什均衡是唯一的。

我们用 x 表示参与人 1 的份额，$(1-x)$表示参与人 2 的份额，x_1 和$(1-x_1)$分别是参与人 1 出价时参与人 1 和参与人 2 的份额，x_2 和$(1-x_2)$分别是参与人 2 出价时参与人 1 和参与人 2 的份额。假定参与人 1 和参与人 2 的贴现因子分别为 δ_1 和 δ_2。这样，如果博弈在时期 t 结束，t 是参与人 i 的出价阶段，参与人 1 的支付的贴现值是 $\pi_1=\delta_1^{t-1}x_i$，参与人 2 的支付的贴现值是 $\pi_2=\delta_2^{t-1}(1-x_i)$。

在讨论无限期博弈之前，让我们先来讨论有限期博弈的情况。如果博弈的期限是有限的，我们可以使用逆向纳归法求解子博弈精炼纳什均衡。首先假定博弈只进行两个时期，在 $T=2$，参与人 2 出价，如果他提出 $x_2=0$，参与人 1 会接受，因为参与人 1 不再有出价的机会（一般地，如果参与人在接受和拒绝之间无差异时，我们假定他选择接受）。因为参与人 2 在 $T=2$时得到 1 单位等价于在 $t=1$ 时的 δ_2 单位，如果参与人 1 在 $t=1$ 时出价 $1-x_1\geqslant\delta_2$，参与人 2 会接受；因为参与人 1 没有必要给参与人 2 多于他会接受的最低份额，子博弈精炼均衡结果是参与人 1 得到 $x=x_1=1-\delta_2$，参与人 2 得到 $1-x=\delta_2$。现在假定 $T=3$，在最后阶段，参与人 1 出价，他可以得到的最大份额是 $x_1=1$。因为参与人 1 在 $T=3$ 时 1 单位等价于 $t=2$ 时的 δ_1 单位，如果参与人 2 在 $t=2$ 出价 $x_2=\delta_1$，参与人

---

[1] 罗宾斯泰英（1982）模型是 Stalh（1972）的扩展，后者分析了有限期轮流出价的情况。

1 将会接受；因为参与人 2 在 $t=2$ 时的 $(1-\delta_1)$ 单位等价于 $t=1$ 时的 $\delta_2(1-\delta_1)$ 单位，如果参与人 1 在 $t=1$ 时出价 $1-x_1=\delta_2(1-\delta_1)$，参与人 2 将会接受。因此，子博弈精炼均衡结果是 $x=1-\delta_2(1-\delta_1)$。假定 $T=4$，参与人 2 最后出价。使用上述结果，因为参与人 2 在 $t=2$ 时最大可得 $(1-\delta_1(1-\delta_2))$，参与人 1 在 $t=1$ 时将出价 $1-x_1=\delta_2(1-\delta_1(1-\delta_2))$，子博弈精炼均衡结果是 $x=1-\delta_2(1-\delta_1(1-\delta_2))$。假定 $T=5$，参与人 1 最后出价。因为参与人 2 在 $t=2$ 时最大可得为 $1-\delta_1(1-\delta_2(1-\delta_1))$，子博弈精炼均衡结果为 $x=1-\delta_2(1-\delta_1(1-\delta_2(1-\delta_1)))$。读者可以使用上述方法推导出任何给定的 $T<\infty$ 的子博弈精炼纳什均衡。

现在让我们来看看子博弈精炼均衡结果与贴现因子 δ 和博弈期限 T 之间的关系。从上面的例子可以看出，如果 $\delta_1=\delta_2=0$，[①] 不论 T 为多少，子博弈精炼均衡结果是 $x=1$；就是说，如果两个参与人都是绝对无耐心的（下阶段的任何支付等价于本阶段的 0），第一个出价的参与人得到整个蛋糕。如果 $\delta_2=0$，不论 δ_1 为多少，子博弈精炼均衡结果仍然是 $x=1$；但是，如果 $\delta_1=0$，$\delta_2>0$，子博弈精炼均衡结果是 $x=1-\delta_2$，因为如果参与人 2 在 $t=1$ 拒绝了参与人 1 的出价，参与人 2 在 $t=2$ 得到整个蛋糕，但贴现到 $t=1$ 只值 δ_2，参与人 2 在 $t=1$ 将接受任何 $1-x_1\geq\delta_2$ 的出价。在上述几种情况，均衡结果与 T 无关（假定 $T\geq2$）。现在让我们考虑另外的情况。假定 $\delta_1=\delta_2=1$（即双方都有无限的耐心），那么，如果 $T=1,3,5,\cdots$，均衡结果是 $x=1$；如果 $T=2,4,6,\cdots$，均衡结果是 $x=0$。这里，

① 现实生活中，$\delta_i=0$ 可以理解为参与人 i 要忙于去干其他更重要的事情。

我们得到“后动优势”(last-mover advantage)，其原因是，给定 $\delta_i=1$，如果参与人 i 最后出价，他将拒绝任何自己不能得到整个蛋糕的出价，一直等到博弈的最后阶段得到整个蛋糕。

一般来说，如果 $0<\delta_i<1$，$i=1,2$，均衡结果不仅依赖于贴现因子的相对比率，而且依赖于博弈时期长度 T 和谁在最后阶段出价。然而，这种依存关系随 T 的变大而变小；当 T 趋于无穷时，我们得到“先动优势”：如果 $\delta_1=\delta_2=\delta$，唯一的均衡结果是 $x=1/(1+\delta)$。这就是下面要讨论的问题。

定理(Rubinstein，1982)：在无限期轮流出价博弈中，唯一的子博弈精炼纳什均衡结果是：

$$x^*=\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}\ (\text{如果 } \delta_1=\delta_2=\delta,\ x^*=\frac{1}{1+\delta})$$

现在让我们来证明上述定理。因为 $T=\infty$，博弈没有最后阶段，我们不可能使用逆向归纳法求解。但根据萨克德和沙腾(Shaked and Sutton，1984)，因为从参与人 1 出价的任何一个阶段开始的子博弈等价于从 $t=1$ 开始的整个博弈，我们可以应用有限阶段逆向纳归法的逻辑寻找子博弈精炼均衡。假定在时期 $t\geqslant3$ 参与人 1 出价，参与人 1 能得到的最大份额是 M。因为对参与人 1 而言，t 期的 M 等价于 $t-1$ 期的 δ_1M，参与人 2 知道在 $t-1$ 期的任何 $x_2\geqslant\delta_1M$ 的出价将被参与人 1 接受，因此参与人 2 出价 $x_2=\delta_1M$，自得 $1-\delta_1M$；因为对参与人 2 而言，$t-1$ 期的 $1-\delta_1M$ 等价于 $t-2$ 期的 $\delta_2(1-\delta_1M)$，参与人 1 知道在 $t-2$ 期的任何 $x_1\leqslant1-\delta_2(1-\delta_1M)$出价将被

参与人 2 接受，因此参与人 1 出价 $x_1=1-\delta_2(1-\delta_1 M)$，留给参与人 2 $\delta_2(1-\delta_1 M)$。因为从 $t-2$ 开始的博弈与从 t 开始的博弈完全相同，参与人 1 在 $t-2$ 期能得到的最大份额一定与其在 t 期得到的最大份额相同，因此我们有：

$$x_1 = M = 1 - \delta_2(1 - \delta_1 M)$$

解上式得：

$$M = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$$

现在假定参与人 1 在 t 期能得到的最小份额为 m。因为 t 期的 m 等价于 $t-1$ 期的 $\delta_1 m$，参与人 2 在 $t-1$ 期最多得到 $1-\delta_1 m$。因为 $t-1$ 期的 $1-\delta_1 m$ 等价于 $t-2$ 期的 $\delta_2(1-\delta_1 m)$，参与人 1 在 $t-2$ 期至少得到 $x_1=1-\delta_2(1-\delta_1 m)$。因此我们有：

$$x_1 = m = 1 - \delta_2(1 - \delta_1 m)$$

解上式得：

$$m = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$$

因为参与人 1 能得到的最大份额与最小份额相同，均衡结果是唯一的：

$$x = \frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$$

因为 t 是任意的，上述证明过程表明，参与人 1 的子博弈精炼均衡战略是："在 $t=1,3,5,\cdots$ 时总是要求 $(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2)$，在 $t=2,4,6,\cdots$ 时接受任何大于或等于 $\delta_1(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2)$

的份额，拒绝任何较小的份额。”为了说明这一点，注意到：

$$\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}=1-\frac{\delta_2(1-\delta_1)}{1-\delta_1\delta_2}$$

等式右边的第二项是参与人 1 出价时参与人 2 的份额。如果参与人 1 提出更高的要求从而被参与人 2 拒绝，参与人 2 在 $t+1$期要求$(1-\delta_1)/(1-\delta_1\delta_2)$（注意对称性，此时参与人 2 处于参与人 1 的位置），参与人 1 的支付（贴现值）是：

$$\delta_1(1-\frac{1-\delta_1}{1-\delta_1\delta_2})=\delta_1^2\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}<\frac{1-\delta_2}{1-\delta_1\delta_2}$$

因此提出更高的要求不是最优的。同样，接受任何低于$\delta_1(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2)$的份额也不是最优的，因为等待一个阶段他就可以得到$(1-\delta_2)/(1-\delta_1\delta_2)$的份额。

类似地，参与人 2 的子博弈精炼均衡战略是：“在 $t=1,3,5,\cdots$ 时，接受任何大于或等于 $\delta_2(1-\delta_1)/(1-\delta_1\delta_2)$，拒绝任何较小的份额；在 $t=2,4,6,\cdots$ 时，总是要求$(1-\delta_1)/(1-\delta_1\delta_2)$的份额。”

这个博弈当然还有许多其他纳什均衡。特别地，下列战略组合是一个纳什均衡：“参与人 1 总是要求 $x_1=1$ 的份额，拒绝参与人 2 任何 $x_2<1$ 的出价；参与人 2 总是要求 $1-x_2=0$，接受参与人 1 的任何出价。”但这个纳什均衡不是子博弈精炼均衡：如果参与人 2 拒绝了参与人 1 的第一次出价，提出 $x_2\geqslant\delta_1$，参与人 1 应该接受，因为如果拒绝的话，即使他在下一阶段拿到整个蛋糕，也只值 δ_1。

子博弈精炼均衡结果是参与人贴现因子（耐心程度）的函数，这是罗宾斯泰英模型得到的重要结论。特别地，给定 δ_2，当 $\delta_1\to1$ 时，$x^*=1$，即参与人 1 得到整个蛋糕；给定 δ_1，当 δ_2

$\to 1$ 时，$x^*=0$，即参与人 2 得到整个蛋糕。这可以说是“耐心优势”。直观地讲，有绝对耐心的人总可以通过拖延时间使自己独吞蛋糕。这个“耐心优势”在一般情况下也是成立的：给定其他情况（如出价次序），越有耐心的人得到的份额越大。比如说，如果 $\delta_1=0.5$，$\delta_2=0.9$，即参与人 2 比参与人 1 更有耐心，那么，均衡结果是参与人 1 得到 $x^*=0.182$，参与人 2 得到 $1-x^*=0.812$。注意，当 $\delta_2=0$，参与人 1 也得到整个蛋糕，因为参与人 2 没有任何耐心等待下一阶段；但，当 $\delta_1=0$ 时，参与人 2 不能得到整个蛋糕，除非 $\delta_2=1$，就是说，没有任何耐心的参与人 1 也可以得到一点份额。导致这一差异的原因是，除耐心优势外，这个博弈还有个“先动优势”：当 $\delta_1=\delta_2=\delta<1$ 时，$x^*=1/(1+\delta)>1/2$，即参与人 1 的份额总是多于参与人 2 的份额。如果每一阶段的长度任意小，这个先动优势将消失。另外，当 $\delta_1=\delta_1=1$ 时，这个博弈也有无穷多个子博弈精炼均衡，$x^*=1/2$ 可能是一个聚点均衡（也是纳什讨价还价解）。

贴现率可以理解为讨价还价的一种成本，类似蛋糕随时间的推延而不断缩小，每一轮讨价还价的总成本与剩余的蛋糕成比例。讨价还价的另一类成本是固定成本。

举例来说，如果工会和企业的磋商拖延了工期，企业要承受两种损失，一类是推迟出售的利息损失（与价值成比例），另一类是不能按期交工的违约罚款（一般是固定的）。这两种成本对均衡结果的影响是不同的。

为了说明这一点，假定 $\delta_1=\delta_1=1$，但参与人 i 每出价一次要承担 $c_i>0$ 的损失。有三种可能的情况。第一种情况是 $c_1=c_2=c$，此时，均衡结果是不确定的；第二种情况是 $c_1<c_2$，此

时，拖延使参与人 2 的损失大于参与人 1 的损失，参与人 1 得到整个蛋糕。[①] 第三种情况是 $c_1>c_2$，此时，参与人 1 得到 $x^*=c_2$，参与人 2 得到 $1-x^*=1-c_2$。[②]

固定成本的一种特殊形式是外部机会（类似机会成本）。容易想象，外部机会越好（从而机会成本越高），参与人越处于不利地位。

2.5 重复博弈和无名氏定理

我们前面讨论的动态博弈基本上都有一个特征，这就是，参与人在前一个阶段的行动选择决定随后的子博弈的结构，因此，从后一个决策结开始的子博弈不同于从前一个决策结开始的子博弈，或者说，同样结构的子博弈只出现一次。比如说，在房地产开发博弈中，开发商 A 选择“开发”后的子博弈就不同于选择“不开发”后的子博弈；在开发商 B 选择之后，博弈结束。这样的动态博弈称为“序贯博弈”（sequential games）。动态博弈的另一种特殊但是非常重要的类型是所谓的“重复博弈”（repeated games）。顾名思义，“重复博弈”是指同样结构的博弈重复多次，其中的每次博弈称为“阶段博弈”（stage game）。我们以囚徒困境为例，如果每次

① 设想你正骑自行车赶路去参加一个重要会议，突然与另一位骑车人相撞，要讲清楚谁的责任是要花费时间的，此时，如果对方提出要你赔偿 50 元，否则不放你走，你大概会答应他的要求的。

② 关于固定成本对均衡结果的影响的分析，参见 Shaked 和 Sutton(1984)。

判刑不是很重(至少不是无期徒刑),那么,两个囚徒在刑满释放之后再作案,作案之后再判刑,释放之后再作案,如此等等,他们之间进行的就是重复博弈,其中每次作案是一个阶段博弈。

具体来说,重复博弈有下列3项基本特征:(1)阶段博弈之间没有"物质上"的联系(no physical links),也就是说,前一阶段的博弈不改变后一阶段博弈的结构(对比之下,序贯博弈涉及到物质上的联系);(2)所有参与人都观测到博弈过去的历史(如在每一个新的阶段博弈,两个囚徒都知道同伙在过去的每次博弈中选择了抵赖还是坦白);(3)参与人的总支付是所有阶段博弈支付的贴现值之和或加权平均值。注意,在每个阶段博弈,参与人可能同时行动(如囚徒困境),也可能不同时行动。在后一种情况下,每个阶段博弈本身就是一个动态博弈,比如,房地产开发博弈重复多次。因此,重复博弈可能是不完美信息博弈,也可能是完美信息博弈,尽管当博弈论专家谈到重复博弈时一般指的是前一种情况。

因为其他参与人过去行动的历史是观测得到的,一个参与人可以使自己在某个阶段博弈的选择依赖于其他参与人过去的行动历史(如:"如果你这次选择了坦白,我下次将选择坦白;如果你这次选择了抵赖,我下次将选择抵赖"),因此,参与人在重复博弈中的战略空间远远大于和复杂于在每一个阶段博弈中的战略空间。比如说,即使囚徒困境博弈只重复5次,每个囚徒的纯战略数量大于20亿个,战略组合的数量更多(记住:一个战略是一个完备的相机行动规则,它必须说明在每一种可能的状态下参与人的行动选择,即使参与人并不期

望这种状态真的会出现[1])。这一点意味着，重复博弈可能带来一些"额外的"均衡结果，这些均衡结果在一次博弈中是从来不会出现的。这正是分析重复博弈的意义所在。

影响重复博弈均衡结果的主要因素是博弈重复的次数和信息的完备性(completeness)。重复次数的重要性来自于参与人在短期利益和长远利益之间的权衡。当博弈只进行一次时，每个参与人只关心一次性的支付；但如果博弈重复多次，参与人可能会为了长远利益而牺牲眼前利益从而选择不同的均衡战略。这是重复博弈分析给出的一个强有力的结果，它为现实中观测到的许多合作行为和社会规范提供了解释。除博弈次数外，影响均衡结果的另一个重要因素是信息的完备性。简单地说，当一个参与人的支付函数(特征)不为其他参与人所知时，该参与人可能有积极性建立一个"好"声誉(reputation)以换取长远利益。这一点或许可以解释为什么那些本质上并不好的人在相当长的时期内干好事。[2] 本节我们只讨论重复次数对均衡结果的影响，有关信息的完备性的影响我们将在第4章讨论。

2.5—1 有限次重复博弈：连锁店悖论

我们首先讨论有限次重复博弈的情况。考虑表2.3所示的市场进入博弈。我们知道，在一次博弈中，如果进入者先行

---

① 限于篇幅，我们在这里不再给出重复博弈的战略空间的正式描述，有兴趣的读者可参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)第5章。简单地说，参与人在重复博弈中的战略是定义在博弈历史上的每个阶段博弈中的行动规则，即从博弈历史到行动空间的映射。

② 当我说这句话时，我已超出了一个经济学家应该扮演的角色。

动，这个博弈的唯一的子博弈精炼纳什均衡结果是进入者进入，在位者默许，分别得到 40 和 50 的支付。

表 2.3　市场进入博弈

		在位者	
		默许	斗争
进入者	进入	40，50	−10，0
	不进入	0，300	0，300

现在假定同样的市场有 20 个（可以理解为在位者有 20 个连锁店），进入者每次进入一个市场，博弈就变成了 20 次重复博弈。假定进入者先进入第 1 个市场，在位者应该如何反应呢？读者也许会猜想，尽管从一个市场上看，在位者的最优选择是默许；但因为现在有 20 个市场要保护，为了阻止进入者进入其他 19 个市场，在位者应该选择斗争。但这个猜想是不正确的。

在这个博弈中，在位者选择斗争的唯一原因是希望斗争能起到一种威慑力量，使进入者不敢再进入。但在有限次博弈中，斗争并不是一个值得置信的威胁。设想前 19 个市场已被进入，进入者现在进入第 20 个市场。因为在最后阶段，选择斗争已没有任何威慑意义，在位者的最优选择是默许，进入者将选择进入。现在考虑第 19 个市场。因为不论在位者选择什么行动，第 20 个市场上的均衡结果不受影响（因为进入者知道第 20个市场上在位者将选择默许），在位者的最优选择仍然是默许。如此一直倒推回去，我们得到这个博弈的唯一的子博弈精炼均衡是在位者在每一个市场上都选择默许，进

入者在每一个市场上选择进入。这就是所谓的“连锁店悖论”(chain-store paradox;Selten,1978)。当然这个博弈还有其他纳什均衡。比如说,“在位者总是选择斗争,进入者总是选择不进入”就是一个纳什均衡。但这个纳什均衡不是子博弈精炼均衡。

囚徒困境与市场进入博弈类似。只要博弈重复的次数是有限的,最后阶段博弈的唯一纳什均衡是两个囚徒都选择坦白;逆向归纳法意味着,“总是坦白”是唯一的子博弈精炼均衡。与单阶段博弈不同的是,在重复博弈中,“总是坦白”并不是参与人的占优战略,因为它并不是对于任何给定的对手战略的最优反应;另外,最优选择的唯一性只在均衡路径上是如此,在非均衡路径上,参与人可以选择“抵赖”,因为“抵赖”实际上从来不会出现(比如说,如果囚徒 j 选择“总是坦白”,那么,“坦白直到对方选择抵赖,然后总是抵赖”也是囚徒 i 的最优选择之一)。

上述结果可以一般化为下述定理:

定理:令 G 是阶段博弈,$G(T)$ 是 G 重复 T 次的重复博弈($T<\infty$)。那么,如果 G 有唯一的纳什均衡,重复博弈 $G(T)$ 的唯一子博弈精炼纳什均衡结果是阶段博弈 G 的纳什均衡重复 T 次(即每个阶段博弈出现的都是一次性博弈的均衡结果)。

上述定理表明,只要博弈的重复次数是有限的,重复本身并不改变囚徒困境的均衡结果。注意,单阶段博弈纳什均衡的“唯一性”是一个重要条件。如果纳什均衡不是唯一的,上述结

论就不一定成立。考虑表 2.4 所示的博弈。[1] 如果这个博弈只进行一次，有三个纳什均衡：(M，L)，(U，M) 和混合战略 ((3/7U，4/7M)，(3/7L，4/7M))，支付向量分别是：(4，3)，(3，4) 和 (12/7，12/7)，帕累托最优结果 (D，R) 不能达到。但是，如果这个博弈重复两次，下列战略组合是一个子博弈精炼纳什均衡（假定贴现因子 $\delta>7/9$）："在第一阶段选择 (D，R)；如果第一阶段的结果是 (D，R)，在第二阶段选择 (M，L)；如果第一阶段的结果不是 (D，R)，第二阶段选择混合战略 ((3/7U，4/7M)，(3/7L，4/7M))。我们现在来证明这是一个精炼均衡。根据构造，第二阶段的战略组合是纳什均衡。在第一阶段博弈，给定参与人 2 选择 R，如果参与人 1 不选择 D 而选择 U，支付增加 1 单位；但这个偏离后果是他在第二阶段的支付由 4 单位下降为 12/7，这样，如果 $1<(4-12/7)\delta$（即 $\delta>7/16$），参与人 1 将没有积极性偏离。类似地，如果 $\delta>7/9$，参与人 2 将没有积极性偏离。因为不论第一阶段参与人选择什么，第二阶段出现的是纳什均衡，因此我们说，如果 $\delta>7/9$，上述战略组合是子博弈精炼纳什均衡，它不同于阶段博弈的均衡。导致这个结果的原因是，当阶段博弈有多个纳什

表 2.4　纳什均衡不唯一的情况

		参与人 2 L	参与人 2 M	参与人 2 R
参与人 1	U	0，0	3，4	6，0
	M	4，3	0，0	0，0
	D	0，6	0，0	5，5

[1] 这个例证选自弗得伯格和泰勒尔(1992)，第 112 页。

均衡时，参与人可以使用不同的纳什均衡惩罚第一阶段的不合作行为或奖励第一阶段的合作行为，而这一点在阶段博弈只有唯一纳什均衡时是办不到的。

2.5.2 无限次重复博弈和无名氏定理

解开连锁店难题的办法之一是引入信息的不完全性。在第 4 章我们将看到，即使博弈重复的次数是有限的，如果信息是不完全的，囚徒困境博弈的均衡结果也可能与一次博弈不同。这里我们先证明，当博弈重复无穷多次而不是有限次时，存在着完全不同于一次博弈的子博弈精炼均衡。

考虑囚徒困境博弈。假定博弈重复无穷次。我们证明，如果参与人有足够的耐心，(抵赖，抵赖)是一个子博弈精炼纳什均衡结果。

表 2.5 囚徒困境

		囚徒 2	
		坦白	抵赖
囚徒 1	坦白	8，-8	0，10
	抵赖	-10，0	-1，-1

为了讨论的方便，表 2.5 复制了囚徒困境。考虑下列所谓的“冷酷战略”(grim strategies)：(1)开始选择抵赖；(2)选择抵赖直到有一方选择了坦白，然后永远选择坦白。[1] 注意，根

[1] 读者不难理解为什么这个战略被称为“冷酷战略”。冷酷战略又称为“触发战略”(trigger strategies)，因为任何参与人的一次性不合作将触发永远的不合作。

据这个战略，一旦一个囚徒在某个阶段博弈中自己选择了坦白，之后他将永远选择坦白。

我们首先证明冷酷战略是一个纳什均衡。假定囚徒 j 选择上述冷酷战略，冷酷战略是不是囚徒 i 的最优战略呢？因为博弈没有最后阶段，我们不能运用逆向归纳法求解。令 δ 为贴现因子（我们假定两人的贴现因子相同）。如果 i 在博弈的某个阶段首先选择了坦白，他在该阶段得到 0 单位的支付，而不是－1 单位的支付，因此他的当期净得是 1 单位。但他的这个机会主义行为将触发囚徒 j 的“永远坦白”的惩罚，因此 i 随后每个阶段的支付都是－8。因此，如果下列条件满足，给定 j 没有选择坦白，i 将不会选择坦白：

$$0 + \delta(-8) + \delta^2(-8) + \cdots$$
$$\leqslant -1 + \delta(-1) + \delta^2(-1) + \cdots$$

或：

$$-\frac{8\delta}{1-\delta} \leqslant -\frac{1}{1-\delta}$$

解上述条件得：$\delta^* \geqslant 1/8$；就是说，如果 $\delta \geqslant 1/8$，给定 j 坚持冷酷战略并且 j 没有首先坦白，i 不会选择首先坦白。

现在假定 j 首先选择了坦白。那么 i 是否有积极性坚持冷酷战略以惩罚 j 的不合作行为呢？给定 j 坚持冷酷战略，j 一旦坦白将永远坦白；如果 i 坚持冷酷战略，他随后每阶段的支付是－8，但如果他选择任何其他战略，他在任何单阶段的支付不会大于－8（在任何阶段，如果选择坦白，他达到－8；如果选择抵赖，他达到－10），因此，不论 δ 为多少，i 有积极性坚持冷酷战略。类似地，给定 j 坚持冷酷战略，即使 i 自己首

先选择了坦白，坚持冷酷战略（惩罚自己）也是最优的。[①]

这样我们就证明了冷酷战略是一个纳什均衡。接下来的任务是证明这个纳什均衡是子博弈精炼均衡，即在每一个子博弈上构成纳什均衡。因为博弈重复无限次，从任何一个阶段开始的子博弈与这个博弈的结构相同。在冷酷战略纳什均衡下，子博弈可以划分为两类：在类型 A，没有任何参与人曾经坦白；在类型 B，至少有一个参与人曾经坦白。我们已经证明，冷酷战略在 A 类型子博弈构成纳什均衡。在 B 类型子博弈，根据冷酷战略，参与人只是重复单阶段博弈的纳什均衡，它自然也是整个子博弈的纳什均衡。[②]

由此我们证明，如果 $\delta \geqslant 1/8$（即参与人有足够的耐心），冷酷战略是无限次囚徒博弈的一个子博弈精炼纳什均衡，帕累托最优（抵赖，抵赖）是每一个阶段的均衡结果，囚徒走出了

---

① 这一点意味着，在冷酷战略下，参与人没有改正错误的机会。所以这个战略确实是很冷酷的，但冷酷的结果是双方都没有背叛对方的积极性，因而是友善的。如果一个战略使参与人有积极性改正错误，这个战略就不大可能是一个精炼均衡。所谓“针锋相对”战略就是这样一个例子。针锋相对战略（tit-for-tat）是：开始选择抵赖；在 t 阶段选择对手在 $t-1$ 阶段的选择。如果参与人 j 坚持针锋相对战略，参与人 i 没有积极性首先坦白，因为如果他抵赖，他可以连续达到较高的支付（-1），而如果他首先坦白然后再转向针锋相对战略，他的支付交替为 0 和 -10。但针锋相对战略不是精炼均衡，因为，如果参与人 j 首先坦白，参与人 i 并没有积极性惩罚他：如果惩罚，他交替得到 0 和 -10，而如果原谅，他连续得到 -1。类似地，参与人 i 也没有积极性惩罚自己。

② 这里我们事实上在使用这样一个基本的事实：如果 a^* 是一个阶段博弈的纳什均衡，那么，“每个参与人 i 总是选择 a_i^*”一定是一个子博弈精炼纳什均衡。直观地讲，因为在这个战略下，其他参与人未来的选择独立于参与人 i 现在的选择，因此参与人 i 的最优选择是最大化当期的支付。

一次性博弈时的困境。隐藏在这个结果背后的原因是，如果博弈重复无穷次且每个人有足够的耐心，任何短期的机会主义行为的所得都是微不足道的，参与人有积极性为自己建立一个乐于合作的声誉，同时也有积极性惩罚对方的机会主义行为。

当然这个博弈还有许多其他子博弈精炼均衡。特别地，如同在一次性博弈中一样，在每个阶段博弈两人都选择坦白也是一个子博弈精炼均衡，并且，是唯一一个当期行动独立于过去行动历史的均衡。

子博弈精炼均衡的多重性是无限次重复博弈的普遍问题。考虑寡头市场上的重复博弈。根据1.3节的具体例子，我们知道，库诺特均衡产量是$q_1^c=q_2^c=(a-c)/3$，均衡利润是$\pi_1^c=\pi_2^c=(a-c)^2/9$；垄断产量是$q^M=(a-c)/2$，垄断利润是$\pi^M=(a-c)^2/4$。如果两个企业在市场上只相遇一次，库诺特均衡是唯一的纳什均衡。但如果博弈重复无限次，某种形式的默契合谋就可能作为均衡结果出现。考虑冷酷战略：首先选择生产$q^i=q^M/2$；继续选择$q^i=q^M/2$直到有一个企业选择$q^j\neq q^M/2$，然后永远选择q_i^c。就是说，从合作开始，如果中途有任何企业出现非合作行为，转入生产库诺特均衡产量。给定企业j坚持冷酷战略，如果企业i坚持合作，它每期的利润为$\pi^M/2=(a-c)^2/8$；如果企业i选择短期最优产量$q_i=(a-c)3/8$，当期利润是$\pi_i^d=(a-c)^2 9/64>(a-c)^2/8$，但随后阶段的利润流量为$\pi_i^c=(a-c)^2/9<(a-c)^2/8$。因此，如果下列条件满足，企业$i$没有积极性偏离合作均衡：

$$\frac{(a-c)^2}{8}+\delta\frac{(a-c)^2}{8}+\delta^2\frac{(a-c)^2}{8}+\cdots$$

$$\geqslant \frac{9(a-c)^2}{64} + \delta\frac{(a-c)^2}{9} + \delta^2\frac{(a-c)^2}{9} + \cdots$$

解上述条件得：$\delta^* \geqslant 9/17$。读者接下来可以模仿我们证明囚徒困境子博弈精炼均衡的其他步骤证明：[1] 如果 $\delta \geqslant 9/17$，默契合作（合谋）就会是一个精炼均衡结果。

如果有 n 个寡头企业而不是两个，默契合作均衡要求 $\delta \geqslant (1+\frac{4n}{(n+1)^2})^{-1}$；当 $n \to \infty$ 时，$\delta^* \to 1$。就是说，企业越多，默契合作越困难。直观地讲，企业越多，每个企业一次性机会主义不合作行为中的净收益相对于长远利益的损失的比率越大，因此机会主义行为的诱因越大。这一结论与现实观测是非常吻合的。它也可以解释为什么小团体的合作靠非正式的规则就可以维持，而大团体就必须依赖于正式的规则和合约（回到囚徒困境：干坏事的合伙人越多，事情越容易败露）。

如同在囚徒困境中一样，这个博弈也有多个精炼均衡。特别地，"总是选择库诺特均衡产量"也是一个精炼均衡。

更为重要的是，任何介于库诺特均衡产量和垄断均衡产量之间的产量（即 $q \in [q^M/n, q_i^c]$）都是冷酷战略精炼均衡的一个特定结果。这一点很容易证明。以 $n=2$ 为例。设想参与人选择如下冷酷战略："（1）开始生产 $q^* \in [q^M/2, q_i^c]$；（2）继续生产 q^* 直到有任何一个企业生产 $q_j \neq q^*$，然后生产 q_i^c。"令 π^* 为当每个企业都生产 q^* 时企业 i 的利润，π^d 为当另一个企业生产 q^* 而企业 i 生产短期最优产量时企业 i 的利润。那么，如果下列条件满足，企业 i 没有积极性偏离 q^*：

---

[1] 接下来的步骤包括：（1）证明企业 i 有积极性惩罚任何偏离行为，从而证明冷酷战略是一个纳什均衡；（2）证明这个纳什均衡是子博弈精炼均衡。

$$\frac{1}{1-\delta}\pi^{*} \geq \pi^{d} + \frac{\delta}{1-\delta}\pi_{i}^{c}$$

解上述条件得(要将对应的变量代入):

$$q^{*} \geq \frac{9-5\delta}{3(9-\delta)}(a-c)$$

就是说,任何满足上述条件的 $q^{*} \in [q^{M}/2, q_{i}^{c}]$ 都是一个特定的子博弈精炼均衡结果。特别地,当 $\delta \to 9/17$ 时,$q^{*} \to q^{M}/2$;当 $\delta^{*} \to 0$ 时,$q^{*} \to q_{i}^{c}$。就是说,如果 $\delta \geq 9/17$,任何 $q^{*} \in [q^{M}/2, q_{i}^{c}]$ 的产量都可能作为精炼均衡结果出现;如果 $\delta = 0$,唯一的精炼均衡结果是一次性博弈的库诺特产量。[1] 因为对于任何给定的 q^{*},利润是唯一决定的,并且对于任何 $q^{*} \in [q^{M}/2, q_{i}^{c}]$,$\pi_{i}^{*} \in [\pi_{i}^{c}, \pi^{M}/2]$ 是单调递减的,我们可以说:如果 $\delta \geq 9/17$,那么,任何 $\pi_{i}^{*} \in [\pi_{i}^{c}, \pi^{M}/2]$ 都是一个特定的子博弈精炼均衡结果。

上述结果是下述无名氏定理的一个特例。

无名氏定理(Friedman 1971)[2]:令 G 为一个 n 人阶段博弈,$G(\infty, \delta)$ 为以 G 为阶段博弈的无限次重复博弈,a^{*} 是 G 的一个纳什均衡(纯战略或混合战略),$e=(e_1, e_2, \cdots, e_n)$ 是 a^{*} 决定的支付向量,$v=(v_1, v_2, \cdots, v_n)$ 是一个任意可行的支付向

---

① 后一结论是很自然的,因为当 $\delta=0$ 时,未来收益没有任何意义,重复博弈等价于一次性博弈。

② 最初的无名氏定理又称为"纳什无名氏定理"(Nash folk theorem),它考虑的是无限次重复博弈纳什均衡的情况。之所以称为"无名氏定理",是因为它在50年代就为博弈论专家所共知但无人曾发表过。弗里德曼定理将原无名氏定理扩展到子博弈精炼纳什均衡。

量，V 是可行支付向量集合。那么，对于任何满足 $v_i>e_i$ 的 $v\in V(\forall i)$，存在一个贴现因子 $\delta^*<1$ 使得对于所有的 $\delta\geqslant\delta^*$，$v=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$是一个特定的子博弈精炼纳什均衡结果。

简单地说，无名氏定理说的是，在无限次重复博弈中，如果参与人有足够的耐心（即 δ 足够大），那么，任何满足个人理性的可行的支付向量都可以通过一个特定的子博弈精炼均衡得到。定理的证明过程与我们前面证明囚徒困境子博弈精炼均衡的过程类似，这里不再单独给出。[①] 我们这里只对定理本身作一些解释。在上述定理中，阶段博弈的纳什均衡 α^* 可能是混合战略均衡也可能是纯战略均衡；由 α^* 决定的支付向量 $e=(e_1,e_2,\cdots,e_n)$是达到任何精炼均衡结果 v 的惩罚点（或称为纳什威胁点，Nash threat point）。在囚徒困境博弈中，α^* 是（坦白，坦白），$e=(-8,-8)$；在重复寡头博弈中，α^* 是 $q_1=q_2=q^c$，$e=(\pi_1^c,\pi_2^c)$。在前面的例子中我们看到，正是由于害怕触发阶段博弈纳什均衡，参与人才有积极性保持合作。

现在我们来说明可行支付集合 V。为此，我们首先要说明重复博弈的支付函数。在前面的例子中，我们用未来支付的贴现值之和代表支付函数。更为方便的办法是用贴现值的平均值（average-payoffs）来代表支付函数。如果每个阶段的支付都是 π，我们说 π 是平均支付值。假定贴现因子为 δ，那么，无穷序列 $\pi,\pi,\cdots$的贴现值之和为 $\pi/(1-\delta)$；无穷序列 $\pi_1,\pi_2,\cdots$ 的贴现值之和为 $x=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$。要使 π 成为无穷序列 $\pi_1,\pi_2,\cdots$

① 对更精确的证明感兴趣的读者，请参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)，第 5 章。

的平均支付，要求：

$$\frac{\pi}{1-\delta}=\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

因此

$$\pi=(1-\delta)\sum_{t=1}^{\infty}\delta^{t-1}\pi_t$$

就是说，平均支付是贴现值之和的标准化（标准化因子是 $1-\delta$）。使用平均支付的优越性在于可以直接与阶段博弈支付比较，因为平均支付用同样的单位度量阶段博弈支付和重复博弈支付。如果一个战略组合给出每阶段 2 单位的支付，另一个战略组合给出平均支付 1（每阶段支付可能不同），我们说参与人从前一个战略组合中得到的支付大于从后一个战略组合中得到的支付。因为平均支付只是支付贴现值之和的标准化，最大化平均支付等价于最大化贴现值之和。上述定理中的支付应该理解为平均支付。

在说明支付函数之后，我们就可以定义可行支付集合的概念。$v=(v_1,v_2,\cdots,v_n)$称为一个可行支付向量（feasible payoffs），如果它是阶段博弈 G 的纯战略支付的凸组合（即加权平均值）；所有可行支付向量构成可行支付集合 V（the set of feasible payoffs）。图 2.26 的阴影部分是囚徒困境博弈的可行支付集合。这里，四个角点是纯战略组合下的支付向量，每两个角点之间的边线（或对角线）由相应混合战略组合下的支付向量构成，所有其他点（内点）是多于两个纯战略支付的加权平均。注意，如果参与人独立地随机选择混合战略，许多纯战略支付的凸组合是不可行的。为了使凸组合的每个点都是可行的，我们要求参与人使用共同观测到的随机信号来得到相关均衡（如用掷骰子的办法决定每个参与人选择什么行动，

见 1.6 节)。在囚徒困境中,纳什威胁点是 $e=(-8,-8)$。无名氏定理告诉我们,如果 δ 足够接近于 1,由过点$(-8,-8)$的两条垂直线围成的可行集合(交叉虚线填满的部分)上的任何点都可以是一个子博弈精炼纳什均衡结果。图 2.27 是库诺特重复博弈的可行集合。在这个博弈中,参与人的战略空间是 $q_i \geqslant 0$,可行支付集合由两条正坐标轴和直线 $\pi_1+\pi_2=\pi^M$ 围成,[①] (π_1^c,π_2^c)是纳什威胁点,子博弈精炼均衡可达到的支付集是由过点(π_1^c,π_2^c)的两条垂直线围成的可行集部分(交叉虚线填满的部分)。

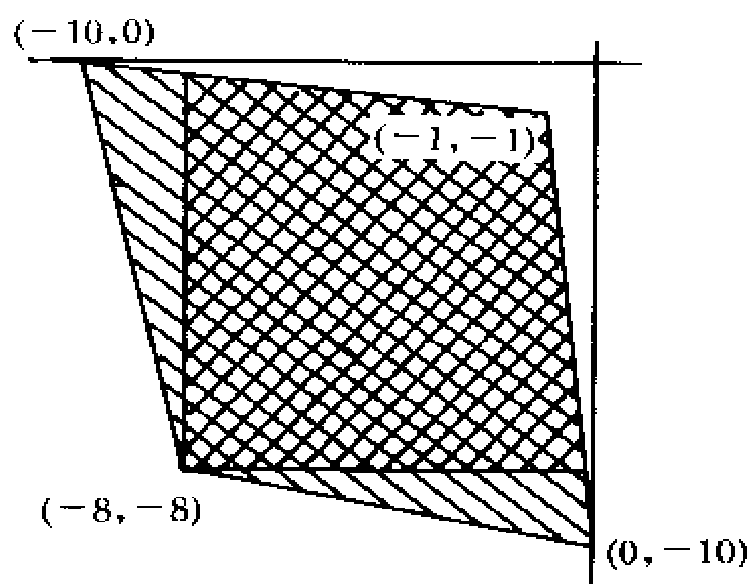


图 2.26　囚徒困境博弈的可行支付集合

---

① 理论上讲,库诺特博弈的可行支付集合包括一部分负象限区域(因为生产得太多),但这一点并不重要,因为企业总可以通过不生产来达到 0 利润。

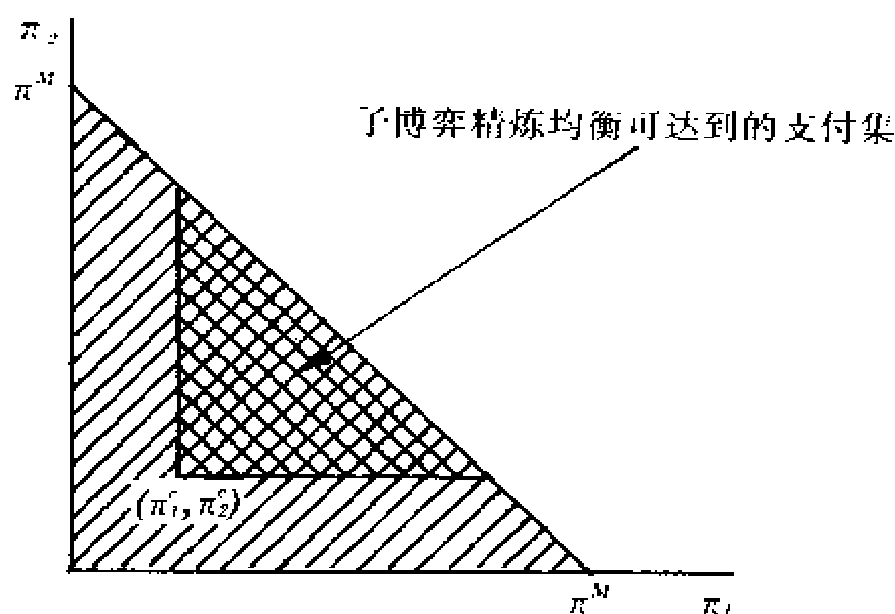


图 2.27　库诺特重复博弈的可行集合

在弗里德曼的无名氏定理中，其他参与人惩罚一个不合作者的办法是转向阶段博弈纳什均衡 α^*。但纳什均衡支付并不一定是博弈中一个参与人会受到的最大惩罚。一个参与人会受到的最大惩罚决定了他的保留支付(reservation utility)；保留支付定义为：

$$\underline{v}_i = \min_{a_{-i}}(\max_{a_i} u_i(a_i, a_{-i}))$$

就是说，保留支付是当其他参与人试图给参与人 i 最大惩罚时参与人 i 能保证自己得到的最大支付，因而又称为参与人 i 的"最小最大支付"(minmax payoff)。显然，$\underline{v}_i \leqslant e_i$，即参与人 i 的保留支付不会大于纳什均衡支付，因为否则的话，a_i^* 不是参与人 i 的最优选择(与纳什均衡矛盾)。在囚徒困境中，通过选择"坦白"，参与人 i 总可以保证自己得到 -8，因而保留支付等于纳什均衡支付。但在库诺特博弈中，一个企业不能保证自己得到纳什均衡利润(通过生产纳什均衡产量)，它能保证

的只是零利润(选择不生产),因此,保留利润严格小于纳什均衡利润(在伯川德博弈中,保留利润等于纳什均衡利润,二者均为0)。

大于保留支付的支付称为个人理性支付(individaully rational payoffs)。这个概念的涵义是,如果要一个参与人在无限次重复博弈中有任何兴趣"合作"的话,他从"合作"中得到的支付不应该小于他的保留支付。定义 $\underline{V}=(v:v_i\geqslant\underline{v}_i)$ 为个人理性支付集合,$\Lambda=\underline{V}\cap V$ 为个人理性可行支付集合(就是说,Λ 由满足个人理性的可行支付向量组成;在图 2.26,Λ 是交叉虚线标出的阴影区域;在图 2.27,Λ 是由正坐标轴和直线 $\pi_1+\pi_2=\pi^M$ 围成的整个阴影区域。)因为 $\underline{v}_i\leqslant e_i$,$\Lambda$ 大于弗里德曼定理中可达到的精炼均衡支付集合。一个问题是,在纳什均衡支付严格大于保留支付的博弈中,Λ 中的其他支付向量是否能作为精炼均衡结果出现?弗得伯格和马司肯(Fudenberg and Maskin,1986)给出肯定的答案。他们证明,弗里德曼定理中的 $e=(e_1,e_2,\cdots,e_n)$ 可以用 $\underline{v}=(\underline{v}_1,\underline{v}_2,\cdots,\underline{v}_n)$ 代替。就是说,如果 δ 足够接近于 1,所有的 $v\in\Lambda$ 都是一个特定子博弈精炼纳什均衡结果,即使 $\underline{v}_i<e_i$。简单地说,每一个个人理性可行支付向量都可以在精炼均衡中达到。[1] 根据 Fudenberg-Maskin 定理,图 2.27 的整个阴影区域都是精炼均衡结果。

根据无名氏定理,只有当 δ 足够接近于 1 时,帕累托合作

① 如果 $n>2$,Fudenberg Maskin 定理要求可行支付集合 V 是满秩的(n 维线性独立的)。这个条件的目的是保证一个参与人在惩罚不合作者时不使自己也被过重惩罚。

均衡结果才会出现。[1] 这是因为，如果 δ 很小，从下一阶段开始的惩罚不足以阻止参与人在现阶段的机会主义行为。进一步，当 δ 不足够大时，精炼均衡所能达到的最大平均支付与 δ 的值有关。比如说，在库诺特博弈中，如果 $\delta \geq 9/17$，垄断利润均衡可能实现；但如果 $\delta = 1/2(<9/17)$，最小均衡产量是 $q_1 = q_2 = (a-c)13/51 > q^M/2 = (a-c)/4$，最大均衡利润是 $\pi_1 = \pi_2 = 0.121(a-c)^2$，小于垄断利润（$\pi^M/2 = 0.125(a-c)^2$）。[2] 但上述结论建立的前提是，对不合作行为的惩罚以阶段博弈纳什均衡支付为限。读者自然会猜想，如果有更严厉的惩罚手段，即使 δ 不够大，垄断利润均衡也可能出现。阿伯罗（Abreu，1986）证明了这一点。阿伯罗证明，冷酷战略并不是保证最大合作的战略。最大合作战略是使用最严厉的可信惩罚（the strongest credible punishment）。这里，“可信惩罚”是指惩罚战略本身必须是一个子博弈精炼均衡；“最严厉”是指使不合作者得到最低可能的支付。我们这里以库诺特博弈为例说明阿伯罗定理。

考虑下列“萝卜加大棒”战略：开始生产垄断产量的二分之一，$q^M/2$。在 t 阶段，如果前一阶段（$t-1$）两个企业都生产 $q^M/2$ 或 $\underline{q}$，继续生产 $q^M/2$，否则，生产 $\underline{q}$。

这里，$\underline{q}$ 是最大惩罚产量（大于库诺特均衡产量）。这一战略规定了一个一次性惩罚期和一个（潜在）无穷次合作期：在

---

[1] 帕累托合作均衡结果是指参与人能得到的最大支付，它处于可行支付集合的上边界。在库诺特博弈中，帕累托合作均衡结果是垄断利润；在囚徒困境中，帕累托合作均衡结果是（－1，－1）。

[2] 无名氏定理允许非对称均衡出现。我们这里只考虑对称的情况。

惩罚期(punishment phase)，企业 i 生产 $\underline{q}$(故又称为“两期战略”，two-phase strategy)，在合作期(collusive phase)，企业 i 生产 $q^M/2$。如果任何一个企业在合作期不合作，惩罚期开始；同样，如果任何一个企业在惩罚期不生产惩罚产量，惩罚期重新开始；如果没有任何企业在惩罚期不惩罚，合作期开始。注意，这个战略要求不仅惩罚该合作时不合作的企业，而且惩罚该惩罚时不惩罚的企业(惩罚不惩罚者是给惩罚者的一个胡萝卜)。(如果读者理解上述解释仍有困难的话，请读下列文字：我(企业 1)开始生产 $q^M/2$；只要你(企业 2)也生产 $q^M/2$，我将继续生产 $q^M/2$；但是，如果你或我在 $(t-1)$ 阶段生产 $q_i \neq q^M/2$，我在 t 阶段将生产 $\underline{q}$；并且，如果你和我在 t 阶段都生产 $\underline{q}$，我在 $(t+1)$ 阶段生产 $q^M/2$，否则，我将继续生产 $\underline{q}$，直到你和我同时生产一阶段 $\underline{q}$ 后，我再生产 $q^M/2$。)

如果两个企业都选择上述两期战略，无限次重复博弈有两类子博弈：(1)合作子博弈：前一阶段的结果是 $(q^M/2, q^M/2)$ 或 $(\underline{q}, \underline{q})$；(2) 惩罚子博弈：前一阶段的结果既不是 $(q^M/2, q^M/2)$ 也不是 $(\underline{q}, \underline{q})$。如果两期战略是一个精炼均衡，它必须在两类子博弈上都构成纳什均衡。我们现在来证明这一点。

首先考虑合作子博弈。在任何一个阶段 t，如果两个企业都生产 $q^M/2$，每个企业的利润是 $\pi^M/2$。令 π^d 为当企业 j 生产 $q^M/2$ 时企业 i 的短期最大利润，$\pi(\underline{q})$ 为两个企业都生产 $\underline{q}$ 时每个企业的利润。在任何一个阶段 t，如果企业 i 生产短期利润最大化产量，如果 $(t+1)$ 阶段两个企业都生产 $\underline{q}$，从 $(t+2)$ 阶段开始的子博弈与在 t 和 $(t+1)$ 阶段两个企业都生产 $q^M/2$ 情况下 $(t+2)$ 开始的子博弈相同；如果企业 i 生产短期利润最大化产量，但 $(t+1)$ 阶段至少有一个企业没有生产 $\underline{q}$，从

$(t+2)$阶段开始的子博弈属于惩罚子博弈。因此，为了证明子博弈精炼均衡，我们只需要考虑两个阶段。如果两期战略是合作子博弈的纳什均衡，参与人必须偏好 t 和$(t+1)$阶段都得到 $\pi^M/2$ 的利润，而不是 t 阶段得到 π^d 而$(t+1)$得到 $\pi(\underline{q})$，即：

$$\frac{1}{2}\pi^M + \delta\frac{1}{2}\pi^M \geqslant \pi^d + \delta\pi(\underline{q})$$

或

$$\delta(\frac{1}{2}\pi^M - \pi(\underline{q})) \geqslant \pi^d - \frac{1}{2}\pi^M$$

就是说，从生产短期最优产量得到的净收益不超过下一阶段受到惩罚的损失。假定 $\delta=1/2$，经过一些繁琐的计算可知，如果 $\underline{q}\notin[(a-c)/8,(a-c)3/8]$，上述条件满足。

现在考虑惩罚子博弈。由于类似的原因，我们也只须考虑两个阶段。令 π^{dp}为在惩罚期当企业 j 生产 $\underline{q}$ 时企业 i 生产最优产量得到的利润。如果两期战略是一个惩罚子博弈的纳什均衡，企业 i 一定偏好现阶段得到 $\pi(\underline{q})$，下一阶段得到 $\pi^M/2$，而不是现阶段得到 π^{dp}，下阶段得到 $\pi(\underline{q})$，即：

$$\pi(\underline{q}) + \delta\frac{1}{2}\pi^M \geqslant \pi^{dp} + \delta\pi(\underline{q})$$

或

$$\delta(\frac{1}{2}\pi^M - \pi(\underline{q})) \geqslant \pi^{dp} - \pi(\underline{q})$$

就是说，从现阶段选择不惩罚得到的净收益不超过下一阶段惩罚时的净损失。假定 $\delta=1/2$，经过一些繁琐的计算可知，如

果 $\underline{q}\in[(a-c)3/10,(a-c)/2]$，上述条件满足。

将上述两个条件结合起来可知，当 $\delta=1/2$ 时，如果选择 $(a-c)3/8\leqslant\underline{q}\leqslant(a-c)/2$，两期战略可以保证垄断利润均衡作为子博弈精炼均衡结果出现（最大惩罚产量 $\underline{q}$ 严格大于库诺特产量 $q_1^c=(a-c)/3$）。对比之下，如果企业使用冷酷战略，$\delta=1/2$ 不能产生垄断利润均衡结果。

在上例中，如果参与人选择 $\underline{q}=(a-c)/2$，在惩罚期，每个企业的利润都是 0，这是这个博弈中可能达到的最严厉的惩罚，如果惩罚真的发生，它是一面两刃刀，不仅不合作者受到惩罚，而且合作者也受到惩罚。但因为参与人的行为是可观测的，在均衡路径，没有参与人会偏离合作，惩罚实际上不能发生。严厉的目的是阻止不合作行为的发生而不是惩罚本身，尽管惩罚威胁必须是可信的。

在前面的讨论中，我们一直将 δ 作为代表参与人时间偏好的变量。事实上，δ 也可以代表博弈在某个阶段结束的可能性。假定博弈在每个阶段结束的概率为 p。那么，博弈到达 t 阶段的概率为 $(1-p)^{t-1}$，参与人在 t 阶段的期望支付为 $(1-p)^{t-1}\pi_t$，贴现值为 $\delta^{t-1}(1-p)^{t-1}\pi_t$。如果我们令 $\tilde{\delta}=\delta(1-p)$，无名氏定理可以陈述为：如果博弈重复无限次，或者每次结束的概率足够小，如果 $\tilde{\delta}$ 充分接近于 1，任何个人理性可行支付向量都可以作为子博弈精炼纳什均衡结果出现。把博弈结束的可能性考虑进去使理论与现实更为接近。我们都知道自己会死，但正因为我们并不知道什么时候死，我们才感到我们拥有明天，博弈会无限期重复下去。

泽尔腾引入子博弈精炼纳什均衡概念的目的是剔除那些建立在不可置信威胁之上的纳什均衡，从而找出更为合理的

均衡结果。无名氏定理告诉我们,无限次重复博弈可能有无穷多个精炼均衡结果。因此,精炼均衡的概念并不能帮助我们走出多重均衡的困境。当然在现实中,参与人也许使用特定的协调机制来达到一个"聚点均衡"。博弈论文献中通常使用的选择机制假定在对称博弈中聚点均衡是对称的和帕累托最优的,如我们在前面讨论库诺特博弈时假设的那样(在库诺特博弈中,生产垄断产量可能是一个聚点均衡,它是帕累托最优的;如果每个企业具有相同的成本函数,得到相同的利润,均衡是对称的)。尽管这个假设与现实可能是相符的,并没有一个理论能成功地解释为什么一定如此。

2.5—3 参与人不固定时的重复博弈

在前面的讨论中,我们假定每次博弈的参与人是相同的。然而,无名氏定理可以扩展到一部分参与人不固定的重复博弈。消费品市场交易就是一个典型的例子。这里,厂商是长期的固定参与人,不断重复提供产品,而消费者是不固定的,每个消费者只买一次或有限次(至少耐用消费品市场是如此)。为了简单起见,让我们假定只有一个厂商提供产品,每个消费者只买一次,并且每个阶段只有一个消费者。在博弈的每一阶段,消费者决定是否购买,厂商选择提供高质量的产品还是低质量的产品。消费者在购买时不知道自己买的产品的质量,但知道所有之前的消费者购买的产品质量。如果消费者不购买,他的效用为 0;如果购买到高质量的产品,他的效用为+1,如果购买到低质量的产品,他的效用为−1。厂商生产高质量产品的利润是+1,低质量产品的利润是+2。表 2.6 是阶段博弈的支付矩阵。

表 2.6　质量博弈

		厂商	
		高质量	低质量
消费者	购买	1，1	−1，2
	不购买	0，0	0，0

在一次性博弈中，唯一的纳什均衡是（不购买，低质量）。但在无限次重复博弈中，如果厂商的贴现因子 $\delta \geqslant 1/2$，下列战略组合是一个子博弈精炼纳什均衡：厂商从生产高质量的产品开始；继续生产高质量产品，除非曾经生产过低质量产品；如果上一次生产了低质量的产品，之后永远生产低质量产品。第一个消费者选择购买；只要厂商不曾生产过低质量产品，随后的消费者继续购买；如果厂商曾经生产过低质量产品，之后的消费者不再购买。均衡结果是（购买，高质量），每个消费者得到 1 单位的效用，厂商得到 1 单位的平均利润。

首先看厂商的战略是最优的。给定消费者的战略，如果厂商生产低质量产品，他得到 2 单位的短期利润，但在之后每阶段的利润均为 0，因为不再有消费者购买；如果总是生产高质量的产品，每阶段得到 1 单位的利润，贴现值为 $1/(1-\delta)$。因此，如果 $2 \leqslant 1/(1-\delta)$，即 $\delta \geqslant 1/2$，厂商就不会生产低质量的产品。直观地讲，厂商之所以不生产低质量的产品，是因为害怕低质量失掉消费者。如果一旦生产过低质量产品，"破罐子破摔"（永远生产低质量产品）也是最优的，因为不再有消费者购买。

再看消费者。假定 $\delta \geqslant 1/2$。因为每个消费者只关心一阶段的支付，当只当他预期是高质量时，他才会购买；因为消费

者预期不曾生产过低质量产品的厂商将继续生产高质量产品，所以他选择购买是最优的；如果厂商曾经生产过低质量产品，消费者预期厂商将继续生产低质量的产品，所以不购买是最优的（在博弈的第一阶段，厂商不曾生产过低质量产品，所以第一个消费者的战略也是最优的）。

当然，“消费者永远不购买，厂商总是生产低质量产品”也是一个精炼纳什均衡。但这个均衡看起来并不合理，尽管这种情况现实中可能会发生。

上述例子是克莱因和莱弗勒（Klein and Leffler，1981）模型的简化。它可以解释为什么消费者偏好去大商店买东西而不太信赖走街串巷的小商贩。对后者来说，长期考虑是没有意义的。西蒙（Simon，1951）和克瑞普斯（Kreps，1986）用类似的博弈解释雇佣关系，认为，企业存在的原因之一正是创造一个“长期的参与人”，这样一个参与人由于对未来利益的考虑而更讲信用。

重复博弈的其他变种包括叠代博弈（overlapping generation games）、随机相遇博弈（randomly matched players）等。叠代模型可以解释一个组织（如企业、学校）中不同代参与人的行为、尊老爱幼等社会现象。限于篇幅，我们这里不予讨论，有兴趣的读者可参阅弗得伯格 和 泰勒尔（1991）第5章第3节及其引用的有关文献。

2.5.4 不确定环境下的重复博弈

在前面的讨论中，我们一直假定参与人过去的行为是共同信息，即每个参与人都准确地观测到其他参与人过去选择了什么。这个假设在许多情况下是不满足的，比如说，在寡头

市场上，一个企业可能并不能准确地知道另一个企业生产了多少产量，卖什么价格，它能观测到的只是有多少顾客向自己购买，自己赚多少利润。如果企业不能观测到其他企业的行为，它就只能使用可观测到的变量推断其他企业的行动。但是，如果需求函数是不确定的并且不可观测，由推断得到的信息就是不完美的。比如说，向自己买的人少了，可能是由于对手生产的多了（或价格降低了），也可能是由于需求本身变小了。这种情况会影响均衡结果。

格瑞和鲍特(Green and Porter，1984）建立了一个不确定需求下企业暗中削价的重复博弈模型。在他们的模型里，价格不能直接观测，企业只能观测到市场对自己产品的需求和自己的利润。他们证明，当需求是随机的时，最大惩罚（永久转向 Bertrand 价格）不是最优的，完全的合谋难以达到。直观地讲，当价格可以直接观测时，最大惩罚是最优的，因为这种惩罚实际上从来不会出现；但当需求不确定、价格不可观测时，错误不可避免，惩罚会实际上发生。一方面，如果一个企业确信其对手在利润低时也不会实施惩罚措施，它就不会有兴趣坚持垄断价格，因为暗中削价可以带来短期收益但不遭受长期损失，它可以把对手的利润下降解释成需求下降而不是自己削价造成的；另一方面，如果一旦利润下降就实施最大惩罚，也没有企业有积极性合作，因为它知道任何外部因素导致的需求下降都会使自己的合作行为变得毫无意义。格瑞和鲍特证明，均衡战略包括一个合作期和一个惩罚期。博弈开始于合作期：只要利润是高的，每个企业都继续索取垄断价格。当企业观测到自己的利润下降时（可能是对手削价造成的，也可能是需求下降的结果），或自己在前一阶段已经削价，开始进

入惩罚期；在惩罚期，每个企业都索取成本价格。惩罚期持续 T 阶段后，企业再转向合作期，直到利润又一次下降后再转入惩罚期。均衡的最优惩罚期 T^* 是内生决定的，如图 2.28 所示。模型预测存在周期性的价格战，但价格战是非自愿的，因为它不是由企业的削价行为触发的，而是由需求的下降触发的。

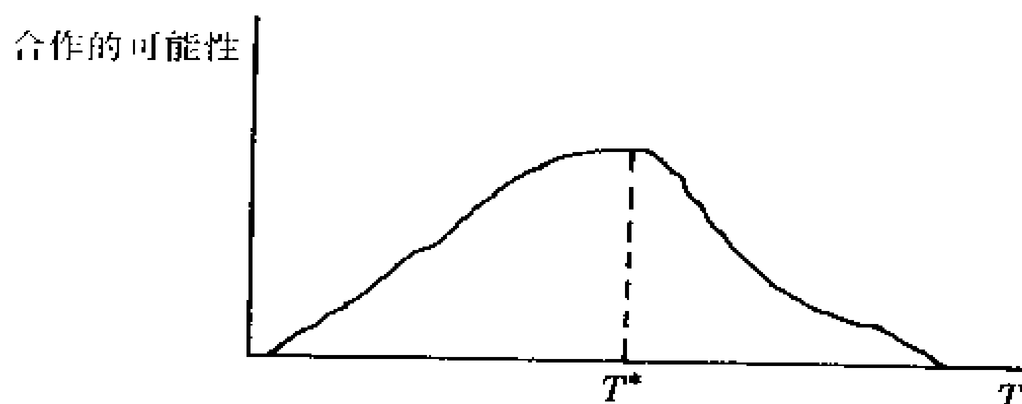


图 2.28 最优惩罚期

格瑞—鲍特模型假定需求是不可观测的。劳特伯格和沙劳纳（Rotemberg and Saloner，1986）证明，即使需求是可观测的，需求的波动也会使合作变得更为困难。直观地讲，当需求高时，企业削价的诱惑也大，因为惩罚损失的是平均利润，在需求高时一次性利润较大而惩罚的损失相对较小。当需求是平稳的时，伯川德博弈的垄断利润均衡要求 $\delta \geq 1/2$。现在假定每一阶段有两种可能的需求水平，$D_1(p) < D_2(p)$，出现的概率各为 1/2，并且阶段之间不相关。合作带给每个企业的垄断利润的贴现值为：

$$V = \sum \delta^{t-1}\left(\frac{1}{2}\frac{1}{2}\pi^{1M} + \frac{1}{2}\frac{1}{2}\pi^{2M}\right)$$

$$= \frac{1}{4(1-\delta)}(\pi^{1M} + \pi^{2M})$$

在高需求阶段，削价企业可以得到一阶段利润 π^{2M}，合作均衡要求 $\pi^{2M} \leqslant V$，即 $\delta^0 \geqslant 2\pi^{2M}/(3\pi^{2M}+\pi^{1M})$。因为 $\pi^{2M} > \pi^{1M}$，所以 $\delta^0 > 1/2$。就是说，高需求阶段维持合作更为困难。劳特伯格沙劳纳模型或许可以解释日常生活中观测到的"共苦容易同甘难"现象，比如说，几个朋友在清贫时能互相帮助，友好相处，但一旦赚了大钱常常反目为仇（甘阶段的诱惑太大了）！

进一步阅读

Kreps 和 Wilson（1982）给出了扩展式表述博弈的正式分析，本章的定义主要参考了弗得伯格和泰勒尔（1991）第 3 章。关于斯坦克尔伯格模型及其发展，可读斯宾塞（1977，1979）和 Dixit （1979，1980）；泰勒尔（1988）第 8 章概述了有关沉淀成本（投资）在市场进入遏制中的承诺价值的理论，可以作为动态博弈的一般理论阅读。关于轮流出价的讨价还价模型，Shaked 和 Sutton（1984）不仅用较为简单的方法证明了 Rubinstein 定理，而且将模型扩展并应用于劳资谈判分析。关于重复博弈和无名氏定理，可参考 Pearce （1992）。

练习题

1. 参与人 1（丈夫）和参与人 2（妻子）必须独立地决定出

门时是否带伞。他们知道下雨和不下雨的可能性相同(即50∶50)。支付函数如下:如果只有一人带伞,下雨时带伞者的效用为－2.5,不带伞者(搭便车者)的效用为－3;不下雨时带伞者的效用为－1,不带伞者的效用为0;如果两人都带伞,下雨时每人的效用为－2,不下雨时每人的效用为－1;如果两人都不带伞,下雨时每人的效用为－5,不下雨时每人的效用为1。给出以下四种情况下的扩展式表述(博弈树)和战略式表述:(1)两人出门前都不知道是否会下雨,并且两人同时决定是否带伞(即每一方在决策时都不知道对方的决策);(2)两人出门前都不知道是否会下雨,但丈夫先决策,妻子在观察到丈夫是否带伞后才决定自己是否带伞;(3)丈夫出门前知道是否会下雨,妻子不知道,但丈夫先决策,妻子后决策;(4)同(3),但妻子先决策,丈夫后决策。

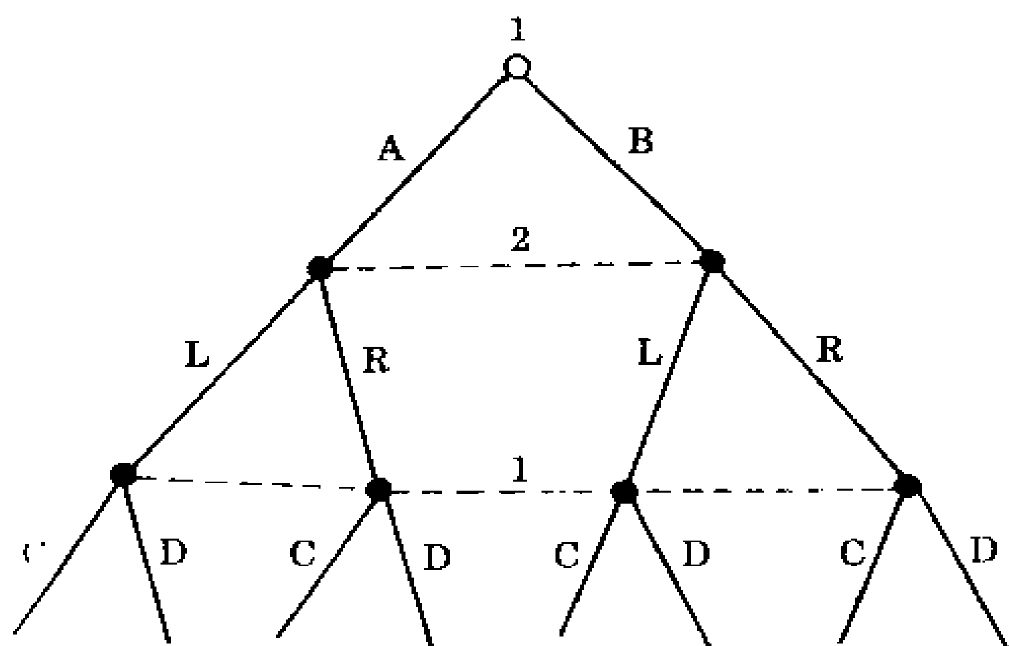


图 2A.1

2. 证明图 2A.1 不满足完美回忆假设,因此,混合战略和

行为战略是不等价的。(考虑混合战略 $\sigma_1=(\frac{1}{2},0,0,\frac{1}{2})$和由这个混合战略生成的行为战略 $b_1=\{(\frac{1}{2},\frac{1}{2}),(\frac{1}{2},\frac{1}{2})\}$。如果你感到有些困难，请参阅 Fudenberg 和 Tirole 1991，第 89 页。)

3. 下面的两人博弈可以解释为两个寡头企业的价格竞争博弈，其中 p 是企业 1 的价格，q 是企业 2 的价格。企业 1 的利润函数是：

$$\pi_1=-(p-aq+c)^2+q$$

企业 2 的利润函数是：

$$\pi_2=-(q-b)^2+p$$

求解：

(1) 两个企业同时决策时的(纯战略)纳什均衡；

(2) 企业 1 先决策时的子博弈精炼纳什均衡；

(3) 企业 2 先决策时的子博弈精炼纳什均衡。

是否存在某些参数值(a,b,c)使得每一个企业都希望自己先决策?

4. 考虑如下的双寡头市场的战略性投资模型：企业 1 和企业 2 目前情况下的单位生产成本是 $c=2$。企业 1 可以引进一项新技术使单位生产成本降低到 $c=1$，该项技术需要的投资为 f。企业 2 可以观察到企业 1 的投资决策。在企业 1 作出是否投资的决策之后，两个企业同时选择产量(库诺特博弈)。因此，这是个两阶段博弈。假定需求函数为 $p(q)=14-q$，其中 p 是市场价格，q 是两个企业的总产量。问题：当 f 取什么值时，企业 1 将投资引进新技术?

5. 考虑一个电力设备厂和一个发电厂之间进行发电设备交易的两阶段博弈。在第一阶段，设备厂决定是否投资及投资

多少;在第二阶段,双方决定是否成交以及在什么价格下成交。我们用 c 代表发电设备的生产成本,v 代表发电设备对电厂的价值。当设备厂在第一阶段投资 x 时,设备的生产成本为 $c=c(x)$,满足 $\partial c/\partial x<0, \partial^2 c/\partial x^2>0$(即投资降低生产成本,但降低的幅度是递减的)。假定 v 是已知的,与 x 无关,且 $v\geqslant c(0)$(就是说,即使设备厂不投资,交易也值得进行)。假定投资水平不能在合同中规定,所生产的发电设备是"关系专用性资产"(relationship-specific asset),因而对其他发电厂没有价值。如果成交价格为 p,设备厂从交易中得到的剩余为 $p-c$(给定投资 x),发电厂得到的剩余为 $v-p$。求下述情况下的精炼纳什均衡投资水平:

(1) 没有事前合同;双方在事后根据纳什讨价还价决定成交价格(即给定投资已经进行的情况下,双方按 50 : 50 的比例分配交易剩余 $v-c$);

(2) 双方事前签订合同,规定设备厂有权单方面决定价格,发电厂只有接受或拒绝的选择;

(3) 双方事前签订合同,规定发电厂有权单方面决定价格,设备厂只有接受或拒绝的选择。

将上述三种情况下的均衡投资水平与帕累托最优投资水平比较,解释为什么投资水平会偏离帕累托最优(参阅泰勒尔(1988),第 24 -26 页)。

6. 将 1.3 节中第 5 部分的基础设施建设博弈模型化为一个动态博弈,考虑下列两种行动顺序下的精炼纳什均衡:(1)中央政府先动;(2)地方政府先动。什么情况下哪一级政府有先动优势?

7. 在 2.4 节的第 3 部分中,假定中央政府的目标是最大

化预算收入 $R=x_1y_1+x_2y_2$，什么是中央先动情况下的精炼均衡？如果中央政府不能信守合同，地方政府将如何行动？

8. 表 2A.1 所示博弈重复两次，第二次开始之前第一次的行动能被双方观察到。假定参与人对未来收入不贴现。问题：支付向量(4,4)能否作为子博弈精炼均衡结果在第一阶段出现(假定参与人只选择纯战略)？如果能，请给出支持这一结果的战略；如果不能，解释为什么。

表 2A.1

	L	C	R
T	3，1	0，0	5，0
M	2，1	1，2	3，1
B	1，2	0，1	4，4

9. 在伯川德价格博弈中，假定有 n 个生产企业，需求函数为 $P(\underline{Q})=a-\underline{Q}$，其中 P 是市场价格，$\underline{Q}$ 是 n 个企业的总供给量。假定博弈重复无穷多次，每次的价格被立即观察到，企业使用"触发战略"(trigger strategies)。求使垄断价格可以作为精炼均衡结果出现的最低贴现因子 δ？解释 δ 与 n 的关系。如果观察滞后一个阶段(即 t 期的价格在 $t+1$ 期被观察到)，合作会变得更为困难吗？

10. 在 2.4 节的第 2 部分中，假定政府与公众之间进行的是无限期重复博弈，什么样的战略可以使零通货膨胀政策作为精炼均衡结果出现(就是说，公众会相信政府的零通货膨胀政策)？

11. 在囚徒困境博弈中，"针锋相对"战略(tit-for-tat strategy)定义为：(1)每个参与人开始选择"抵赖"(合作)；(2)

然后，在 t 阶段选择对方在 $t-1$ 的行动。假定贴现因子 $\delta=1$。证明这个战略不是精炼均衡，从而合作不会作为精炼均衡结果出现。(问题不在均衡路径，而是在非均衡路径上，参与人没有积极性惩罚对方的背叛行为。)

参考文献

教科书类

Fudenberg, Drew and Jean Tirole, 1991, *Game Theory*, Chapters 3—5, MIT Press.

Gibbons, Robert, 1992, *A Primer in Game Theory*, Chapter 2, Harvester Wheatsheaf Publisher.

Kreps, David, 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapters 12 and 14.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston and Jerry R. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapters 7 (7.C) and Chapter 9, Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapters 2, 4 and 5, Cambridge: Blackwell Publisher.

Tirole, Jean, 1988, *A Theory of Industrial Organization*, Chapters 6 and 8, Chapter 11 (section 3), MIT Press.

经典文献及其他

Abreu, D., 1986, "External Equilibrium of Oligopolis-

tic Supergames", *Journal of Economic Theory* 39: 191—225.

Dixit, A., 1979, "A Model of Duopoly Suggesting a Theory of Entry Barries", *Bell Journal of Economics* 10: 20—32.

Dixit, A., 1980, "The Role of Investment in Entry Deterrrence", *Economic Journal* 90:95—105.

Friedman, J., 1971, "A Noncooperative Equilibrium for Supergame", *Review of Economic Studies* 38: 1—12.

Fudenberg, D., D. Kreps and D. Levine, 1988, "On the Robustness of Equilibrium Refinements", *Journal of Economic Theory* 44: 354—380.

Fudenberg, D. and D. Kreps, 1988, "A Theory of Learning, Experimentation, and Equilibrium in Games", Mimeo, MIT.

Fudenberg, D., and E. Maskin, 1986, "The Folk Theoreom in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information", *Econometrica* 54: 533—556.

Green, E., and R. Porter, 1984, "Noncooperative Collusion Under Imperfect Price Information", *Econometrica* 52: 87—100.

Klein, B., and K. Leffler, 1981, "The Role of Market Forces in Assuring Contractual Performance", *Journal of Political Economy* 81: 615—641.

Kreps, D., 1986, "Corporate Culture and Economic Theory", in *Technological Innovation and Business Strate-*

gy, ed. M. Tsuchiya. Nippon Keizai Shimbunsha Press (in Japanese). Also (in English) *in Rational Perspectives on Political Science*, ed J. Alt and K. Shepsle, Harvard University Press, 1990.

Krpes, D., and R. Wilson, 1982, "Sequential Equilibrium", *Econometrica* 50: 863—94.

Kuhn, H., 1953, "Extensive Games and the Problem of Information", *Annals of Mathematical Studies*, no. 29, Princeton University Press.

Kydland, F., and E. Prescott, 1977, "Rules Rather Than Discretion: The Inconsistency of Optimal Plans", *Journal of Political Economy* 85: 473—491.

Leontief, W., 1946, "The Pure Theory of the Guanranted Annual Wage Contract", *Journal of Political Economy* 54: 76—79.

Luce, R., and H. Raiffa, 1957, *Games and Decisions*, Wiley.

Ma, Jun, 1995, "Modeling Central-local Fiscal Relations in China", *China Economic Review* 6:105—136.

Pearce, D., 1992, "Repeated Games: Cooperation and Rationality", in *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress*, edited by J. J. Laffont, Cambridge University Press.

Rosenthsal, R., 1981, "Games of Perfect Information Predatory Pricing and the Chain—Store Paradox", *Journal of Economic Theory* 25: 92—100.

Rotemberg, J., and G. Saloner, 1986, "A Supergame-Theoretical Model of Price Wars during Booms", *American Economic Review* 76: 390—407.

Rubinstein, A., 1982, "Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica* 50: 97—109.

Selten, R., 1965, "Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfagetragheit," *Zeitschrift fur die gesamte Staatswissenschaft* 12: 301—324.

Selten, R., 1975, "Re-examination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game* 4: 25—55.

Selten, R., 1978, "The Chain-Store Paradox", *Theory and Decision*, April 1978. 9: 127—129.

Shaked, A., and J. Sutton, 1984, "Unvoluntary Unemployment as a Perfect Equilibrium in a Bargaining Model", *Econometrica* 52: 1351—64.

Simon, H., 1951, "A Formal Theory of the Employment Relationship", *Econometrica* 19: 293—305.

Spence, M., 1997, "Entry, Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing", *Bell Journal of Economics* 8: 534—544.

Spence, M., 1979, "Investment Strategy and Growth in a New Market", *Bell Journal of Economics* 10: 1—19.

Stackelberg, H. von, 1934, *Marktform und Gleichgewicht*, Vienna: Juliu Springer.

Stalh, I., 1972, *Bargaining Theory*, Stockholm School

of Economics.

Zermelo, E. , 1913, "Uber eine Anwendung der Mengenlehre auf Theorie des Schachspiels", in *Proceedings of the Fifth International Congress on Mathematics.*

3

不完全信息静态博弈

前面两章讨论了完全信息博弈，从本章开始，我们讨论不完全信息博弈。本章讨论不完全信息静态博弈，下一章讨论不完全信息动态博弈。本章共分四节，3.1 节引入不完全信息博弈的概念和海萨尼转换，定义贝叶斯纳什均衡；3.2 节提供贝叶斯均衡的几个应用例子；3.3 节讨论不完全信息贝叶斯均衡与完全信息混合战略纳什均衡的关系；3.4 节讨论机制设计理论和显示原理。

3.1 不完全信息博弈和贝叶斯纳什均衡

3.1—1 不完全信息博弈

在前两章中，我们一直假定博弈中的每个参与人对所有其他参与人的支付(偏好)函数有完全的了解，并且所有参与人知道所有参与人知道所有参与人的支付函数，即支付函数是所有参与人的共同知识(common knowledge)。满足这一假

设的博弈称为“完全信息博弈”(games of complete information)。尽管完全信息在许多情况下是一个比较好的近似，但现实中许多博弈并不满足完全信息的要求。比如说，当你与一个陌生人打交道时，你并不知道他的特征(如喜欢什么，不喜欢什么。)(事实上，即使与你长期共事的人，也很难说你对他有完全的了解)；当你想买(或卖)一件古董或名画时，你并不知道卖主愿意脱手的最低价格是多少(或买主愿意出的最高价格是多少)；当一个企业想进入某个市场时，它并不清楚已在市场上的企业的成本函数。如此等等，这样的例子举不胜举。类似上述这些不满足完全信息假设的博弈称为不完全信息博弈；就是说，在不完全信息博弈中，至少有一个参与人不知道其他参与人的支付函数。

首先考虑市场进入博弈的例子：潜在进入企业(参与人1)决定是否进入一个新的产业，但不知道在位企业(参与人2)的成本函数，不知道在位者决定默许还是斗争。假定在位者有两种可能的成本函数：高成本或低成本；对应两种成本情况的不同战略组合的支付矩阵如表 3.1 所示。

表 3.1　市场进入博弈：不完全信息

		在位者			
		高成本情况		低成本情况	
		默许	斗争	默许	斗争
进入者	进入	40,50	−10,0	30,80	−10,100
	不进入	0,300	0,300	0,400	0,400

在这个例子中，进入者有关在位者的成本信息是不完全的，但在位者知道进入者的成本函数。从表 3.1 可以看出，如

果在位者是高成本，给定进入者进入，在位者的最优选择是默许；如果在位者是低成本，给定进入者进入，在位者的最优选择是斗争。因此，在完全信息情况下，如果在位者是高成本，进入者的最优选择是进入；如果在位者是低成本，进入者的最优选择是不进入。但因为进入者并不知道在位者究竟是高成本还是低成本，进入者的最优选择依赖于它在多大程度上认为在位者是高成本的或低成本的。

假定进入者认为在位者是高成本的概率是 p，低成本的概率是 $(1-p)$。那么，进入者选择进入的期望利润是 $p(40)+(1-p)(-10)$，选择不进入的期望利润是 0。因此，进入者的最优选择是：如果 $p\geqslant 1/5$，进入；如果 $p<1/5$，不进入（当 $p=1/5$ 时，进入者在进入与不进入之间是无差异的，我们假定它进入）。

3.1—2　海萨尼(Harsanyi)转换

在上述例子中，进入者似乎是在与两个不同的在位者博弈，一个是高成本的在位者，另一个是低成本的在位者。一般地，如果在位者有 T 种可能的不同成本函数，进入者就似乎是在与 T 个不同的在位者博弈。在 1967 年以前，博弈论专家认为这样的不完全信息博弈是没法分析的，因为当一个参与人并不知道他在与谁博弈时，博弈的规则是没有定义的。海萨尼(Harsanyi，1967—1968)提出的处理不完全信息博弈的方法是，引入一个虚拟的参与人—“自然”(nature)；自然首先行动决定参与人的特征（上例中是成本函数），参与人知道自己的特征，其他参与人不知道。这样，上述不完全信息博弈就转换为如图 3.1 所示的完全但不完美信息博弈(games of com-

plete but imperfect information)(方括号内的数字代表自然选择不同行动的概率),可以使用标准的分析技术进行分析。这就是所谓的"海萨尼转换"(Harsanyi transformation)。有了海萨尼转换,不完全信息和不完美信息之间的区别就不重要了。当我们再谈到不完全信息博弈时,我们指的是经过转换之后的博弈。海萨尼转换已成为处理不完全信息博弈的标准方法。

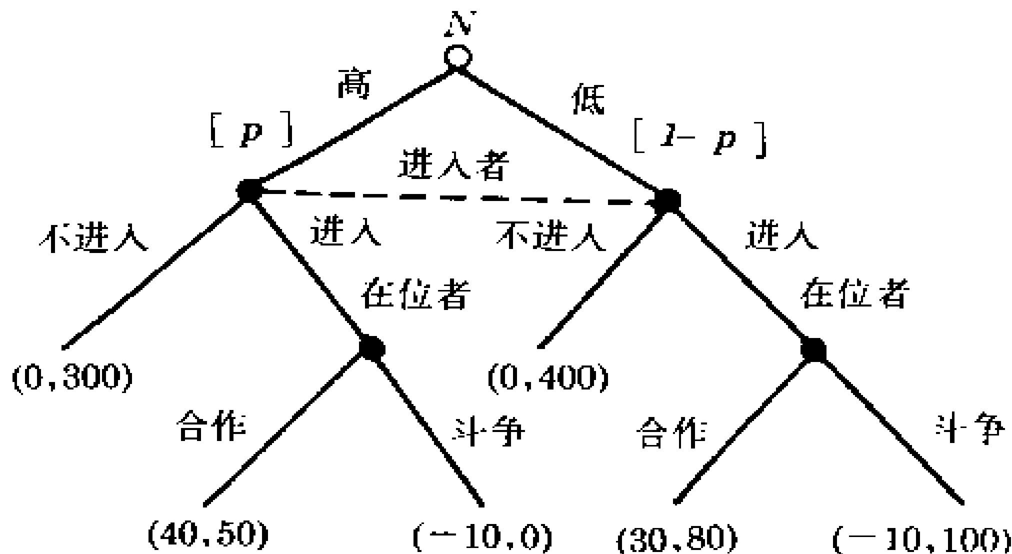


图 3.1 海萨尼转换后的市场进入博弈

在上述例子中,我们假定自然选择的只是在位者是高成本还是低成本。更为一般地,自然在博弈的开始选择的包括参与人的战略空间、信息集、支付函数等。我们将一个参与人所拥有的所有个人信息(private information,即所有不是共同知识的信息)称为他的类型(type)。注意,根据这个定义,我们甚至允许一个参与人不知道其他参与人是否知道自己的类型,比如说,在市场进入博弈,一种可能的情况是,在位者不知道进入者是否知道自己是高成本还是低成本,只知道进入者

有 p' 的概率知道自己的成本函数，$(1-p')$ 的概率不知道自己的成本函数。在这种情况下，我们说进入者也有两种类型：知道（在位者的成本）或不知道（在位者的成本）。[①] 因此，参与人的类型是其个人特征的一个完备描述。因为在绝大多数博弈中，参与人的特征由支付函数完全决定，我们一般将参与人的支付函数等同于他的类型。

不完全信息意味着，至少有一个参与人有多个类型（否则就成为完全信息博弈）。在表 3.1 的市场进入博弈中，在位者有两个类型，进入者有一个类型。一般地，我们用 θ_i 表示参与人 i 的一个特定类型，Θ_i 表示参与人 i 所有可能类型的集合 $(\theta_i \in \Theta_i)$。我们假定，$\{\theta_i\}_{i=1}^{n}$ 取自某个客观的分布函数 $P(\theta_1,\cdots\theta_n)$。为了简单起见，我们假定只有参与人 i 观测到自己的类型 θ_i，除 i 之外的其他参与人都不能观测到 θ_i。但根据海萨尼公理（Harsanyi doctrine），我们假定分布函数 $P(\theta_1,\cdots,\theta_n)$ 是所有参与人的共同知识，就是说，所有参与人知道 $P(\theta_1,\cdots,\theta_n)$，所有参与人知道所有参与人知道 $P(\theta_1,\cdots,\theta_n)$，如此等等（这个假设是很自然的，因为所有不是共同知识的东西都已包含在参与人的类型中了）。这一点意味着，在前面的市场进入博弈中，如果进入者有一种类型，在位者有两种类型，那么，p 是共同知识，即进入者知道在位者是高成

① 这种情况在谈判博弈中是非常普遍的。比如说，甲方可能是强硬派，也可能是妥协派，甲方知道自己是强硬派还是妥协派，乙方知道自己是否知道甲方是强硬派还是妥协派，但甲方不知道乙方是否知道甲方是强硬派还是妥协派。这里，甲方的两种类型是强硬派或妥协派，乙方的两种类型是知道或不知道。

本的概率是 p，在位者知道进入者认为在位者是高成本的概率是 p，进入者知道在位者知道进入者认为在位者是高成本的概率是 p，如此等等。换言之，在博弈开始时，所有参与人有关自然行动的信念(beliefs)是相同的。

我们将用 $\theta_{-i}=(\theta_1,\cdots,\theta_{i-1},\theta_{i+1},\cdots,\theta_n)$ 表示除 i 之外的所有参与人的类型组合。这样，$\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_n)=(\theta_i,\theta_{-i})$ 。我们称 $p_i(\theta_{-i}|\theta_i)$ 为参与人 i 的条件概率，即给定参与人 i 属于类型 θ_i 的条件下，他有关其他参与人属于 θ_{-i} 的概率。根据条件概率规则，

$$p_i(\theta_{-i}|\theta_i)=\frac{p(\theta_{-i},\theta_i)}{p(\theta_i)}=\frac{p(\theta_{-i},\theta_i)}{\sum_{-i\in\theta_{-i}} p(\theta_{-i},\theta_i)}$$

这里，$p(\theta_i)$ 是边缘概率。如果类型的分布是独立的，$p_i(\theta_{-i}|\theta_i)=p(\theta_{-i})$。

3.1—3 不完全信息静态博弈的战略式表述和贝叶斯纳什均衡

贝叶斯纳什均衡(Bayesian Nash equilibrium)是完全信息静态博弈纳什均衡概念在不完全信息静态博弈上的扩展。不完全信息静态博弈又称为静态贝叶斯博弈(the static Bayesian games)。

为了定义贝叶斯均衡，我们首先要说明参与人的战略空间和支付函数。如同在完全信息静态博弈中一样，在不完全信息静态博弈中，所有参与人同时行动，参与人 i 的战略空间 S_i 等同于他的行动空间 A_i。但与完全信息静态博弈不同的是，在不完全信息静态博弈中，参与人 i 的行动空间 A_i 可能依赖

于他的类型 θ_i；换句话说，行动空间是类型依存的（type-contingent）。比如说，一个企业能选择什么产量依赖于它的成本函数，一个人能干什么事情依赖于他的能力，等等。我们用 $A_i(\theta_i)$表示参与人 i 的类型依存行动空间，$a_i(\theta_i)\in A_i(\theta_i)$表示 i 的一个特定行动。类似地，参与人 i 的支付函数也是类型依存的，比如说，生产同样的产量，不同成本函数的企业的利润就不同；工作同样的时间，不同类型的人得到的效用不同，等等。我们用 $u_i(a_i,a_{-i};\theta_i)$表示参与人 i 的效用函数。那么，我们可以用下列战略式表述代表静态贝叶斯博弈：

定义：n 人静态贝叶斯博弈的战略式表述包括：参与人的类型空间 $\Theta_1,\cdots\Theta_n$，条件概率 $p_1,\cdots,p_n$，类型依存战略空间 $A_1(\theta_1),\cdots,A_n(\theta_n)$，和类型依存支付函数 $u_1(a_1,\cdots,a_n;\theta_1),\cdots,u_n(a_1,\cdots,a_n;\theta_n)$。参与人 i 知道自己的类型 $\theta_i\in\Theta_i$，条件概率 $p_i=p_i(\theta_{-i}|\theta_i)$描述给定自己属于 θ_i 的情况下，参与人 i 有关其他参与人类型 $\theta_{-i}\in\Theta_{-i}$的不确定性。我们用 $G=\{A_1,\cdots A_n;\theta_1,\cdots,\theta_n;p_1,\cdots p_n;u_1,\cdots,u_n\}$代表这个博弈。

静态贝叶斯博弈的时间顺序如下：(1)自然选择类型向量 $\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_n)$，其中 $\theta_i\in\Theta_i$，参与人 i 观测到 θ_i，但参与人 $j(\neq i)$只知道 $p_j(\theta_{-j}|\theta_j)$，观测不到 θ_i；(2)n 个参与人同时选择行动 $a=(a_1,\cdots,a_n)$，其中 $a_i\in A_i(\theta_i)$；(3) 参与人 i 得到 $u_i(a_1,\cdots,a_n;\theta_i)$。

上述定义包含一种可能：参与人 j 可能具有参与人 i 类型的某种信息。进一步，如果所有参与人的类型空间只包含一个元素，即对于所有的 i，$\Theta=\{\theta_i\}$，不完全信息静态博弈就退

化为完全信息静态博弈。换言之，完全信息静态博弈可以理解为不完全信息静态博弈的一个特例(即分布函数 P 是退化的)。另外，如果参与人的类型是完全相关的(perfectly correlated)，当参与人 i 观测到自己的类型时也就知道了其他参与人的类型，博弈也是完全信息的。不过，我们一般假定参与人的类型是相互独立的。

注意，我们假定 $A_i(\theta_i)$ 和 $u_i(a_i, a_{-i}; \theta_i)$ 本身是共同知识；就是说，尽管其他参与人并不知道参与人 i 的类型 θ_i，但他(们)知道参与人 i 的战略空间和支付函数是如何依赖于他的类型的；或者说，如果他(们)知道 θ_i 的话，也就知道 $A_i(.)$ 和 $u_i(.)$。当我们说其他参与人不知道参与人 i 的支付函数时，准确地讲，我们指的是，其他参与人不知道参与人 i 的支付函数究竟是 $u_i(a_1, \cdots, a_n; \theta_i)$ 还是 $u_i(a_1, \cdots, a_n; \theta_i')$(这里，$\theta_i \in \Theta_i$，$\theta_i' \in \Theta_i$，$\theta_i \neq \theta_i'$)。

给定参与人 i 只知道自己的类型 θ_i 而不知道其他参与人的类型 θ_{-i}，参与人 i 将选择 $a_i(\theta_i)$ 最大化自己的期望效用。参与人 i 的期望效用函数定义如下[①]：

$$v_i = \sum_{\theta_{-i}} p_i(\theta_{-i} | \theta_i) u_i(a_i(\theta_i), a_{-i}(\theta_{-i}); \theta_i, \theta_{-i})$$

有了上述概念，贝叶斯纳什均衡可以定义如下：

贝叶斯纳什均衡：n 人不完全信息静态博弈 $G = \{A_1, \cdots A_n; \theta_1, \cdots, \theta_n; P; u_1, \cdots, u_n\}$ 的纯战略贝叶斯纳什均衡是一个类

① 为不失一般性，我们将 θ_{-i} 写入 i 的效用函数 u_i，尽管一般来说，u_i 并不直接依赖于 θ_{-i}。

型依存战略组合$\{a_i^*(\theta_i)\}_{i=1}^n$，其中每个参与人$i$在给定自己的类型$\theta_i$和其他参与人类型依存战略$a_{-i}^*(\theta_{-i})$的情况下最大化自己的期望效用函数$v_i$。换言之，战略组合$a^*=(a_1^*(\theta_1),\cdots a_n^*(\theta_n))$是一个贝叶斯纳什均衡，如果对于所有的$i$，$a_i\in A_i(\theta_i)$，

$$a_i^*(\theta_i)\in\underset{a_i}{\text{argmax}}\sum p_i(\theta_{-i}|\theta_i)u_i(a_i,a_{-i}^*(\theta_{-i});\theta_i,\theta_{-i})$$

混合战略贝叶斯纳什均衡的概念可以类似地定义，这里不再重复。均衡的存在性定理是纳什均衡存在性定理的一个直接推广，这里不再给出。

与纯战略纳什均衡不同的是，在贝叶斯均衡中，参与人i只知道具有类型θ_j的参与人j将选择$a_j(\theta_j)$但并不知道θ_j，因此，即使纯战略选择也必须取支付函数的期望值。但如同纳什均衡一样，贝叶斯均衡在本质上是一个一致性预测，即每个参与人i都能正确地预测到具有类型θ_j的参与人j将选择$a_j^*(\theta_j)$，因此参与人i有关其他参与人的信念（条件概率）的信念并不进入均衡的定义，唯一重要的是参与人i自己的信念p_i和其他参与人的类型依存战略$a_{-i}(\theta_{-i})$。不过，当我们在下一章讨论不完全信息动态博弈时，参与人有关其他参与人信念的信念是重要的，因为此时，一个参与人可以通过观测其他参与人的行动来修正信念或推断后者的类型。

使用上述定义，读者可以检查，如同我们已经指出的，本节一开始讨论的市场进入博弈的贝叶斯均衡是：高成本的在位者选择默许，低成本的在位者选择斗争；当只当$p\geq 1/5$时，进入者选择进入。这个例子也说明，贝叶斯均衡实际上相当于$\sum_i|\Theta_i|$个参与人的纳什均衡，这里，$|\Theta_i|$是参与人i可

能类型的数量。如同纳什均衡一样，贝叶斯均衡也存在着多重均衡的问题。

3.2 贝叶斯均衡的应用举例

3.2—1 不完全信息库诺特模型

在不完全信息库诺特模型里，参与人的类型是成本函数。让我们假定逆需求函数是 $P=a-q_1-q_2$，每个企业都有不变的单位成本。令 c_i 为企业 i 的单位成本，那么，企业 i 的利润函数如下：

$$\pi_i = q_i(a - q_1 - q_2 - c_i),\ i = 1,2$$

假定企业 1 的单位成本 c_1 是共同知识，企业 2 的单位成本可能是 c_2^L 也可能是 c_2^H，$c_2^L<c_2^H$；企业 2 知道自己的成本是 c_2^L 还是 c_2^H，但企业 1 只知道 $c_2=c_2^L$ 的可能性为 μ，$c_2=c_2^H$ 的可能性为 $(1-\mu)$；μ 是共同知识。换言之，我们假定企业 1 只有一个类型，企业 2 有两个类型。为了更具体一些，让我们进一步假定 $a=2$，$c_1=1$，$c_2^L=3/4$，$c_2^H=5/4$，$\mu=1/2$（因而企业 2 的成本的期望值与企业 1 的成本相同）。给定企业 2 知道企业 1 的成本，企业 2 将选择 q_2 最大化利润函数：

$$\pi_2 = q_2(t - q_1^* - q_2)$$

这里 $t=a-3/4=5/4$ 或 $t=a-5/4=3/4$，依赖于企业 2 的实际成本。从最优化的一阶条件可得企业 2 的反应函数为：

$$q_2^*(q_1;t) = \frac{1}{2}(t - q_1)$$

就是说，企业 2 的最优产量不仅依赖于企业 1 的产量，而且依

赖于自己的成本。令 q_2^L 为 $t=5/4$ 时企业 2 的最优产量，q_2^H 为 $t=3/4$ 时企业 2 的最优产量。那么，

$$q_2^L=\frac{1}{2}(\frac{5}{4}-q_1);\ q_2^H=\frac{1}{2}(\frac{3}{4}-q_1)$$

企业 1 不知道企业 2 的真实成本从而不知道企业 2 的最优反应究竟是 q_2^L 还是 q_2^H，因此企业 1 将选择 q_1 最大化下列期望利润函数：

$$E\pi_1=\frac{1}{2}q_1(1-q_1-q_2^L)+\frac{1}{2}q_1(1-q_1-q_2^H)$$

解最优化的一阶条件得企业 1 的反应函数为：

$$q_1^*=\frac{1}{2}(1-\frac{1}{2}q_2^L-\frac{1}{2}q_2^H)=\frac{1}{2}(1-Eq_2)$$

这里 $Eq_2=q_2^L/2+q_2^H/2$，是企业 1 关于企业 2 产量的期望值。

均衡意味着两个反应函数同时成立。解两个反应函数得贝叶斯均衡为：

$$q_1^*=1/3;\ q_2^{L*}=11/24;\ q_2^{H*}=5/24$$

现在让我们比较一下不完全信息下的贝叶斯均衡与完全信息下的纳什均衡。如果企业 2 的成本是 $c_2=3/4$，企业 1 知道 $c_2=3/4$，那么，反应函数分别为：

$$q_1^*=\frac{1}{2}(1-q_2)$$

$$q_2^*=\frac{1}{2}(\frac{5}{4}-q_1)$$

纳什均衡产量为：$q_{1L}^{NE}=1/4$，$q_{2L}^{NE}=1/2$。这里，下标 L 表示当企业 2 为低成本的情况。类似地，如果企业 2 的成本是 $c_2=5/4$，企业 1 知道 $c_2=5/4$，纳什均衡产量为：$q_{1H}^{NE}=5/12$，$q_{2H}^{NE}=1/6$。因此，我们有：

$$q_{1L}^{NE} = 1/4 < q_1^* = 1/3; q_{2L}^{NE} = 1/2 > q_2^{L*} = 11/24$$

$$q_{1H}^{NE} = 5/12 > q_1^* = 1/3; q_{2H}^{NE} = 1/6 < q_2^{H*} = 5/24$$

就是说，与完全信息情况相比，在不完全信息情况下，低成本企业的产量相对较低，高成本企业的产量相对较高。导致这个结果的原因是，当企业 1 不知道 c_2 时，只能生产预期的最优产量，高于完全信息下面对低成本竞争对手时的产量，低于完全信息下面对高成本竞争对手时的产量；企业 2 对此作出反应。图 3.2 是纳什均衡和贝叶斯均衡的比较的直观表示。

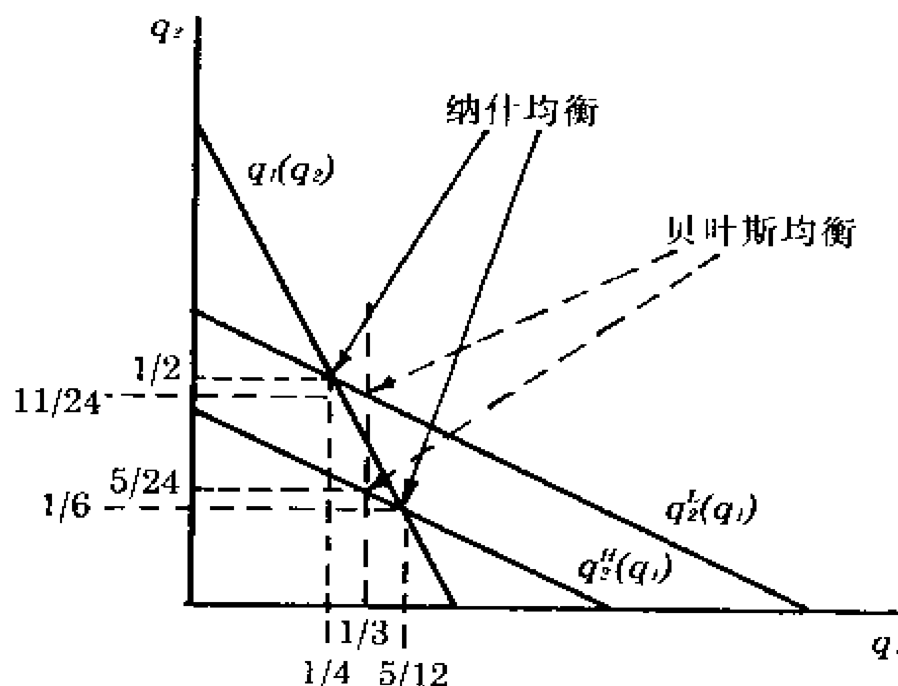


图 3.2　库诺特模型：完全信息和不完全信息

3.2—2　不完全信息情况下公共产品的提供

在第 1 章我们曾讨论过完全信息下公共产品的自愿提供问题。我们现在来讨论不完全信息下公共产品的自愿提供问题。考虑鲍弗瑞和罗森塞尔(Palfrey and Rosenthal, 1989) 模

型。[①] 两个参与人，$i=1,2$，同时决定是否提供公共产品，每个参与人面临的是个 0—1 决策问题，即提供($a_i=1$)或不提供($a_i=0$)。如果至少有一个人提供，每人得到 1 单位的好处；如果没有人提供，每人得到 0 单位的支付。参与人 i 提供公共产品的成本是 c_i。表 3.2 给出这个博弈的支付矩阵。

表 3.2　公共产品博弈

		参与人 2	
		提供	不提供
参与人 1	提供	$1-c_1, 1-c_2$	$1-c_1, 1$
	不提供	$1, 1-c_2$	$0, 0$

假定公共产品的好处(每人 1 单位)是共同知识，但每人的提供成本只有自己知道(因而提供成本 c_i 是参与人 i 的类型)。进一步，假定 c_1 和 c_2 具有相同的、独立的定义在$[\underline{c},\bar{c}]$上的分布函数 $P(.)$，其中 $\underline{c}<1<\bar{c}$(因此 $P(\underline{c})=0, P(\bar{c})=1$)，$P(.)$是共同知识。

这个博弈中的一个纯战略 $a_i(c_i)$是从$[\underline{c},\bar{c}]$到$\{0,1\}$的一个函数，其中 0 表示不提供，1 表示提供。参与人 i 的支付函数为：

$$u_i(a_i,a_j,c_i) = \max(a_1,a_2) - a_ic_i$$

比如说，如果 j 提供，i 不提供，i 的支付是 $u_i(0,1,c_i)=\max(0,1)-0c_i=1$；如果 j 不提供，i 提供，i 的支付是 $u_i(1,0,c_i)=\max(1,0)-1c_i=1-c_i$。

贝叶斯均衡是一组战略组合$(a_1^*(.),a_2^*(.))$，使得对于每一个 i 和每一个可能的 c_i，战略 $a_i^*(.)$最大化参与人 i 的期

① 我们这里的例子引自弗得伯格和泰勒尔(1991)，第 6 章。

望效用函数 $Ec_j u_i(a_i, a_j^*(c_j), c_i)$。令 $z_j \equiv \text{Prob}(s_j^*(c_j)=1)$ 为均衡状态下参与人 j 提供的概率。最大化行为意味着，只有当参与人 i 预期参与人 j 不提供时，参与人 i 才会考虑自己是否提供。因为参与人 j 不提供的概率是 $(1-z_j)$，参与人 i 提供的预期收益是 $1\cdot(1-z_j)$，因此只有当 $c_i<1-z_j$ 时，参与人 i 才会提供，即：如果 $c_i<1-z_j, a_i^*(c_i)=1$；如果 $c_i>1-z_j, a_i^*(c_i)=0$。这一点意味着，存在一个分割点 c_i^* 使得只有当 $c_i \in [\underline{c}, c_i^*]$ 时，参与人 i 才会提供（如果 $c_i^*<\underline{c}$，$[\underline{c}, c_i^*]$ 是空集）。类似地，存在一个 c_j^* 使得只有当 $c_j \in [\underline{c}, c_j^*]$ 时，参与人 j 才会提供。

因为 $z_j = \text{Prob}(\underline{c} \leqslant c_j \leqslant c_j^*) = P(c_j^*)$，均衡分割点 c_i^* 必须满足 $c_i^* = 1-P(c_j^*)$。因此，c_i^* 和 c_j^* 都必须满足方程 $c^* = 1-P(1-P(c^*))$。假定存在唯一的一个 c^*，解这个方程，那么，下列条件一定成立：$c_i^* = c^* = 1-P(c^*)$。比如说，如果 $P(.)$ 是定义在[0,2]上的均匀分布（$P(c) \equiv c/2$），那么，c^* 是唯一的，等于 2/3。为了检查 $c^*=2/3$ 确实是个均衡点，注意到，如果参与人 i 不提供，他的期望支付是 $P(c^*)=1/3$；如果成本为 c^* 时提供，他的期望支付为 $1-c^*=1/3$，因此，当只当 $c_i \leqslant c^*=2/3$ 时，提供才是最优的。贝叶斯均衡是：如果 $c_i \leqslant 2/3$，参与人 i 提供，否则，不提供。注意，当 $c_i \in (2/3, 1)$ 时，参与人 i 将不提供，尽管有 $1-P(c^*)=2/3$ 的可能性参与人 j 也不提供。当然，如果两个参与人的成本都小于 2/3，两个参与人会同时提供，尽管这样的结果并不是最有效的（最有效的结果是只有一人提供）。

我们可以将上述结果与完全信息下的结果作一对比。在完全信息下，表 3.2 所示的博弈可能是一个斗鸡博弈，也可能

是一个智猪博弈，或者是一个囚徒博弈，依赖于每个参与人的成本。如果 c_1 和 c_2 都小于 1，表 3.2 是一个斗鸡博弈，有两个纯战略纳什均衡：(提供，不提供)和(不提供，提供)，对应的支付向量是 $(1-c_1, 1)$ 和 $(1, 1-c_2)$。如果 $c_1<1, c_2>1$ 或 $c_1>1, c_2<1$，表 3.2 是一个智猪博弈。在前一种情况下，纳什均衡是参与人 1 提供，参与人 2 不提供，支付向量是 $(1-c_1, 1)$；在后一种情况下，参与人 2 提供，参与人 1 不提供，支付向量是 $(1, 1-c_2)$。如果 c_1 和 c_2 都大于 1，表 3.2 是一个囚徒博弈，唯一的纳什均衡是(不提供，不提供)，支付向量是 $(0, 0)$。图 3.3 直观地描述了完全信息博弈和不完全信息博弈的不同结果，其中，交叉虚线填满的阴影区域是不完全信息下的供给区域，这部分再加上单虚线填满的阴影区域是完全信息下的供给区域。在不完全信息下，由 $0\leqslant c_1\leqslant 2/3$ 和 $0\leqslant c_2\leqslant 2/3$ 决定的区域属于两人同时提供的区域；由 $0\leqslant c_1\leqslant 2/3$ 和 $2/3<c_2\leqslant 2$ 决定的区域是参与人 1 的提供区域；由 $2/3<c_1\leqslant 2$ 和 $0\leqslant c_2\leqslant 2/3$ 决定的区域是参与人 2 的提供区域。在完全信息下，由 $0\leqslant c_1\leqslant 1$ 和 $0\leqslant c_2\leqslant 1$ 决定的区域是参与人 1 或参与人 2 的提供区域(斗鸡博弈均衡)；由 $0\leqslant c_1\leqslant 1$ 和 $1<c_2\leqslant 2$ 决定的区域是参与人 1 的提供区域(参与人 1 是智猪博弈均衡的大猪)；由 $1<c_1\leqslant 2$ 和 $0\leqslant c_2\leqslant 1$ 决定的区域是参与人 2 的提供区域(参与人 2 是智猪博弈均衡的大猪)；(我们假定提供成本小于 2，因为当成本大于 2 时，公共产品总收益小于其生产成本，因而不应该生产)。从图中我们可以看出，完全信息下的公共产品供给区域大于不完全信息下的公共产品供给区域。不过，在完全信息下，当一个参与人对另一个参与人的选择的预期发生错误时，非纳什均衡结果会出现：在斗鸡博弈区域，如果每

个人都认为对方会提供，结果则是没有人提供；如果每个人都认为对方不会提供，结果则是两个人同时提供。

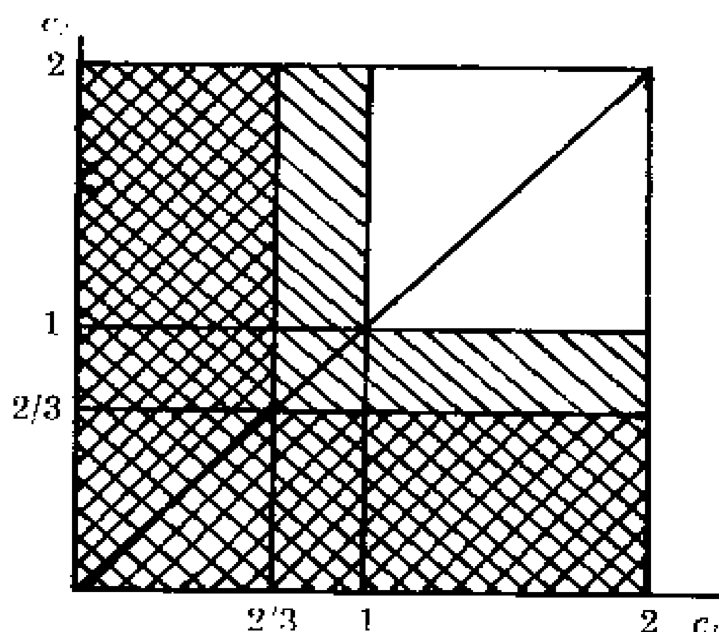


图 3.3　公共产品的供给：完全信息和不完全信息的比较

3.2—3　一级密封价格拍卖（招标）

拍卖或招标（auction）有两个基本功能，一是揭示信息，二是减少代理成本。当一件物品对买者的价值买者比卖者更清楚时，卖者一般不愿意首先提出价格，而常常采用拍卖的方式以获得可能的最高价格。这种情况在古董和名画的交易中特别普遍。当直接的卖者或买者以代理人身份出现时，拍卖也有助于减少买者和卖者之间的损害委托人的合谋行为。比如说，如果一个城市的市长可以任意地将一块土地出租给任何一个企业时，我们很难保证得到土地的企业不是贿赂市长但只付很低租金的企业。但如果采用公开拍卖的方式出租土地，

市长接受贿赂的可能性就小得多。

一级密封价格拍卖(the first-price sealed auction)是许多拍卖方式中的一种。在这种拍卖中,投标人(bidders)同时将自己的出价写下来装入一个信封,密封后交给拍卖人,拍卖人打开信封,出价最高者是赢者,按他的出价支付价格,拿走被拍卖的物品。这里,每个投标人的战略是根据自己对该物品的评价和对其他投标人评价的判断来选择自己的出价,赢者的支付是他对物品的评价减去他的出价,其他投标人的支付为零。

让我们首先考虑两个投标人的情况,$i=1,2$。令 $b_i \geq 0$ 是投标人 i 的出价,v_i 为拍卖物品对投标人 i 的价值。假定 v_i 只有 i 自己知道(因而 v_i 是投标人 i 的类型),但两个投标人都知道 v_i 独立地取自定义在区间[0,1]上的均匀分布函数。投标人 i 的支付如下:

$$u_i(b_i,b_j;v_i) = \begin{cases} v_i - b_i, \ \text{if} b_i > b_j \\ \frac{1}{2}(v_i - b_i), \ \text{if} b_i = b_j \\ 0, \ \text{if} b_i < b_j \end{cases}$$

(这里,我们假定如果两个投标人出价相同,拍卖品在两人之间随机地分配。但这个假设不重要,因为在连续分布情况下,相同出价的概率为 0。)

假定投标人 i 的出价 $b_i(v_i)$ 是其价值 v_i 的严格递增可微函数。[①] 显然,$b_i > 1 \geq v_i$ 不可能是最优的,因为没有人愿意付出比物品的价值本身更高的价格。因为博弈是对称的,我们只

① 可微性是一个技术性假设,严格递增来自最大化行为。

需考虑对称的均衡出价战略：$b=b^*(v)$。给定 v 和 b，投标人 i 的期望支付为：

$$u_i = (v-b)\text{Prob}(b_j < b)$$

这里 Prob(.)代表 $b_j<b$ 的概率，其中 b_j 是投标人 j 的出价战略。因为出价战略是严格递增的，$\text{Prob}(b_j<b)=\text{Prob}(b_j\leqslant b)$。期望支付函数的第一项 $(v-b)$ 是给定赢的情况下投标人 i 的净所得，第二项 Prob(.)是赢的概率。

根据对称性，$b_j=b^*(v_j)$，所以：

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{b_j < b\} &= \text{Prob}\{b^*(v_j) < b\} \\ &= \text{Prob}\{v_j < b^{*-1}(b) \equiv \Phi(b)\} = \Phi(b)\end{aligned}$$

这里 $\Phi(b)=b^{*-1}(b)$ 是 b^* 的逆函数（即当投标人选择 b 时他的价值是 $\Phi(b)$）。在得出最后一个等式时，我们使用了均匀分布的特征（如果 θ 在[0,1]是均匀分布的，那么，对于所有的 $k\in[0,1]$，$\text{Prob}(\theta\leqslant k)=k$）。因此，投标人 i 面临的问题是：

$$\max_b u_i = (v-b)\text{Prob}(b_j < b) = (v-b)\Phi(b)$$

最优化的一阶条件是：

$$-\Phi(b) + (v-b)\Phi'(b) = 0$$

这是通常的边界收益等于边界成本的条件（增加 b 的边界成本是给定赢的情况下支出增加 $-\Phi(b)$（期望值），边界收益是赢的概率增加乘以给定赢的情况下的净所得 $(v-b)\Phi'(b)$）。

如果 $b^*(.)$ 是投标人 i 的最优战略，$\Phi(b)=v$。因此，

$$\Phi(b) = (\Phi(b) - b)\Phi'(b)$$

上述微分方程可以写成：

$$\frac{\partial(vb)}{\partial v} = v$$

解得：

$$b^* = v/2$$

就是说，这个博弈的贝叶斯均衡是，每个投标人的出价是其实际价值的一半：$b_i^* = v_i/2$。在均衡情况下，被拍卖品归评价最高的投标人所有，这从资源配置的角度讲是有效的，但卖者只得到买者价值的一半。对比之下，如果信息是完全的，买者之间的竞争将使卖者得到买者价值的全部。

但是，投标人出价与实际价值之间的差距随投标人数的增加而递减。一般地，假定有 n 个投标人，每个投标人的价值 v_i 具有独立的、相同的定义在[0,1]区间上的均匀分布，如果评价为 v 的投标人 i 出价 b，他的期望支付函数为：

$$u_i = (v - b)\prod_{j \neq i} \text{Prob}(b_j < b) = (v - b)\Phi^{n-1}(b)$$

最优化的一阶条件为：

$$-\Phi^{n-1}(b) + (v - b)(n - 1)\Phi^{n-2}\Phi'(b) = 0$$

或

$$-\Phi(b) + (v - b)(n - 1)\Phi'(b) = 0$$

因为在均衡情况下 $\Phi(b) = v$，一阶条件可以写成：

$$-\Phi(b) + (\Phi(b) - b)(n - 1)\Phi'(b) = 0$$

解上述微分方程得[①]：

$$b^*(v) = \frac{n-1}{n}v$$

显然，$b^*(v)$ 随 n 的增加而增加。特别地，当 $n \to \infty$ 时，$b^* \to v$。就是说，投标人越多，卖者能得到的价格就越高；当投标人趋于无穷时，卖者几乎得到买者价值的全部。因此，让更多的人加入竞标是卖者的利益所在。

① 这是一个一阶线性微分方程，解这个微分方程要用到积分因子。

3.2-4 双方叫价拍卖

在双方叫价拍卖(double auction)中,潜在的卖者和买者同时开价,卖者提出要价(asking prices),买者提出出价(bidding prices),拍卖商然后选择成交价格 p 清算市场:所有要价低于 p 的卖者卖出,所有出价高于 p 的买者买入;在价格 p 下的总供给等于总需求。

查特金和萨缪尔逊(Chatterjee and Samuelson,1983) 建了一个简单的双方叫价拍卖模型,在他们的模型里,一个买者和一个卖者决定是否交换一单位的商品。卖者提供该商品的成本(或该商品对卖者的价值)是 c,该商品对买者的价值是 v,这里 $c\in[0,1]$,$v\in[0,1]$。卖者和买者同时选择要价和出价,分别为 $p_s\in[0,1]$和 $p_b\in[0,1]$;如果 $p_s\leqslant p_b$,双方在 $p=(p_s+p_b)/2$上成交;如果 $p_s>p_b$,没有交易发生。这样,如果$p_s\leqslant p_b$,卖者的效用是 $u_s=(p_s+p_b)/2-c$,买者的效用是 $u_b=v-(p_s+p_b)/2$;如果 $p_s>p_b$,卖者和买者的效用均为 0。

如果信息是完全的,即,如果 c 和 v 是共同知识,这是一个纳什需求博弈(Nash demand game)。如果我们假定 $v>c$,这个完全信息博弈有连续的纯战略、帕累托有效均衡:卖者和买者开出相同的价格:$p_s=p_b=p\in[c,v]$,每一方都得到正的剩余。如果任何一方想更为贪婪(卖者要价高于 p 或买者出价低于 p),交易不会发生。此外还有无效率的均衡:卖者要价高于 v,买者出价低于 c,因而每一方都不认真开价。

现在让我们考虑不完全信息的情况,即只有卖者知道 c,只有买者知道 v(因而 c 是卖者的类型,v 是买者的类型)。假定 c 和 v 在[0,1]上均匀分布,分布函数 $P(.)$是共同知识。

在这个贝叶斯博弈中，卖者的战略（要价）p_s 是 c 的函数，$p_s(c)$；买者的战略（出价）p_b 是 v 的函数，$p_b(v)$。战略组合 $(p_s^*(c), p_b^*(v))$ 是一个贝叶斯均衡，如果下列两个条件成立：

1. 卖者最优：对所有的 $c\in[0,1]$，$p_s^*(c)$是下列最优化问题的解：

$$\max_{p_s}\left[\frac{1}{2}(p_s + E[p_b(v)\,|\,p_b(v) \geqslant p_s]) - c\right]$$
$$\text{Prob}\{p_b(v) \geqslant p_s\}$$

这里，$E[p_b(v)\,|\,p_b(v)\geqslant p_s]$是给定卖者的要价低于买者的出价的条件下，卖者预期的买者的出价。

2. 买者最优：对所有的 $v\in[0,1]$，$p_b^*(v)$是下列最优化问题的解：

$$\max_{p_b}\left[v - \frac{1}{2}(p_b + E[p_s(c)\,|\,p_b \geqslant p_s(c)])\right]$$
$$\text{Prob}\{p_b \geqslant p_s(c)\}$$

这里，$E[p_s(c)\,|\,p_b\geqslant p_s(c)]$是给定卖者的要价低于买者的出价的条件下，买者预期的卖者的要价。

这个博弈有许多贝叶斯均衡。让我们首先考虑下列线性战略均衡：

$$p_s(c) = \alpha_s + \beta_s c$$
$$p_b(v) = \alpha_b + \beta_b v$$

因为 v 在[0,1]上均匀分布，因此，p_b 在$[\alpha_b, \alpha_b+\beta_b]$上均匀分布。因此，我们有：

$$\text{Prob}\{p_b(v) \geqslant p_s\} = \text{Prob}\{\alpha_b + \beta_b v \geqslant p_s\}$$
$$= \text{Prob}\left\{v \geqslant \frac{p_s - \alpha_b}{\beta_b}\right\} = \frac{\alpha_b + \beta_b - p_s}{\beta_b}$$

$$E[p_b(v)\mid p_b(v)\geqslant p_s]=\frac{\frac{1}{\beta_b}\int_{p_s}^{\alpha_b+\beta_b}xdx}{\mathrm{Prob}\{p_b(v)\geqslant p_s\}}$$

$$=\frac{1}{2}(p_s+\alpha_b+\beta_b)$$

将上述等式代入卖者的目标函数，得：

$$\max_{p_s}\left(\frac{1}{2}(p_s+\frac{1}{2}(p_s+\alpha_b+\beta_b))-c\right)\frac{\alpha_b+\beta_b-p_s}{\beta_b}$$

最优化的一阶条件意味着：

$$p_s=\frac{1}{3}(\alpha_b+\beta_b)+\frac{2}{3}c$$

上述结论也说明，如果买者选择线性战略，那么，卖者的最优反应也是线性的。

类似地，因为 c 在[0,1]均匀分布，p_s 在$[\alpha_s,\alpha_s+\beta_s]$上均匀分布，因此：

$$\mathrm{Prob}\{p_b\geqslant p_s(c)\}=\mathrm{Prob}\{p_b\geqslant\alpha_s+\beta_s c\}$$

$$=\mathrm{Prob}\left\{c\leqslant\frac{p_b-\alpha_s}{\beta_s}\right\}=\frac{p_b-\alpha_s}{\beta_s}$$

$$E[p_s(c)\mid p_b\geqslant p_s(c)]=\frac{\frac{1}{\beta_s}\int_{\alpha_s}^{p_b}xdx}{\mathrm{Prob}\{p_b\geqslant p_s(c)\}}$$

$$=\frac{1}{2}(\alpha_s+p_b)$$

代入买者的效用函数，得：

$$\max_{p_b}\left(v-\frac{1}{2}(p_b+\frac{1}{2}(\alpha_s+p_b))\right)\frac{p_b-\alpha_s}{\beta_s}$$

一阶条件意味着：

$$p_b = \frac{1}{3}\alpha_s + \frac{2}{3}v$$

解两个一阶条件得均衡线性战略为：

$$p_s(c) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3}c$$

$$p_b(v) = \frac{1}{12} + \frac{2}{3}v$$

在均衡线性战略下，当 $c>3/4$，卖者的要价 $p_s=1/4+2c/3$ 低于成本，但高于买者的最高出价 $p_b(1)=1/12+2/3=3/4$，因此卖者低于成本出售的情况不会出现；类似地，当 $v<1/4$，买者的出价高于其价值，但低于卖者的最低要价 $p_s(0)=1/4$，买者高于价值的交易也不会发生，如图 3.4 所示。

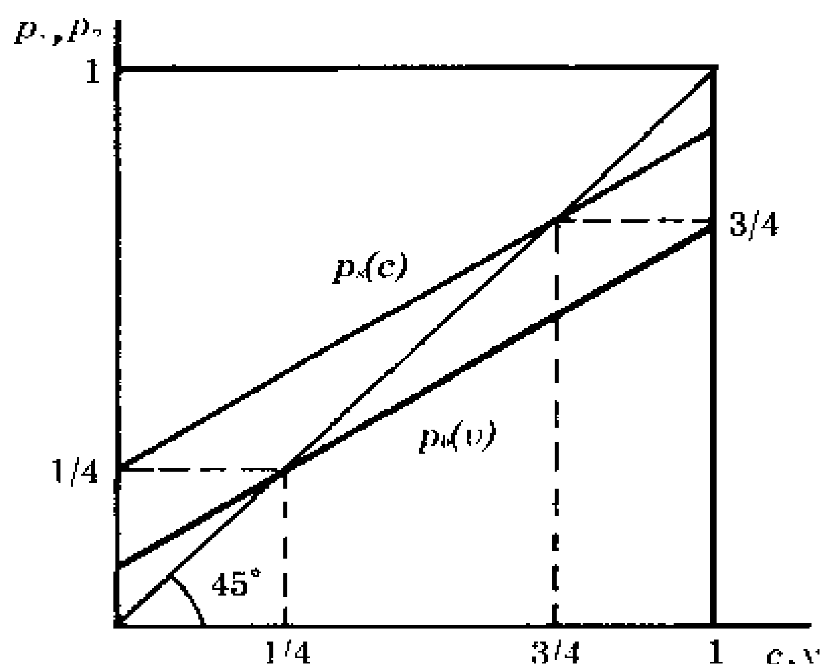


图 3.4　均衡线性战略

在均衡情况下，当只当 $\alpha_b+\beta_b v\geqslant\alpha_s+\beta_s c$，或者说 $v\geqslant c+1/4$ 时，买卖双方才会交易。事后效率(*ex post* efficiency)要求当只当 $v\geqslant c$ 时交易就应该发生。就是说，均衡交易数量太少，

如图 3.5 所示。

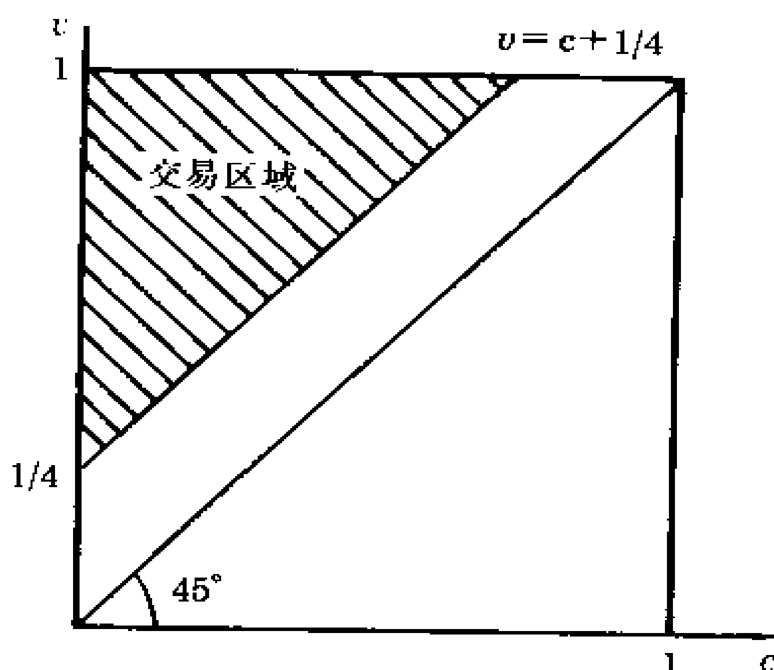


图 3.5 线性战略均衡下的交易区域

以上我们讨论了双方拍卖博弈的线性战略均衡。如我们已经提到的，这个博弈还有其他的贝叶斯均衡。特别地，如同完全信息情况下一样，双方不认真的出价 $p_s=1$ 和 $p_b=0$ 是一个均衡。还存在一个在单一价格 $p\in[0,1]$上交易的连续均衡：卖者要价 p，如果 $c\leqslant p$；要价 1，如果 $c>p$；买者出价 p，如果 $v\geqslant p$；出价 0，如果 $v<p$。给定卖者的战略，买者的选择只是在价格 p 上是否交易，因此，当 $v\geqslant p$ 时出价 p 实现交易，当 $v<p$ 时出价 0 不进行交易是买者的最优选择。类似地，给定买者的战略，当 $c\leqslant p$ 时要价 p，当 $c>p$ 时要价 1 是卖者的最优战略。均衡结果如图 3.6 所示。将图 3.5 和图 3.6 比较，我们发现，最有价值的交易($c=0,v=1$)在两个均衡中都会出现。但单一价格均衡错过一些有价值的交易(如 $c=0,v=p-\varepsilon$)，同时又实现了一些仅仅值得进行的交易(如 $c=p-\varepsilon,v=$

$p+\varepsilon$)。对比之下,线性战略均衡错过了所有 $v<c+1/4$ 的交易,但实现了所有 $v-c\geqslant 1/4$ 的交易。从最大化交易净收益的期望值的角度讲,线性战略均衡优于单一价格均衡。梅耶森和沙特威托(Myerson and Satterthwaite,1983)证明,在均匀分布的情况下,线性战略均衡比任何其他贝叶斯均衡产生的净剩余都高。这一点意味着,在双方拍卖博弈中,没有任何贝叶斯均衡能使得帕累托有效的交易(即 $v\geqslant c$)一定出现并且只有帕累托有效的交易才会出现。

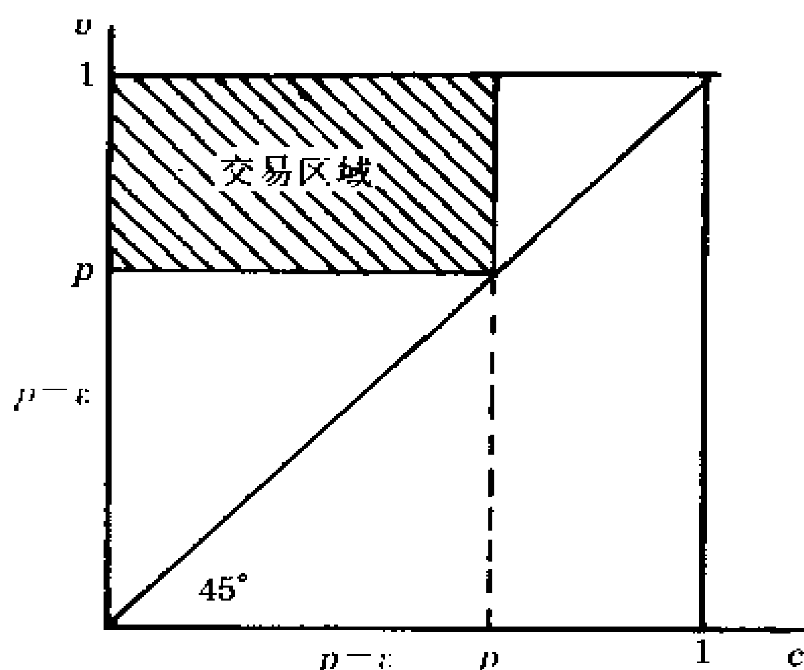


图 3.6 单一价格均衡下的交易区域

3.3 贝叶斯博弈与混合战略均衡

在第1章我们看到,完全信息静态博弈常常涉及到混合战略均衡。在许多人看来,混合战略均衡并不是现实生活的一

个合理描述，因为在现实中，参与人并不是根据掷硬币的结果选择自己的行动。但是，海萨尼（1973）证明，完全信息情况下的混合战略均衡可以解释为不完全信息情况下纯战略均衡的极限。混合战略纳什均衡的本质特征不在于参与人 j 随机地选择行动，而在于参与人 i 不能确定参与人 j 将选择什么纯战略，这种不确定性可能来自参与人 i 不知道参与人 j 的类型。正如我们已经看到的，在贝叶斯博弈中，因为参与人的战略是类型依存的，每个参与人在选择自己的行动时他面对的似乎是选择混合战略的对手。“自然”是通过选择参与人的类型而不是选择硬币的正面或反面制造了不确定性。

为了说明这一点，让我们考虑两个具体例子。第一个例子是“抓钱博弈”(grab the dollar)。这个例子说的是，桌子上放1块钱，桌子的两边坐着两个参与人，如果两人同时去抓钱，每人罚款1块；如果只有一人去抓，抓的人得到那块钱；如果没有人去抓，谁也得不到什么。因此，每个参与人的战略是决定抓还是不抓。支付矩阵如表3.3所示。（读者也许会觉得这个故事有点胡编乱造，但它描述的是类似下述这样的现实情况：一个市场上只能有一个企业生存，有两个企业在同时决定是否进入。如果两个企业都选择进入，各亏损100万；如果只有一个企业进入，进入者盈利100万；如果没有企业进入，每个企业既不亏也不盈。这个博弈类似斗鸡博弈。）

表3.3 抓钱博弈

		参与人2	
		抓	不抓
参与人1	抓	−1，−1	1，0
	不抓	0，1	0，0

这个博弈有两个非对称纯战略均衡(一个参与人抓另一个参与人不抓)和一个对称混合战略均衡:每个参与人以 1/2 的概率选择抓。后者是一个均衡,因为,如果参与人 i 不抓,他的利润是 0;如果参与人 i 去抓,她的期望利润是 $\frac{1}{2}(1)+\frac{1}{2}(-1)=0$。现在考虑同样的博弈但具有如下不完全信息:每个参与人有相同的支付结构,但如果他赢了的话,他的利润是 $(1+\theta_i)$(而不是 1),如表 3.4 所示。这里 θ_i 是参与人的类型,参与人 i 自己知道 θ_i,但另一个参与人不知道。假定 θ_i 在 $[-\varepsilon,+\varepsilon]$ 区间上均匀分布。

表 3.4　不完全信息抓钱博弈

		参与人 2	
		抓	不抓
参与人 1	抓	$-1,-1$	$1+\theta_1,0$
	不抓	$0,1+\theta_2$	$0,0$

考虑下列纯战略:(1) 参与人 1:如果 $\theta_1\geq\theta_1^*$,抓;如果 $\theta_1<\theta_1^*$,不抓;(2) 参与人 2:如果 $\theta_2\geq\theta_2^*$,抓;如果 $\theta_2<\theta_2^*$,不抓。给定参与人 j 的战略,参与人 i 选择抓(用 1 代表)的期望利润为:

$$u_i(1)=\left(1-\frac{\theta_j^*+\varepsilon}{2\varepsilon}\right)(-1)+\left(\frac{\theta_j^*+\varepsilon}{2\varepsilon}\right)(1+\theta_i)$$

这里,$\left(1-(\theta_j^*+\varepsilon)/2\varepsilon\right)$ 是参与人 j 抓的概率,$\left((\theta_j^*+\varepsilon)/2\varepsilon\right)$ 是参与人 j 不抓的概率。参与人 i 选择不抓(用 0 代表)的利润是 $u_i(0)=0$。因此,θ_i^* 满足下列条件:

$$\left(1-\frac{\theta_j^*+\varepsilon}{2\varepsilon}\right)(-1)+\left(\frac{\theta_j^*+\varepsilon}{2\varepsilon}\right)(1+\theta_i^*)=0$$

或化简为

$$2\theta_j^* + \theta_j^* \theta_i^* + \varepsilon\theta_i^* = 0$$

因为博弈是对称的，在均衡情况下，$\theta_i^* = \theta_j^*$，上述条件意味着 $\theta_1^* = \theta_2^* = 0$。就是说，对每一个参与人 i，均衡情况下的最优选择是：如果 $\theta_i \geq 0$，选择抓；如果 $\theta_i < 0$，选择不抓。

因为 $\theta_i \geq 0$ 和 $\theta_i < 0$ 的概率各为 1/2，每一个参与人在选择自己的行动时都认为对方选择抓与不抓的概率各为 1/2，似乎他面对的是一个选择混合战略的对手，尽管每个参与人实际上选择的都是纯战略。当 $\varepsilon \to 0$ 时，上述纯战略贝叶斯均衡就收敛为一个完全信息博弈的混合战略纳什均衡。正是在这个意义上，海萨尼说完全信息博弈的混合战略均衡是不完全信息博弈贝叶斯均衡的极限。

现在让我们再考虑另一个例子，即性别战博弈。表 3.5 是完全信息性别战博弈的支付矩阵。如我们已经熟知的，这里，两个纯战略均衡是：(足球，足球)和(芭蕾，芭蕾)；对称混合战略均衡是男的以 2/3 的概率选择足球，女的以 2/3 的概率选择芭蕾。

表 3.5　性别战博弈

		女	
		足球	芭蕾
男	足球	2，1	0，0
	芭蕾	0，0	1，2

现在让我们假定，尽管两人已相处很长时间，但他们对对方的偏好并不完全知道。特别地，假定如果双方都去足球场，男的效用是 $2+\theta_m$；如果双方都去芭蕾舞厅，女的效用是 2+

θ_f。这里，θ_m 只有男的知道，θ_f 只有女的知道，二者都在$[0,x]$上均匀分布，分布函数是共同知识。

如同上一例一样，我们将构造一个贝叶斯均衡：存在一个 $\theta_m^* \in [0,x]$和一个 $\theta_f^* \in [0,x]$（事实上 θ_m^* 和 θ_f^* 相同），如果 $\theta_m \geqslant \theta_m^*$，男的将选择足球赛；如果 $\theta_f \geqslant \theta_f^*$，女的将选择芭蕾舞。因此，男的选择足球的概率是$(1-\theta_m^*/x)$，女的选择芭蕾的概率是$(1-\theta_f^*/x)$。我们现在来求解 θ_m^* 和 θ_f^*。

表 3.6　不完全信息情况下的性别战

		女：足球	女：芭蕾
男	足球	$2+\theta_m$，1	0，0
	芭蕾	0，0	1，$2+\theta_f$

给定男的战略，女的选择足球和芭蕾的期望效用分别为：

$$\left(1-\frac{\theta_m^*}{x}\right)(1)+\frac{\theta_m^*}{x}(0)=\left(1-\frac{\theta_m^*}{x}\right)$$

和

$$\left(1-\frac{\theta_m^*}{x}\right)(0)+\frac{\theta_m^*}{x}(2+\theta_f)=\frac{\theta_m^*}{x}(2+\theta_f)$$

因此 θ_f^* 满足下列条件：

$$\left(1-\frac{\theta_m^*}{x}\right)=\frac{\theta_m^*}{x}(2+\theta_f^*)$$

或化简为：

$$x-\theta_m^*=\theta_m^*(2+\theta_f^*)$$

因为博弈是对称的，在均衡情况下，$\theta_f^*=\theta_m^*$，解上述条件得：

$$\theta^*=\frac{-3+\sqrt{9+4x}}{2}$$

(这里，我们在解二项式时取了正根，因为 $\theta^* \in [0,x]$。)因此，贝叶斯均衡是：(1)男参与人：如果 $\theta_m \geqslant \theta^*$，选择足球，否则选择芭蕾；(2)女参与人：如果 $\theta_f \geqslant \theta^*$，选择芭蕾，否则选择足球。给定不完全信息，男方认为女方选择芭蕾的概率和女方认为男方选择足球的概率均为：

$$1 - \frac{-3 + \sqrt{9 + 4x}}{2x}$$

当 $x \to 0$ 时，上述概率收敛于 2/3，即完全信息下混合战略的概率。

上述两个例子都说明，在不完全信息下，每一个参与人在选择自己的战略时，似乎他(她)面对的是一个选择混合战略的对手，尽管每个参与人事实上选择的都是纯战略。因为完全信息只是一种理想状态(在现实中，每个人对其他人的目标函数总不可能完全了解)，海萨尼的论点表明，我们很难根据选择的随机性就认为混合战略是不合理的。

在讨论上述两个例子后，让我们最后正式给出海萨尼定理。考虑 n 人战略式表述博弈 $G = \{A_1, \cdots, A_n; u_1, \cdots, u_n\}$，海萨尼用如下方法使支付函数不确定化(perturb)：令 θ_i^A 是闭区间[-1,1]上的一个随机变量，$\varepsilon > 0$ 是一个非常小的正实数。参与人 i 的不确定化后的支付函数 $\tilde{u}_i$ 依赖于他的类型 $\theta_i = \{\theta_i^a\}_{a \in A}$ 和 ε：

$$\tilde{u}_i(s, \theta_i) = u_i(a) + \varepsilon \theta_i^a$$

假定参与人的类型是独立分布的，令 $P_i(.)$ 为 θ_i 的分布函数，$p_i(.)$ 是分布密度，$p_i(.)$ 对所有的 θ_i 是连续的和可微的。海萨尼首先证明，每一个参与人 i 的最优反应函数是一个纯战略，并且是唯一的；就是说，在不确定化博弈的任何均衡中，对于

所有的 i 和(几乎)所有的 $\theta \equiv (\theta_1, \cdots, \theta_n)$，$\sigma_i(\theta_i)$是一个唯一的纯战略。海萨尼然后证明，均衡是存在的。[1]

混合战略均衡的纯化定理(purification theorem)(Harsanyi，1973)：给定战略式表述博弈 $G=\{A_1, \cdots, A_n; u_1, \cdots, u_n\}$，对于所有定义在[-1,1]上的独立的二阶可微分布函数 $P_i(.)$，以 u_i 为支付函数的博弈的任何均衡都是当 $\epsilon \to 0$ 时以 $\tilde{u}_i$ 为不确定化支付函数的博弈的纯战略均衡序列的一个极限(limit)。更为准确地说，不确定化博弈(perturbed game)纯战略均衡的均衡战略的概率分布收敛于确定性博弈(unperturbed game)均衡战略的概率分布。

3.4 机制设计理论与显示原理

3.4－1 贝叶斯博弈和机制设计

在 3.2 节中，我们讨论了在一级密封价格拍卖中买者的最优出价和双方叫价拍卖中卖者的最优要价和买者的最优出价。与此相关的一个问题是，给定众多的出售商品的方式可供使用，如果卖者的目的是得到一个最高的卖价，他应该选择何种方式出售自己的商品呢?这就是机制设计问题(mechanism design)。

机制设计是一种特殊的不完全信息博弈。当卖者在选择出售商品的方式时，他事实上是在选择或设计一个博弈规则。

[1] 参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)，第 230－234 页。

除拍卖外，机制设计的例子还有垄断企业定价，政府税收政策的制定，政府对垄断企业的规制(regulation)，公共产品的供给，雇主对雇员的职位安排，保险公司的收费和赔偿政策，等等。在所有这些例子中，有一个“委托人”(principal)和一个或多个“代理人”(agents)；委托人的支付函数是共同知识，代理人的支付函数只有代理人自己知道，委托人和其他代理人不知道。比如说，在一级密封价格拍卖中，卖者不知道买者对被拍卖品的评价；在双方叫价拍卖中，拍卖人(auctioneer)不知道买者的评价，也不知道卖者的供给成本；在垄断企业定价中，垄断企业不知道消费者愿意付出的最高价格；在征税中，政府不知道纳税人的能力。委托人当然可以直接要求代理人报告自己的类型，但代理人可能不会说实话，除非委托人能提供给代理人足够的激励(货币的或非货币的)。因为提供激励是有成本的，因此，委托人面临着成本与收益的交替问题。

委托人选择机制，而不是使用一个给定的机制，这是机制设计的一个基本特征。正是从这个意义上，我们说委托人在设计一个博弈规则(包括代理人的行动空间)。比如说，在垄断定价中，垄断企业设计一个价格表规定消费者支付的价格如何依赖于其购买数量。委托人设计机制的目的是最大化自己的期望效用函数。但他这样做时，面临两个约束。第一个约束是，如果要一个理性的代理人有任何兴趣接受委托人设计的机制(从而参与博弈)的话，代理人在该机制下得到的期望效用必须不小于他在不接受这个机制时得到的最大期望效用。这个约束被称为参与约束(participation constraint)或个人理性约束(individual rationality constraint)。代理人在博弈之外能得到的最大期望效用称为代理人的保留效用(reservation utili-

ty)；因为当代理人参与博弈时他就失去了博弈之外的机会，因而保留效用又称为机会成本。在3.2节讨论的拍卖博弈中，买者的保留效用是0。在有些情况下，参与约束或个人理性约束是不需要考虑的。比如说，如果居民没有移居国外的自由，政府在制定税收政策时，就无需考虑参与约束。

委托人设计机制时要考虑的第二个约束是，给定委托人不知道代理人的类型的情况下，代理人在所设计的机制下必须有积极性选择委托人希望他选择的行动。显然，只有当代理人选择委托人所希望的行动时得到的期望效用不小于他选择其他行动时得到的期望效用时，代理人才有积极性选择委托人所希望的行动。这个约束被称为激励相容约束(incentive-compatibility constraint)。满足参与约束的机制称为可行机制(feasible mechanism)；满足激励相容约束的机制称为可实施机制(implementable)。如果一个机制满足参与约束和激励相容约束，我们说这个机制是可行的可实施机制。委托人的问题是选择一个可行的可实施机制以最大化他的期望效用(可行的可实施机制可能有多个)。

典型的机制设计是一个三阶段不完全信息博弈。在第一阶段，委托人设计一个"机制"(或"契约"(contract)、"激励方案"(incentive scheme))。这里，机制是一个博弈规则(或简称博弈)，根据这个规则，代理人发出信号(message)(如买者报价)，实现的信号决定配置结果(如谁得到被拍卖品，支付什么价格)。在第二阶段，代理人同时选择接受或不接受委托人设计的机制。如果代理人选择不接受，他得到外生的保留效用。在第三阶段，接受机制的代理人根据机制的规定进行博弈。

因为机制设计博弈有几个阶段，如同纳什均衡概念不适

用于完全信息动态博弈分析一样，贝叶斯均衡概念也许是一个太弱的概念。然而，根据梅耶森(Myerson, 1979)的显示原理 (revelation principle)，为了获得最大的期望效用，委托人只须考虑"直接机制"(direct mechanisms)：在第二阶段，所有代理人都接受所设计的机制；在第三阶段，所有代理人同时如实地报告自己的类型(这里，"直接"指的是代理人的战略空间等同于类型空间)。这一点意味着，委托人可以通过代理人之间的静态贝叶斯博弈来获得最大的期望效用。这就是为什么我们在这一章讨论机制设计理论的原因。

3.4—2　拍卖机制设计

在正式给出显示原理之前，让我们首先考虑如下一个具体的例子。一个卖者有一个单位的商品要出卖；有两个潜在的买者，$i=1,2$，每个买者的需求是1或0(商品是不可分割的)，该商品对买者1和买者2的价值分别为 θ_1 和 θ_2。假定 θ_1 和 θ_2 是独立的，具有相同的分布函数。特别地，假定 θ_i 只有两个可能的值：$\underline{\theta}$ 或 $\overline{\theta}$，$\underline{\theta}<\overline{\theta}$；$\theta_i$ 取 $\underline{\theta}$ 的概率为 $\underline{p}$，取 $\overline{\theta}$ 的概率是 $\overline{p}$，$\underline{p}+\overline{p}=1$。每个买者 i 知道自己的评价 θ_i，但卖者和另一个买者不知道。

卖者的一个选择是使用一级密封价格拍卖或二级密封价格拍卖。但我们现在感兴趣的是这样的拍卖机制对卖者来说是否是最优的。为了回答这个问题，我们需要找到卖者的最优机制。我们将看到，在某些情况下，这样的拍卖机制确实是最优的。

假定卖者为两个买者设计一个信号博弈(message game)，在这个博弈中，买者的纯战略是发出信号，博弈规则

规定如何根据买者发出的信号决定谁得该商品和支付什么价格。令 σ_1 和 σ_2 是买者的战略(可能是混合战略),s_1 和 s_2 是 σ_1 和 σ_2 的实现值。假定机制规定,给定 s_1 和 s_2,买者 i 得到商品的概率是 $x_i(s_1,s_2)$,支付给卖者的价格是 $T_i(s_1,s_2)$。比如说,在一级密封价格拍卖中,s_i 是买者的报价,如果 $s_i > s_j$,$x_i(s_1,s_2)=1$,$x_j(s_1,s_2)=0$,$T_i(s_1,s_2)=s_i$,$T_j(s_1,s_2)=0$。在二级密封价格拍卖中,如果 $s_i > s_j$,$x_i(s_1,s_2)=1$,$x_j(s_1,s_2)=0$,$T_i(s_1,s_2)=s_j$,$T_j(s_1,s_2)=0$。不过这里的价格函数 $T_i(s_1,s_2)$是非常一般的,包括得不到商品也支付某种价格的可能性(如买者要支付门票费)。

为了简单起见,让我们只考虑纯战略均衡(当然假定是存在的)。假定$\{s_1^*(.),s_2^*(.)\}$是这个博弈的贝叶斯均衡。因为买者有不买的自由,买者 1 的参与约束是,对于每一个给定的 θ_1,

$$(\text{IR}) \quad E_{\theta 2}[\theta_1 x_1(s_1^*,s_2^*) - T_1(s_1^*,s_2^*)] \geqslant 0$$

这里,IR 是个人理性的英文缩写(individual rationality),$E_{\theta 2}(.)$是对 θ_2 取期望值。根据贝叶斯均衡的定义,买者 1 的激励相容约束是,对于每一个给定的 θ_1 和 $s_1 \in S_1$,

$$(\text{IC}) \quad E_{\theta 2}[\theta_1 x_1(s_1^*,s_2^*) - T_1(s_1^*,s_2^*)] \geqslant E_{\theta 2}[\theta_1 x_1(s_1,s_2^*) - T_1(s_1,s_2^*)]$$

这里,IC 是激励相容约束的英文缩写(incentive-compatibility constraint)。

买者 2 的参与约束和激励相容约束可以类似地给出。

假定卖者的供给成本为 0。那么,卖者的期望效用是:

$$E_{\theta 1}E_{\theta 2}[T_1(s_1^*,s_2^*) + T_2(s_1^*,s_2^*)]$$

卖者的问题是在满足两个买者的参与约束和激励相容

约束前提下，选择信号空间 S_i，分配函数 $x_i(s_1,s_2)$ 和价格 $T_i(s_1,s_2)$，以最大化上述期望效用函数。

如果我们不得不考虑所有可能的信号空间，找出最优拍卖机制几乎是不可能的。但根据下面将要讨论的显示原理，我们可以把注意力集中于“直接显示博弈”(direct revelation game)：将信号空间 S_i 选择为类型空间 $\Theta_i=\{\underline{\theta},\overline{\theta}\}$，两个买者同时宣布各自的类型$(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$(他们可能说谎)。为了说明这一点，定义：

$$\tilde{x}_i(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)\equiv x_i[s_1^*(\theta_1),s_2^*(\theta_2)]$$

$$\tilde{T}_i(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)\equiv T_i[s_1^*(\theta_1),s_2^*(\theta_2)]$$

在这样定义的分配函数和价格函数下，参与约束保证买者愿意参与这个直接显示博弈，贝叶斯均衡是买者宣布自己的真实类型$(\hat{\theta}_1=\theta_1,\hat{\theta}_2=\theta_2)$(就是说，如果在原博弈中 $s_i=s_i^*(\theta_i)$ 是 i 的最优选择，那么，在新的直接博弈中，i 将选择 $\hat{\theta}_i=\theta_i$)。

现在，让我们来解直接显示博弈下的最优拍卖机制。因为从卖者事前的角度看，两个买者是相同的(他们具有相同的类型分布)，我们考虑对称拍卖机制(即分配函数和价格函数只依赖于买者宣布的类型，而不依赖于他是买者 1 还是买者 2)。首先注意到，参与约束 IR 和激励相容约束 IC 只涉及每个买者得到商品的期望概率和付给卖者的期望价格。如果我们用 $\overline{X}$，$\underline{X}$，$\overline{T}$ 和 $\underline{T}$ 分别表示当买者属于类型 $\overline{\theta}$ 和 $\underline{\theta}$ 时得到商品的期望概率和将支付的期望价格，参与约束和激励相容约束如下：

$$(\mathrm{IR}_1)\ \underline{\theta}\underline{X}-\underline{T}\geqslant 0$$

$$(\mathrm{IR}_2)\ \overline{\theta}\overline{X}-\overline{T}\geqslant 0$$

$$(IC_1)\ \underline{\theta}\underline{X} - \underline{T} \geqslant \underline{\theta}\overline{X} - \overline{T}$$

$$(IC_2)\ \overline{\theta}\overline{X} - \overline{T} \geqslant \overline{\theta}\underline{X} - \underline{T}$$

这里，下标 $i=1,2$ 分别表述类型 $\underline{\theta}$ 和 $\overline{\theta}$ 的买者，而不是买者 1 和买者 2。两个参与约束要求不论买者是类型 $\underline{\theta}$ 还是 $\overline{\theta}$，他在均衡下的期望效用不小于 0；两个激励相容约束要求没有任何一种类型的买者会假装自己是另一种类型的买者。

我们现在证明只有 IR_1 和 IC_2 的等式成立。首先注意到，如果 IR_1 和 IC_2 满足，那么

$$\overline{\theta}\overline{X} - \overline{T} \geqslant \overline{\theta}\underline{X} - \underline{T} \geqslant \overline{\theta}\underline{X} - \underline{\theta}\underline{X} = (\overline{\theta} - \underline{\theta})\underline{X} \geqslant 0$$

就是说，类型 $\overline{\theta}$ 的买者比类型 $\underline{\theta}$ 的买者得到更多的剩余。因此，IR_2 也是满足的。进一步，IR_2 的严格不等式成立，除非 $\underline{X}=0$（即类型 $\underline{\theta}$ 的买者没有任何可能性买到商品）。对比之下，IR_1 等式成立，即 $\underline{\theta}\underline{X}=\underline{T}$，因为如果两个 IR 的等式都不成立，卖者可以将 $\underline{T}$ 和 $\overline{T}$ 等量地提高而不破坏 IC_1 和 IC_2（但增加卖者的收入）。

接下来我们证明 IC_2 等式成立，即：

$$\overline{T} = \overline{\theta}\overline{X} - \overline{\theta}\underline{X} + \underline{T} = \overline{\theta}(\overline{X} - \underline{X}) + \underline{\theta}\underline{X}$$

这是显然的，因为，如果等式不成立，卖者可以适当提高 $\overline{T}$ 而使约束条件仍然满足。图 3.7 说明了这一点。图中，点 A 是 $\underline{\theta}$ 类型买者的配置$(\underline{X},\underline{T})$，点 B 是 $\overline{\theta}$ 类型买者的配置$(\overline{X},\overline{T})$。过点 A 分别划 $\underline{\theta}$ 类型买者和 $\overline{\theta}$ 类型买者的无差异曲线（无差异曲线是线性的）。因为无差异曲线的斜率是 θ，因此，$\overline{\theta}$ 类型买者的无差异曲线比 $\underline{\theta}$ 类型买者的更陡。点 B 一定在阴影区域，因为 $\overline{\theta}$ 类型买者必须（弱）偏好 B 而不是 A，$\underline{\theta}$ 类型买者必须（弱）偏好 A 而不是 B（注意，越在右边的无差异曲线代表

越高的期望效用)。进一步,B 点一定在过 A 点的 $\overline{\theta}$ 类型买者的无差异曲线上(而不会在阴影区域的内点,如 C 点),因为否则的话,卖者可以提高 $\overline{T}$ 增加收入。就是说,IC_2 等式成立。

知道 IR_1 和 IC_2 等式成立后,我们现在先不考虑 IC_1。我们首先在给定 IR_1 和 IC_2 等式成立的情况下求出卖者的最优拍卖机制,然后我们再证明这个机制满足 IC_1,从而是总体最优的。

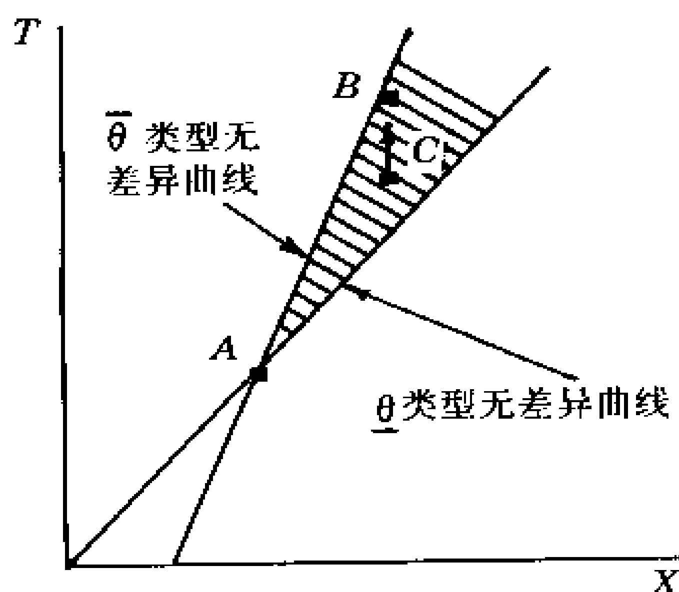


图 3.7　不同类型买者的无差异曲线

卖者从每个买者得到的期望利润是:

$$Eu_0 = \underline{p}\,\underline{T} + \overline{p}\,\overline{T}$$

因为两个买者在事前是等同的,最大化总期望利润等价于最大化上述人均期望利润。将 $\underline{T}=\underline{\theta}\,\underline{X}$(即 IR_1)和 $\overline{T}=\overline{\theta}(\overline{X}-\underline{X})+\underline{\theta}\,\underline{X}$(即 IC_2)代入,得:

$$Eu_0 = (\underline{\theta} - \overline{p}\,\overline{\theta})\underline{X} + \overline{p}\,\overline{\theta}\,\overline{X}$$

卖者的问题是选择$(\underline{X},\overline{X})$。因为如果一个买者得到商品另一

个买者就不可能得到，根据对称性，每个买者得到商品的事前概率（*ex ante* probability）不可能超过 1/2（但可能小于 1/2，因为商品最后可能留在卖者手中），即：

$$\underline{p}\,\underline{X} + \overline{p}\,\overline{X} \leqslant 1/2$$

让我们考虑两种可能的情况。第一种情况是，$\underline{\theta} \leqslant \overline{p}\,\overline{\theta}$，此时，$Eu_0$ 是 $\underline{X}$ 的递减函数，$\overline{X}$ 的递增函数。因此，卖者将选择 $\underline{X}=0$，$\overline{X}$ 尽可能的大。但根据对称性，$\overline{X}$ 不可能大于 $\underline{p}+\overline{p}/2$，因为当两个买者的类型都是 $\overline{\theta}$ 时，每个买者得到商品的概率是 1/2。因此，$\overline{X}=\underline{p}+\overline{p}/2$。最优机制是：如果两个买者都说自己是类型 $\underline{\theta}$，商品留在卖者手中；如果只有一个买者说自己是 $\overline{\theta}$，这个买者得到商品；如果两个买者都说自己是 $\overline{\theta}$，商品在两人之间随机地分配。将 $\underline{X}=0$ 和 $\overline{X}=\underline{p}+\overline{p}/2$ 代入 $\underline{T}=\underline{\theta}\underline{X}$ 和 $\overline{T}=\overline{\theta}(\overline{X}-\underline{X})+\underline{\theta}\underline{X}$ 得：$\underline{T}=0$ 和 $\overline{T}=\overline{\theta}(\underline{p}+\overline{p}/2)$。即 $\underline{\theta}$ 类型买者得不到商品也不付钱，$\overline{\theta}$ 类型买者如果得到商品的话支付

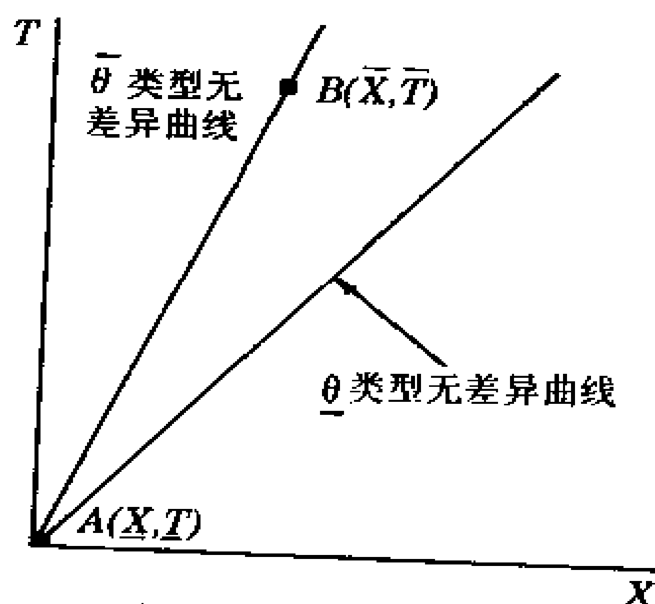


图 3.8　第一种情况下的最优拍卖机制

的价格是$\overline{\theta}(\underline{p}+\overline{p}/2)<\overline{\theta}$。因为$\overline{\theta}\,\overline{X}-\overline{T}=0$(即 IR_2等式成立),$\overline{\theta}$类型买者没有信息租金(informational rent)(注意我们曾说过的,"IR_2的严格不等式成立,除非$\underline{X}=0$"),如图3.8所示。将上述结果代入 IC_1可知,IC_1也满足的。总结一下,在$\underline{\theta}\leqslant\overline{p}\,\overline{\theta}$情况下,最优直接显示机制如下:

$$\underline{X}^*=0;\ \overline{X}^*=\underline{p}+\overline{p}/2;\ \underline{T}^*=0;\ \overline{T}^*=\overline{\theta}(\underline{p}+\overline{p}/2)$$

商品售出的概率是$1-\underline{p}^2$。比如说,假定$\underline{\theta}=1,\overline{\theta}=2$,如果$\underline{p}=\overline{p}=0.5$,售出概率是 0.75;如果$\underline{p}=0.1,\overline{p}=0.9$,售出概率是 0.99。

现在让我们考虑第二种情况,$\underline{\theta}>\overline{p}\,\overline{\theta}$。此时,因为$Eu_0$对$\underline{X}$和$\overline{X}$都是严格递增的,$\underline{p}\,\underline{X}+\overline{p}\,\overline{X}\leqslant 1/2$的等式成立。将这一等式代入$Eu_0$,得:

$$Eu_0=\frac{1}{2\underline{p}}(\underline{\theta}-\overline{p\theta})+\frac{\overline{p}}{\underline{p}}(\overline{\theta}-\underline{\theta})\overline{X}$$

最优解仍然是$\overline{X}=\underline{p}+\overline{p}/2$。代入等式$\underline{p}\underline{X}+\overline{p}\,\overline{X}=1/2$得$\underline{X}=\underline{p}/2$。如果只有一个买者说自己是$\overline{\theta}$类型,商品归这个买者;如果两个买者都说自己是$\overline{\theta}$或$\underline{\theta}$,商品以1/2的概率在两人之间随机地分配。将$\underline{X}$和$\overline{X}$代回 IR_1和 IC_2,可得:$\underline{T}=\underline{\theta}\,\underline{p}/2,\overline{T}=\overline{\theta}(\underline{p}+\overline{p}/2)-(\overline{\theta}-\underline{\theta})\underline{p}/2$。容易看出,在这种情况下,$\overline{\theta}$类型的买者比在第一种情况下少支付$(\overline{\theta}-\underline{\theta})\underline{p}/2$(即 IR_2的严格不等式成立),这是$\overline{\theta}$类型的买者的信息租金:为了调动他说真话的积极性,卖者必须让渡给他的利润。商品售出的概率是1。读者可以检查一下,IC_1的严格不等式成立,这意味着$\underline{\theta}$类型的买者绝对没有积极性说自己是$\overline{\theta}$类型的买者,如图3.9所示。

以上我们推导出最优的直接拍卖机制。现实中的拍卖机制一般都是“间接”机制，即卖者不是直接问买者商品的个人价值，而是问买者愿意出多少价格。在一级密封价格拍卖中，买者同时报价，报价最高的买者获得商品，出的价格等于自己

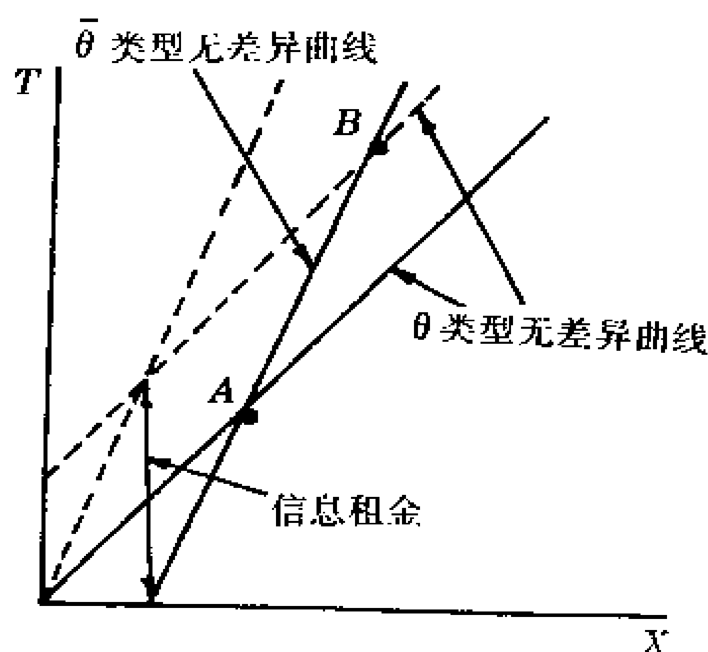


图3.9　第二种情况下的最优拍卖机制

的报价；在二级密封价格拍卖中，买者同时报价，报价最高者获得商品，但出的价格是第二个最高报价者的报价。我们在第2节已经看到，在一级密封价格拍卖中，如果只有两个买者，如果价值是连续的，分布函数是均匀的，每个买者的报价只是自己真实评价的1/2。但在二级密封价格拍卖中，每个买者的报价都是自己的真实评价，这是因为，给定其他买者报实价，每个买者的报价只决定自己是否得到商品，而不决定自己实际支付的价格，低报冒着失去获得剩余的机会的风险，高报冒着亏损（价格高于价值）的风险。尽管这两种拍卖机制看起来如此不同，但威克瑞（Vickrey ，1961）证明，在某些假设下，这两

个拍卖机制给卖者产生相同的最优期望利润。这些假设包括，买者是对称的，θ_i 是独立连续分布的（而不是两点分布）和一个技术性条件。回到前面的例子，任何一个拍卖机制，如果它有一个（对称）贝叶斯均衡，这个均衡产生如我们前面所得出的相同的期望价格 $\underline{T}$ 和 $\overline{T}$，相同的期望概率 $\underline{X}$ 和 $\overline{X}$，它就是最优的。容易证明，如果 $\underline{\theta}>\overline{p}\overline{\theta}$，一级价格拍卖的对称均衡和二级价格拍卖的均衡产生与如上相同的 $\underline{X}$ 和 $\overline{X}$；如果 $\underline{\theta}\leqslant\overline{p}\overline{\theta}$，通过加上一个卖者保留价格（如 $\overline{\theta}$，即如果报价小于 $\overline{\theta}$，不卖），可以得到相同的 $\underline{X}(=0)$。但是，在这个例子中，与连续分布的情况不同，期望价格可能与最优机制下不同。比如说，在二级价格拍卖中，买者的报价等于实际价值，$\overline{\theta}$ 类型的买者得到商品，获得 $\underline{p}(\overline{\theta}-\underline{\theta})$的信息租金，而不是如我们前面得到的$(\overline{\theta}-\underline{\theta})\underline{p}/2$（假定 $\underline{\theta}>\overline{p}\overline{\theta}$）。但如果我们对二级价格拍卖作如下修正，卖者可以得到最优利润：如果一个买者报价 $\underline{\theta}$，另一买者报价 $\overline{\theta}$，那么，后者得到商品，支付 $\underline{\theta}+(\overline{\theta}-\underline{\theta})/2$的价格。此时，报实价仍然是买者的最优选择。

3.4—3 机制设计和显示原理

在讨论拍卖机制设计这个特例之后，我们现在来给出机制设计问题的一般描述和如何使用显示原理简化机制设计。

假定有 $n+1$个参与人，其中 $i=0$是委托人，$i=1,\cdots,n$ 是代理人；委托人没有私人信息，代理人的类型 θ_i 是私人信息。假定类型空间 $\Theta=\times_i\Theta_i$ 的概率分布 $P(.)$是共同知识。委托人设计机制的任务是决定一个配置函数 $y=(x(.),t(.))$，其中 x 是决策向量，$t=(t_1,\cdots,t_n)$是从委托人到代理人的转移

支付向量(t_i 可能是正的也可能是负的,依情况而定)。[1]假定 x 属于一个闭的有界非空凸集 $X\in R^k$,X 足够大使得内点解存在(上一节的拍卖例子是一个例外)。

假定每个参与人 $i(i=0,1,\cdots,n)$有一个 von Neumann-Morgenstern 效用函数 $u_i(y,\theta)$,u_0 是 t_i 的严格递减函数,$u_i(i=1,\cdots,n)$是 t_i 的严格递增函数,所有的 u_i 都是二阶连续可微的。在几乎所有的应用例子中,代理人的效用只依赖于他自己的转移支付 t_i 和自己的类型 θ_i,而不依赖于其他代理人的转移支付 t_{-i}和其他代理人的类型 θ_{-i}。[2]但上述描述不失一般性。

一个机制 m 给每个代理人 i 规定一个信号空间 M_i。如果代理人 i 在第二阶段接受机制,他就在第三阶段选择 $\mu_i\in M_i$。所有代理人的选择的信号 $\mu=(\mu_1,\cdots,\mu_n)$共同决定配置结果 $y=(x,t)$。我们用 $y_m:M\to Y=X\times R^n$ 代表配置函数。

因为代理人的类型是个人信息,配置函数 $y=(x,t)$只能

① 这里的配置函数包括上一节中我们说的"配置函数"x_i 和"价格函数"T_i 两方面。在拍卖机制设计中,$t_i=-T_i$,即代理人向委托人的支付。

② 在3.1节定义贝叶斯均衡时,我们假定如此。不满足这个假定的一个例子是所谓的共同价值拍卖(common-value auction),这里,每个投标人有自己对拍卖品价值的判断,但拍卖品的价值本身是共同的(即"市场价值",依赖于所有买者的判断),自己的判断可能低于或高于实际价值。对比之下,我们前面讨论的拍卖都是个人价值(private value 或 individual value)拍卖,即拍卖品对不同的人有不同的价值(由个人偏好决定)。共同价值拍卖的一个有趣结果是所谓的"赢者灾难"(winner's curse)。比如说,在油田开发招标中,油田的实际价值是市场价值,但每个开发商对这个市场价值的判断是不同的,报价最高的开发商赢了,但这可能意味着他高估了油田的实际价值,所以赢可能是一件坏事。

通过代理人发出的信号依赖于代理人的类型。但是，不论委托人设计什么机制，配置函数最终依赖于代理人的类型向量 $\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_n)$。给定类型依存配置 $\{y(\mu(\theta))\}_{\theta\in\Theta}$，具有类型 θ_i 的代理人 i 的期望效用函数是：

$$U_i(\theta_i)\equiv E_{\theta_{-i}}[u_i(y(\mu(\theta_i,\theta_{-i})),\theta_i,\theta_{-i})|\theta_i]$$

委托人的期望效用函数是：

$$U_0(\theta)=E_\theta u_0(y(\mu(\theta)),\theta)$$

委托人可以选择任何一个满足代理人参与约束和激励约束的机制。但所有可选择的机制可以划分为两类，一类是直接机制(direct mechanism)，另一类是间接机制(indirect mechanism)。在直接机制中，信号空间等于类型空间，即 $M_i=\Theta_i, i=1,\cdots,n$。所有信号空间不等于类型空间的机制都是间接机制。

梅耶森(Myerson,1979)的显示原理说的是，任何一个机制所能达到的配置结果都可以通过一个(说实话的)直接机制实现；因此，委托人可以只考虑直接机制的设计。让我们现在来推导显示原理。

一般来说，依赖于代理人在第二阶段是接受还是不接受机制，第三阶段代理人之间的博弈是不同的。不失一般性，我们可以将代理人在第二阶段的接受或不接受的决策包括在信号 $\mu_i(.)$ 中。考虑这个“大”博弈的贝叶斯均衡，为了简单起见，让我们只考虑纯战略均衡。假定 $\mu^*(\theta)=(\mu_1^*(\theta_1),\cdots,\mu_n^*(\theta_n))$ 是这个博弈的贝叶斯均衡。考虑一个直接机制，在这个机制中，$M_i=\Theta_i, i=1,\cdots,n$，每个代理人报告类型 $\hat{\theta}_i\in\Theta_i$ ($\hat{\theta}_i$ 可能不同于 θ_i，即代理人 i 可能不说实话)。假定这个机制定义了一个新的配置规则 $\bar{y}:\Theta\rightarrow y$：

$$\bar{y}(\bar{\theta}) = y_m(\mu^*(\bar{\theta}))$$

这里，$\mu^*(\bar{\theta})=(\mu_1^*(\bar{\theta}_1),\cdots,\mu_n^*(\bar{\theta}_n))$。显然，给定 $\mu^*(\theta)$ 是原机制下的贝叶斯均衡，$\{\bar{\theta}_i=\theta_i\}_{i=1,\cdots,n}$（即每个人都说实话）一定是新的直接机制下的贝叶斯均衡。这是因为，对于所有的 i 和 θ_i，

$$\begin{aligned}
&E_{\theta_{-i}}[u_i(\bar{y}(\theta),\theta_i,\theta_{-i})|\theta_i] \\
&= E_{\theta_{-i}}[u_i(y_m(\mu^*(\theta)),\theta_i,\theta_{-i})|\theta_i] \\
&= \sup_{\mu_i\in M_i} E_{\theta_{-i}}[u_i(y_m(\mu_1^*(\theta_1),\cdots,\mu_i,\cdots,\mu_n^*(\theta_n)),\theta_i,\theta_{-i})|\theta_i] \\
&\geqslant \sup_{\bar{\theta}_i\in\Theta_i} E_{\theta_{-i}}[u_i(\bar{y}(\theta_1,\cdots,\bar{\theta}_i,\cdots,\theta_n),\theta_i,\theta_{-i})|\theta_i]
\end{aligned}$$

这里，sup 是最小上界（上确界，supremum）的缩写，第一个等式来自直接显示机制的定义，第二个等式是原机制贝叶斯均衡的条件，弱不等式表达了这样的事实：在直接显示机制中，代理人 i 选择报告信号空间 M_i 中的一个元素。

举一个一级价格拍卖的例子有助于说明上述结果。假定在原机制中，

$$x_i=\begin{cases}1,\mu_i\geqslant\mu_j(j\neq i); \\ 0,\mu_i<\mu_j(j\neq i)\end{cases}$$

$$t_i=\begin{cases}-\mu_i,\mu_i\geqslant\mu_j(j\neq i); \\ 0,\mu_i<\mu_j(j\neq i)\end{cases}$$

这里，x_i 是 i 得到商品的（事后）概率，$-t_i$ 是 i 支付的价格，μ_i 可以理解为 i 的报价。假定 $\mu_i^*(\theta_i)=2+\sqrt{\theta_i}$ 是这个机制下的代理人 i 的贝叶斯均衡战略。考虑下列直接机制：

$$x_i=\begin{cases}1,\bar{\theta}_i\geqslant\bar{\theta}_j(j\neq i); \\ 0,\bar{\theta}_i<\bar{\theta}_j(j\neq i)\end{cases}$$

$$t_i=\begin{cases}-2-\sqrt{\hat{\theta}_i},\hat{\theta}_i\geqslant\hat{\theta}_j(j\neq i);\\0,\hat{\theta}_i<\hat{\theta}_j(j\neq i)\end{cases}$$

那么，显然，在这个新的直接机制下，代理人 i 的贝叶斯均衡战略是 $\hat{\theta}_i=\theta_i$。假定 $n=2,\theta_1>\theta_2$。那么，不论在原机制下还是在新的直接显示机制下，买者 θ_1 得到商品，支付 $2+\sqrt{\theta_1}$ 的价格，买者 θ_2 得不到商品，也不支付价格。因为在均衡情况下，μ_i 的概率分布由 θ_i 的概率分布唯一决定，卖者在两种机制下的期望利润是一样的。

总结一下，我们有如下定理：

定理（显示原理，revelation principle）：假定以 M_i 为信号空间和以 $y_m(.)$ 为配置函数的机制的贝叶斯均衡是：

$$\mu^*(.)\equiv\{\mu_1^*(\theta_1),\cdots,\mu_n^*(\theta_n)\},\ \mu_i^*\in M_i,\theta_i\in\Theta_i$$

那么，存在一个以 $M_i=\Theta_i$ 为信号空间的直接显示机制(direct revelation mechanism) $\bar{y}(\hat{\theta})=y_m(\mu^*(\hat{\theta})$，该机制的贝叶斯均衡是，所有代理人在第二阶段接受机制，在第三阶段同时报告自己的真实类型 $\theta=(\theta_1,\cdots,\theta_n)$。直接机制的均衡配置结果与原机制的均衡配置结果相同。

3.4—4 不完全信息与资源配置效率

在结束本章之前，我们简单地讨论一下不完全信息与资源配置效率的关系。机制设计理论研究的一个重要着眼点是不完全信息与个人理性约束一起如何影响资源的有效配置。熟悉科斯定理 (Coase theorem) 的读者都知道，如果没有交易成本和信息的不对称性，当事人之间的讨价还价会导致资

源的有效配置(即所有能创造净剩余的交易都会发生)。一般来说,除少数例外情况,这个结论在非对称信息情况下是不成立的。在3.2节"双方叫价拍卖"的例子中,我们已经看到,当卖者的成本(或保留价格)可能高于买者可能的最低价值时,即使实际价值高于成本,交易也可能不会发生。在本节第2部分我们看到,如果 $\underline{\theta}\leqslant\bar{p}\,\bar{\theta}$,那么,在最优的直接拍卖机制下,商品有 $\underline{p}^2$ 的概率留在卖者手中(即如果两个买者的价值都是 $\underline{\theta}$,商品不出卖),尽管从资源最优配置的角度讲,无论商品对买者的实际价值是 $\underline{\theta}$ 还是 $\bar{\theta}$,只要 $\underline{\theta}\geqslant 0$(即买者的最低价值不小于卖者的成本),交易就是一个帕累托改进(如果信息是对称的,这个改进肯定会出现)。根据显示原理,如果最优的直接显示机制不能保证帕累托改进一定会出现,那么,没有任何机制能保证帕累托改进一定会出现。梅耶森和沙特威托(Myerson and Satterthwaite,1983)证明如下一般化定理:

Myerson-Satterthwaite 无效率定理:假定卖者的成本和买者的价值分别在区间 $[\underline{c},\bar{c}]$ 和区间 $[\underline{v},\bar{v}]$ 上有严格正的可微密度函数,存在正的概率交易是有效率的($\underline{c}<\bar{v}$)和正的概率交易是无效率的($\bar{c}>\underline{v}$),那么,不存在一个满足参与约束、激励相容约束和预算平衡约束的机制,使得所有有效率的交易机会都被利用。

这里预算平衡约束是指卖者的所得等于买者支付的价格。我们在这里不给出这个定理的证明,有兴趣的读者可参阅弗得伯格和 泰勒尔 (1991) 第7章第4节及定理作者的原文。直观地讲,交易效率的损失是为了诱使买者和卖者说实话,否

则的话，买者会低报价值，卖者会高报成本。这种情况在垄断价格歧视、公共产品的提供、政府税收政策等问题中都是存在的。比如说，在垄断价格定价中，垄断企业给低需求的消费者规定的价格高于边际成本从而使低需求消费者的消费量低于最优水平，就是为了防止高需求的消费者假装成低需求的消费者。[1]

Cramton，Gibbons 和 Klemperer（1987）将 Myerson-Satterthwaite 模型扩展到任意的初始所有权安排和多于两个代理人的情况。令 α_i 为参与人 i 的初始所有权。在简单的交易中，商品的初始所有权属于卖者，即（$\alpha_s=1,\alpha_b=0$），交易就是如何将所有权结构转变为（$\alpha_s'=0,\alpha_b'=1$）。更为一般地，初始所有权的分配可能是任何一种模式。比如说，合伙企业的合伙人共同拥有企业，可能发生一种情况是，一部分合伙人想退出企业，此时，交易是如何将这部分人的所有权转给另外的合伙人。类似的情况也会在股份公司出现。假定有 n 个代理人，初始的所有权结构为 $\alpha=(\alpha_1,\cdots,\alpha_n)$、$\sum_i\alpha_i=1$，最后的所有权结构是，$\alpha=(\alpha_1',\cdots,\alpha_n')$，$\sum_i\alpha_i'=1$。假定代理人的剩余是 $v_i(\alpha_i,\theta_i)=\alpha_i\theta_i$，其中 θ_i 是代理人 i 的类型，在$[\underline{\theta},\bar{\theta}]$上独立分布。Cramton，Gibbons 和 Klemperer 证明，如果初始的所有权分配相当平均（接近于（$1/n,\cdots,1/n$）），那么存在满足参与

---

[1] 垄断价格歧视的一种特殊形式是质量歧视，即故意生产低质产品。质量歧视在服务业中是很普遍的。早在1849年，Dupuit 就指出，铁路客运三等车厢的环境如此恶劣（甚至没有顶棚），并不是因为改善环境要花多大的钱，而是因为铁路公司想阻止能买得起二等票的旅客坐三等舱。"它使穷人受苦，并不是因为它想伤害穷人，而是因为它想吓唬富人"（转引自泰勒尔（1988））。

约束、激励约束和预算平衡约束的有效机制。[1]这一点说明，在不完全信息情况下，初始所有权的分配是重要的。对比之下，根据科斯定理，在完全信息下，初始所有权的分配是不重要的。

应该指出的是，由于信息不完全导致的无效率配置只是在不完全竞争的情况下才是重要的。效率损失随交易人数的增加而减少。如果卖者的人数和买者人数都足够大，每个交易者都不可能通过说假话来对交易条件发生什么影响，因此接近瓦尔拉斯均衡或帕累托最优的资源配置是可以实现的，尽管信息是不对称的。这一点从我们在3.2节讨论的一级价格拍卖的例子中就可以看出。我们曾证明，当买者的人数趋于无穷时，每个买者的最优报价趋于真实价值。

进一步阅读

除参考文献所列教科书外，梅耶森(Myerson，1985)对贝叶斯博弈、贝叶斯均衡和显示原理作了较详细的介绍。对拍卖理论有兴趣的读者可以阅读米尔格罗姆(Milgrom，1987)，或麦克阿斐和麦克米伦(McAfee and McMillan，1987)，这两篇文章对拍卖理论文献作了一个很好的综述。田国强(1995)是一篇很好的有关机制设计理论的非技术性介绍文章。关于机制设计和显示原理的应用方面的文献，参阅巴罗和梅耶森(Baron and Myerson，1982)或巴罗(1989)有关政府对垄断企

[1] Laffont 和 Maskin(1979)在更为一般的框架内得到了无效率结果。

业规制的理论，毛尔和瑞普劳(Moore and Repullo，1988)有关社会选择中的机制设计理论，泰勒尔(1988)有关垄断企业非线性定价理论；康贝尔(Campbell，1995)第6章是有关公共产品的个人偏好显示的一个通俗讲义。

练习题

1. 在《三国演义》第45—46回中，周瑜伪造假降书，诱骗曹操杀了蔡瑁、张允二将。曹操遂派蔡中、蔡和两兄弟假装降周瑜，企图获取东吴情报。周瑜识破曹操的诡计，将计就计，对黄盖施以苦肉计。如何将这个故事模型化为一个不完全信息博弈？更为一般地，不完全信息博弈是否可以描述“将计就计”？

2. 考虑如下贝叶斯博弈：(1)自然决定支付矩阵如表3A.1(a)或(b)，概率分别为 μ 和 $1-\mu$；(2)参与人1知道自然选择了(a)还是(b)，但参与人2不知道；(3)参与人1和参与人2同时行动(参与人1选择 T 或 B，参与人2选择 L 或 R)。给出这个博弈的扩展式表述(博弈树)并求纯战略贝叶斯纳什均衡。

表3A.1

(a)

	L	R
T	1，1	0，0
B	0，0	0，0

(b)

	L	R
T	0,0	0,0
B	0,0	2,2

3. 在3.2节的第2部分中，假定参与人1的成本也有两种可能，分别以相同的概率取 $c_1=3/4$和 $c_1=5/4$，求贝叶斯均衡产量。

4. 两个企业同时决定是否进入一个市场。企业 i 的进入成本 $\theta_i\in[0,\infty)$是私人信息，来自独立的分布函数 $P(\theta_i)$（密度函数 $p(.)$严格大于零）。如果只有一个企业进入，进入企业 i 的利润函数为 $\Pi^m-\theta_i$；如果两个企业都进入，企业 i 的利润函数为 $\Pi^d-\theta_i$；如果没有企业进入，利润为零。假定 Π^m 和 Π^d 是共同知识，且 $\Pi^m>\Pi^d>0$。问题：(1)指出这个博弈与3.2节第二部分的相同之处和不同之处；(2)计算贝叶斯均衡并证明均衡是唯一的。

5.《圣经》(旧约)上有这样一个故事：两个妇女为一个孩子的所有权发生了争执，来到所罗门国王面前。一位妇女告诉国王说："陛下，这个妇人和我住在同一屋里，我生下了一个孩子。在我的孩子出生三天后，她也生了一个孩子。只有我们两人在一起，没有任何其他人与我们同住。有天晚上，她的孩子死了，半夜里，在我睡着的时候，她起来把我的孩子抱到她床上，把她的死孩子放在我身边。当我醒来给孩子喂奶时，突然发现孩子死了。早晨起床后，我仔细地检查了孩子，发现他并不是我自己生的孩子。"然后，另一位妇女说："不对！我的儿子活着，是你的孩子死了。"第一位妇女反驳说："不对，是你的孩

子死了，我的活着。"她们在国王面前大声地争吵起来。国王命令手下人取来剑，说："将这活着的孩子切成两半，让她们每人拿走一半。"这时，活着的孩子的母亲对国王求情说："陛下，请不要这样做，把孩子给她吧，不要杀了他。"而另一位妇女说："这个孩子谁的也不是，把他切成两半吧。"所罗门国王这时决定："把孩子给第一个妇女，不要杀了他，她是孩子的母亲。"（转引自 Moore，1992）

在这个故事中，所罗门国王实际上是设计了一个间接激励机制，诱使两位妇女说实话。你认为这个故事里假母亲具有理性预期吗？如果假母亲认识到国王只是在诱使她们说实话，杀孩子的威胁是不可置信的，这个机制会有效吗？国王能知道谁是真正的母亲吗？

6. 考虑如下公共选择问题。假定一个三人委员会要在两个项目（P 和 S）之间选择其一，偏好如表3A. 2所示。参与人 A 和 C 从项目 P 得到的收益分别为30和20，从项目 S 得到的收益均为10；参与人 B 从项目 S 得到的收益为40，从项目 P 得到的收益为0；因此，项目 P 的总收益是50，项目 S 的总收益是60。假定两个项目的成本相同（<50）。假定社会的目标是最大化总收益。显然，如果收益函数是共同知识，S 应该被选中。问题是，如果收益函数是私人信息，要每个人自报收益函数，每个人都可能高估自己偏好的项目。但是，考虑如下的偏好显示机制：每个人可以任意地报告自己的收益函数，同时规定，每个人都可能要缴纳一定的税。参与人 i 应缴纳的税额按如下计算方法：先将另外两个人报告的收益函数相加，给出总收益最高的项目；然后将参与人 i 报告的收益函数加上，看是否影响结果：如果不影响，参与人 i 不纳税；如果影响，参与人 i 应纳的税额等

于改变结果给其他两人带来的净损失。比如说，没有参与人B时，项目P的总收益是50，项目S的总收益是20，因此P应该被选中；加上参与人B之后，项目P的总收益仍是50，但项目S的总收益变为60，S应该被选中。这样，参与人B的投票改变了结果，由此带给参与人A和C的净损失为50－20＝30，这就是参与人B应纳的税额。参与人A和C的投票对结果没有决定性的影响，因此他们的税额为0。这个机制被称为格罗夫斯—克拉克机制（Groves-Clarke mechanism）。证明在这个机制下，每个人都会说实话（即如实地报告自己的偏好函数。）所收上来的税款应如何使用才不会影响这个结论？随着参与人数的增加，你预计总税款会上升还是下降？

表3A.2

	项目P	项目S	应纳税额
参与人A	30	10	0
参与人B	0	40	30
参与人C	20	10	0
合计	50	60	30

7. 一个垄断企业的成本函数为 $C(q)=q\theta+K$，其中 q 是产量，θ 为边际成本，K 是固定成本。假定边际成本 θ 是企业的私人信息，固定成本 K 和市场需求函数 $q=q(p)$ 是共同信息。考虑一个机制 $\{p,T,\hat{\theta}\}$，其中 p 是政府规定的价格，T 是政府对企业的补贴，$\hat{\theta}$ 是企业报告的成本（可能不等于实际成本 θ）。证明，如果政府想实施 $p(\hat{\theta})=\hat{\theta}$，$T(\hat{\theta})=K$，企业将会高报成本（即 $\hat{\theta}>\theta$）。假定政府的目标是最大化总剩余（消费者剩余加上生产者利润），如何规定 $T(\hat{\theta})$ 才能诱使企业如实地

报告成本(即 $\hat{\theta}=\theta$)?或者,假定政府允许企业自己定价,如何规定 $T(p)$ 才能诱使企业选择边际成本价格(即 $p=\theta$)?

8. 一个垄断企业生产一种产品供应两类消费者,企业的单位成本为 c,消费者的效用函数为 $u(q,T)=\theta V(q)-T(q)$,其中 θ 代表消费者的需求强度,q 代表消费量,$T(q)$ 代表支付的费用(是 q 的函数)。假定 $V(q)$ 是严格递增的凹函数,第一类消费者的需求强度为 $\theta=\theta_1$,第二类消费者的需求强度为 $\theta=\theta_2$,$\theta_1>\theta_2$,假定需求强度 θ 是消费者的私人信息。企业的问题是决定 $\{q_1,T_1\}$ 和 $\{q_2,T_2\}$,即向每类消费者的供应量 q 和收取的费用 $T(q)$。因为企业不知道消费者的类型,当它这样做的时候,企业面临两种约束,第一种约束是每类消费者都购买,即 $\theta_i V(q_i)-T_i\geqslant 0$;第二类约束是每一类消费者都会选择设计给自己的合同,即 $\theta_i V(q_i)-T_i\geqslant\theta_i V(q_j)-T_j$,$i\neq j$。假定总人口中 θ_1 类型消费者的比例为 λ,θ_2 类型消费者的比例为 $1-\lambda$。证明:企业的利润最大化行为意味着,在均衡时,

$$\theta_1\frac{\partial V}{\partial q_1}=c;$$

$$\theta_2\frac{\partial V}{\partial q_2}=c\Big/\left(1-\frac{\lambda(\theta_1-\theta_2)}{1-\lambda\,\theta_2}\right)>c$$

解释这两个条件。

参考文献

教科书类

Campbell, Donald, 1995, *Incentives: Motivation and*

the Economics of Information, Chapter 6, Cambridge University Press.

Fudenberg, Drew and Jean Tirole, 1991, *Game Theory*, Chapters 6—7, MIT Press. Gibbons, Robert, 1992, *A Primer in Game Theory*, Chapter 3, Harvester Wheatsheaf Publisher.

Kreps, David, 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapters 18, Pinceton University Press.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston and Jerry R. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapters 8(8. E) and Chapter 9, Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapters 2 and 12, Cambridge: Blackwell Publisher.

Tirole, Jean, 1988, *Theory of Industrial Organization*, Chapter 11 (section 4), MIT Press.

经典文献及其他

Baron, D., 1982, "Regulating a Monopolist with Unknown Costs", *Econometrica* 50:11—30.

Baron, D., 1989, "Design of Regulatory Mechanism and Institutions", in Schmalensee and Willig (eds) *Handbook of Industrial Organization* Vol. 2, North-Holland.

Chatterjee, K. and W. Samuelson, 1983, "Bargaining under Incomplete Information", *Operations Research* 31: 835 51.

Clarke, E., 1971, "Multi-part Pricing of Public Goods", *Public Choice* 11: 17—33.

Cramton, P., R. Gibbons and P. Klemperer, 1987, "Dissolving a Partnership Efficiently", *Econometrica* 55:615—632.

Groves, J., 1973, "Incentives in Teams", *Econometrica* 41:617—31.

Harsanyi, J., 1967, "Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players Parts I II and III", *Management Science* 14: 159—82, 320—34, 486—502.

Harsanyi, J., 1973, "Games with Randomly Distributed Payoffs: A New Rationale for Mixed Strategy Equilibrium Points", *International Journal of Game Theory* 2:1—23.

Laffont, J-J. and E. Maskin, 1979, "A differentiable approach to expected utility maximizing mechanism", in *Aggregation and Revelation of Preferences*, ed. J J. Laffont, North-Holland.

McAfee, P., and J. McMillan, 1987, "Auctions and Bidding", *Journal of Economic Literature* 25:699—738.

Milgrom, P., 1987, "Auction Theory", in T. Bewley (ed.) *Advances in Economic Theory, fifth world congress*, Cambridge University Press.

Mirrlees, J., 1971, "An Explanation in the Theory of Optimum Income Taxation", *Review of Economic Studies* 38:334—368.

Moore. J., 1992, "Implementation, Contracts, and

Renegotiation in Environments with Complete Information", in J—J. Laffont (ed.) *Advances in Economic Theory sixth world congress* vol. I, Cambridge University Press.

Moore, J., and R,. Repullo, 1988, "Subgame Perfect Implementation", *Econometrica* 56:1191—220.

Myerson, R., 1979, "Incentive Compatibility and the Bargaining Problem", *Econometrica* 47:61—73.

Myerson. J., 1985, "Bayesian Equilibrium and Incentive Compatibility: An Introduction", in *Social Goals and Social Organization*, L. Hurwicz, D. Schmeidler and H. Sonnenschein, eds. Cambridge University Press.

Myerson, R., and M. Satterthwaite, 1983, "Efficient Mechanisms of Bilateral Trading", *Journal of Economic Theory* 28:265 —81.

Palfrey, T., and S. Srivastava, 1987, "Mechanism Design with Incomplete Information: A Solution to the Implementation", Carnegie-Mellon University, Mimeo.

Vickery, W., 1961, "Counterspeculation, Auction. and Competitive Sealed Tenders", *Journal of Finance*, 16:8—37.

田国强,1995,《经济机制设计理论与信息经济学》,载《经济学与中国经济改革》,北京大学中国经济研究中心编,上海人民出版社。

4

不完全信息动态博弈

本章包括 5 节，4.1 节通过一个例子引入精炼贝叶斯纳什均衡概念；4.2 节讨论一种特殊但应用广泛的动态博弈——信号传递博弈；4.3 节讨论精炼贝叶斯均衡概念存在的问题、剔除不合理均衡的办法，并简单介绍其他均衡概念；4.4 节讨论不完全信息下的重复博弈及声誉模型；4.5 节对博弈论的不同均衡概念作一个简要概括。

4.1 精炼贝叶斯纳什均衡

4.1-1 基本思路

在不完全信息动态博弈(dynamic game of incomplete information)中，"自然"首先选择参与人的类型，参与人自己知道，其他参与人不知道；在自然选择之后，参与人开始行动，参与人的行动有先有后，后行动者能观测到先行动者的行动，但不能观测到先行动者的类型。但是，因为参与人的行动是类型

依存的，每个参与人的行动都传递着有关自己类型的某种信息，后行动者可以通过观察先行动者所选择的行动来推断其类型或修正对其类型的先验信念（概率分布），然后选择自己的最优行动。先行动者预测到自己的行动将被后行动者所利用，就会设法选择传递对自己最有利的信息，避免传递对自己不利的信息。因此，博弈过程不仅是参与人选择行动的过程，而且是参与人不断修正信念的过程。**精炼贝叶斯均衡**是不完全信息动态博弈均衡的基本均衡概念，它是泽尔腾（Selten）的完全信息动态博弈子博弈精炼纳什均衡和海萨尼（Harsanyi）的不完全信息静态博弈贝叶斯均衡的结合。精炼贝叶斯均衡要求，给定有关其他参与人的类型的信念，参与人的战略在每一个信息集开始的“后续博弈”上构成贝叶斯均衡；并且，在所有可能的情况下，参与人使用贝叶斯法则修正有关其他参与人的类型的信念。[1]

让我们再一次考虑市场进入的例子。假定有两个时期，$t=1,2$。在 $t=1$，市场上有一个垄断企业（“在位者”）在生产，一个潜在的进入者考虑是否进入；如果进入者进入，在 $t=2$，两个企业进行库诺特博弈，否则，在位者仍然是一个垄断者。假定在位者有两个可能的类型：高成本或低成本，进入者在博弈开始时只知道在位者是高成本的概率是 μ，低成本的概率是 $1-\mu$。这个概率称为进入者的先验信念（prior beliefs）。假定进入者只有一个类型：进入成本为 2；如果进入的话，生产成本函数与高成本的在位者的成本函数相同。在 $t=1$，在进入者决定是否进入之前，作为垄断者的在位者要决定该时期

[1] 我们将在后面解释“在可能的情况下”这个限制条件的涵义。

的价格(或生产量),假定只有三种可能的价格选择:$p=4$,$p=5$ 或$p=6$。如果在位者是高成本,对应三种价格选择的利润分别是:2、6 或 7;如果在位者是低成本,对应的利润分别是:6、9 或 8。因此,高成本在位者的单阶段最优垄断价格是 $p=6$,低成本的单阶段最优垄断价格是 $p=5$(记住,最优垄断价格总是边际成本的增函数)。在 $t=2$,如果进入者已经进入,在位者的成本函数变成共同知识;如果在位者是高成本,两个企业的成本函数相同,对称的库诺特均衡产量下的价格为 $p=5$,每个企业的利润是 3,扣除进入成本 2,进入者的净利润是 1;如果在位者是低成本,两个企业的成本函数不同,非对称库诺特均衡产量下的价格是 4,在位者的利润是 5,进入者的利润是1,扣除进入成本 2,进入者的净利润是-1。如果进入者不进入,$t=2$ 时期在位者仍然是一个垄断者,不同价格选择下的利润水平与第一阶段相同。我们构造了这些数字使得在完全信息情况下,如果在位者是高成本,进入者选择进入;如果在位者是低成本,进入者选择不进入。

图 4.1 是这个博弈的一个简化的扩展式表述。图中在位者有两个单结信息集,表示在位者知道"自然"的选择(自己的类型);三条虚线表示进入者有三个信息集,每个信息集有两个决策结(用虚线连接),表示进入者能观测到在位者的价格选择但不能观测到在位者的成本函数(即进入者观测到 $p=4$,$p=5$ 或 $p=6$,但每一种价格可能是高成本在位者的选择也可能是低成本在位者的选择)。我们将第一阶段不同价格选择下的利润向量写在博弈树的终点结,尽管实际支付在进入者决定是否进入之前就已实现。注意,进入者第一阶段的利润恒为 0。我们省略了第二阶段博弈的扩展式,代之以库诺

特均衡支付向量和垄断利润。这样做的理由是，在博弈进入第二阶段后，如果进入者已经进入，库诺特均衡产量（和对应的价格）是每个企业的最优选择；如果进入者没有进入，单阶段垄断产量（和价格）是在位者的最优选择。

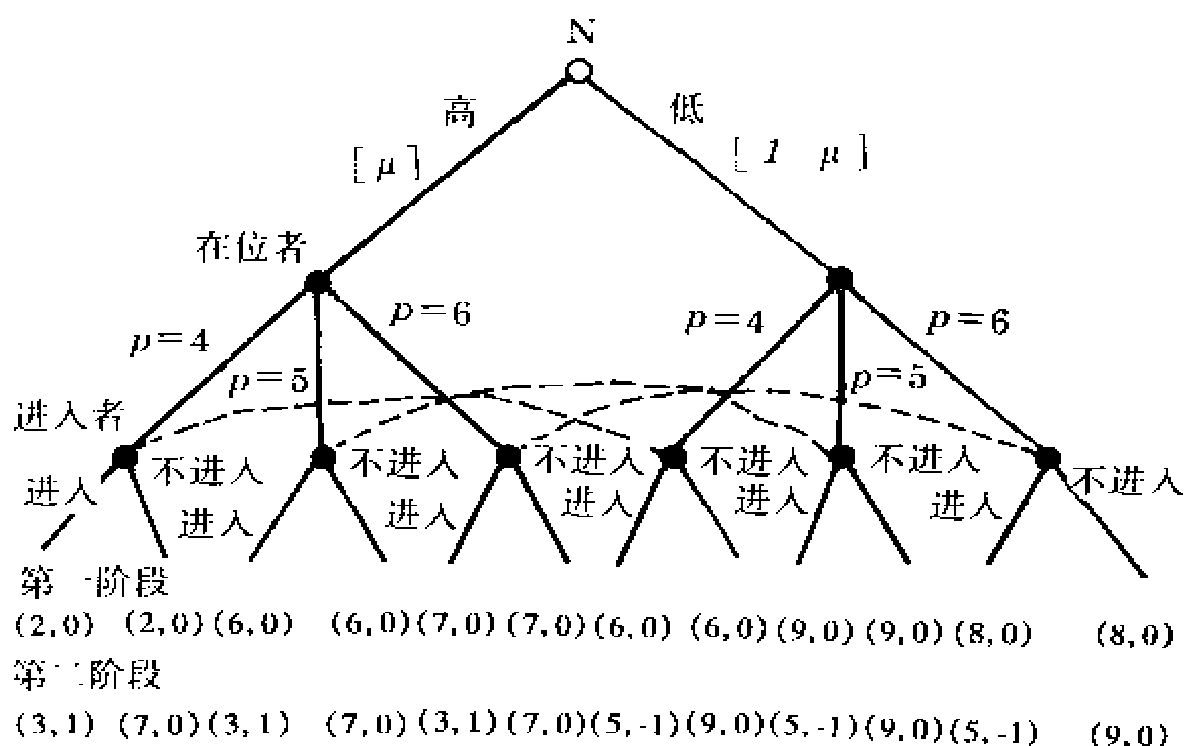


图 4.1　市场进入博弈

尽管当博弈进入第二阶段后，企业的行动选择是一个简单的静态博弈决策问题，但第一阶段的选择要复杂得多。进入者是否进入依赖于它对在位者成本函数的判断：给定在位者是高成本时进入的净利润为 1，低成本时进入的净利润是 −1，当只当进入者认为在位者是高成本的概率大于 1/2 时，进入者才会选择进入。这一点与我们在上一章讨论的不完全信息静态博弈的进入决策没有什么不同。但与静态博弈不同的是，现在，在观测到在位者第一阶段的价格选择后，进入者可以修正对在位者成本函数的先验概率 μ，因为在位者的价

格选择可能包含着有关其成本函数的信息。比如说，无论在何种情况下，低成本的在位者不会选择 $p=6$（因为低成本的在位者不希望进入者认为自己是高成本），因此，如果进入者观测到在位者选择了 $p=6$，它就可以推断在位者一定是高成本，选择进入是有利可图的。预测到选择 $p=6$ 会招致进入者进入，即使高成本的在位者也可能不会选择 $p=6$，尽管 $p=6$ 是单阶段的最优垄断价格。类似地，低成本的在位者也可能不会选择 $p=5$，如果 $p=5$ 会招致进入者进入的话。这里，问题的核心是在位者必须考虑价格选择的信息效应：不同的价格如何影响进入者的后验概率从而影响进入者的进入决策。一个非单阶段最优价格会减少现期利润，但如果它能阻止进入者进入，从而使在位者在第二阶段得到垄断利润而不是库诺特均衡利润，如果垄断利润与库诺特均衡利润之间的差距足够大，如果在位者有足够的耐心，选择一个非单阶段最优价格可能是最优的。我们将看到，在均衡情况下，在位者究竟选择什么价格，不仅与其成本函数有关，而且与进入者的先验概率 μ 有关；而不论 μ 为多少，单阶段最优垄断价格不构成一个均衡。

为了分析上述动态博弈的均衡结果，仅仅使用上一章定义的贝叶斯纳什均衡是不够的。这是因为，在静态贝叶斯均衡中，参与人的信念是事前给定的，均衡概念没有规定参与人如何修正自己的信念。但是，如果进入者可以任意地修正自己有关在位者成本函数的信念，上述不完全信息动态博弈可以有任意的贝叶斯均衡。比如说，假定 $\mu=\mu^{*}<1/2$，下列战略组合是一个贝叶斯均衡：不论在位者选择什么价格，进入者总是认为在位者是高成本的概率为 $\mu^{*}<1/2$，总是选择不进入；高成

本的在位者选择 $p=6$，低成本的在位者选择 $p=5$。这个战略组合是一个贝叶斯均衡，因为，给定信念 $\mu^{*}<1/2$ 和在位者的战略，进入者选择不进入是最优的；给定进入者总是选择不进入，在位者选择单阶段最优垄断价格是最优的（第一阶段的选择对第二阶段的结果没有影响）。但显然，这个均衡是不合理的，因为它包含一个不可置信的威胁：进入者不会修正对在位者成本函数的信念。给定 $p=6$ 不可能是低成本在位者的最优选择，如果在位者选择了 $p=6$，进入者为什么仍然认为在位者是高成本的概率小于 1/2 呢？

在第 2 章中，我们引入了子博弈精炼纳什均衡概念剔除那些包含不可置信威胁战略的纳什均衡。但在如图 4.1 所示的不完全信息动态博弈中，子博弈精炼均衡概念并不能给我们直接帮助，因为不完全信息博弈只有一个子博弈，即从初始结开始的整个博弈，因此，所有的均衡都是子博弈精炼均衡。在图 4.1，进入者的每一个信息集都包含两个决策结，除非进入者知道自己处在每一个决策结上的概率，否则，他不可能作出决策。

不过，尽管子博弈精炼均衡不能直接应用于上述博弈，但子博弈精炼均衡概念的逻辑是适用的。精炼纳什均衡要求均衡战略不仅在整个博弈上构成纳什均衡，而且要求在每个子博弈上构成纳什均衡。仿照这一逻辑，如果我们将从每一个信息集开始的博弈的剩余部分称为一个“后续博弈”(continuation game)（不同于子博弈，因为子博弈必须开始于单结信息集，并且不能切割信息集），一个“合理”的均衡应该满足如下要求：给定每一个参与人有关其他参与人类型的后验信念，参与人的战略组合在每一个后续博弈上构成贝叶斯均衡。

但要求战略组合在每一个后续博弈上构成贝叶斯均衡仍然没有剔除"总是认为在位者是高成本的概率为 $\mu^{*}<1/2$"这样的不合理行为。剔除这种不合理行为的方式是，假定参与人(在所有可能的情况下)根据贝叶斯规则(Bayes' rule)修正先验信念；并且，每个参与人都假定其他参与人选择的是均衡战略。

精炼贝叶斯均衡(perfect Bayesian equilibrium)是贝叶斯均衡、子博弈精炼均衡和贝叶斯推断的结合。它要求：(1)在每一个信息集上，决策者必须有一个定义在属于该信息集的所有决策结上的一个概率分布(信念)；(2) 给定该信息集上的概率分布和其他参与人的后续战略[1]，参与人的行动必须是最优的；(3) 每一个参与人根据贝叶斯法则和均衡战略修正后验概率。

4.1—2 贝叶斯法则

理解贝叶斯法则对理解精炼贝叶斯均衡概念是至关重要的。在给出精炼贝叶斯均衡的正式定义之前，我们先来解释一下贝叶斯法则(熟悉贝叶斯法则的读者可以跳过本小节)。

在日常生活中，当面临不确定性时，在任何一个时点上，我们对某件事情发生的可能性有一个判断。然后，我们会根据新的信息来修正这个判断。统计学上，修正之前的判断称为"先验概率"(prior probability)，修正之后的判断称为"后验概率"(posterior probability)。贝叶斯法则正是人们根据新的

---

① 后续战略(subsequent strategy)是从给定信息集开始的后续博弈上的完备的行动规则。

信息从先验概率得到后验概率的基本方法。

让我们以不完全信息博弈为例说明贝叶斯法则。如通常一样，我们假定参与人的类型是独立分布的。假定参与人 i 有 K 个可能的类型，有 H 个可能的行动。我们用 θ^k 和 a^h 分别代表一个特定的类型和一个特定的行动(因为我们现在只考虑一个参与人，我们省略了下标 i)。假定 i 属于类型 θ^k 的先验概率是 $p(\theta^k)\geqslant 0,\sum_{k=1}^{K}p(\theta^k)=1$；给定 i 属于 θ^k，i 选择 a^h 的条件概率为 $p(a^h|\theta^k),\sum_h p(a^h|\theta^k)=1$。那么，$i$ 选择 a^h 的边缘概率是：

$$\begin{aligned}\text{Prob}\{a^h\} &= p(a^h|\theta^1)p(\theta^1)+,\cdots,+p(a^h|\theta^K)p(\theta^K)\\ &= \sum_{k=1}^{K}p(a^h|\theta^k)p(\theta^k)\end{aligned}$$

即参与人 i 选择行动 a^h 的“总”概率是每一种类型的 i 选择 a^h 的条件概率 $p(a^h|\theta^k)$ 的加权平均，权数是他属于每种类型的先验概率 $p(\theta^k)$。

我们现在要问的问题是：假如我们观测到 i 选择了 a^h，i 属于类型 θ^k 的后验概率是多少？

我们用 $\text{Prob}\{\theta^k|a^h\}$ 代表这个后验概率，即给定 a^h 的情况下 i 属于类型 θ^k 的概率。根据概率公式：

$$\begin{aligned}\text{Prob}(a^h,\theta^k) &\equiv p(a^h|\theta^k)p(\theta^k)\\ &\equiv \text{Prob}\{\theta^k|a^h\}\text{Prob}\{a^h\}\end{aligned}$$

即 i 属于 θ^k 并选择 a^h 的联合概率等于 i 属于 θ^k 的先验概率乘以 θ^k 类型的参与人选择 a^h 的概率，或等于 i 选择 a^h 的总概率乘以给定 a^h 情况下 i 属于 θ^k 的后验概率。因此，我们有：

$$\text{Prob}\{\theta^k|a^h\}\equiv\frac{p(a^h|\theta^k)p(\theta^k)}{\text{Prob}\{a^h\}}$$

$$= \frac{p(a^h|\theta^k)p(\theta^k)}{\sum_{j=1}^{K} p(a^h|\theta^j)p(\theta^j)}$$

这就是**贝叶斯法则**。读者应该记住贝叶斯法则的推导过程，因为记住了推导过程你就不会忘掉贝叶斯法则。

应该指出的是，贝叶斯法则并不是一个技术性法则，而是人们修正信念的唯一合理方法。

精炼贝叶斯均衡假定参与人是根据贝叶斯法则修正先验概率的。不过，贝叶斯法则要求 $\text{Prob}\{a^h\}>0$，即参与人 i 必须以正的概率选择 a^h，否则，后验概率没有定义。如果 $\text{Prob}\{a^h\}=0$，我们允许 $\text{Prob}\{\theta^k|a^h\}$ 在 $[0,1]$ 区间取任何值，只要所取的值与均衡战略相容。在动态博弈中，$\text{Prob}\{a^h\}=0$ 对应的是非均衡路径上的信息集。

为了使读者熟悉贝叶斯法则，让我们举一个生活中的例子。如果我们把所有的人划分为好人(GP)和坏人(BP)两类，所有的事划分为好事(GT)和坏事(BT)两类，[①] 那么，一个人干好事的概率等于他是好人的概率 $p(GP)$ 乘以好人干好事的概率 $p(GT|GP)$，加上他是坏人的概率 $p(BP)$ 乘以坏人干好事的概率 $p(GT|BP)$：

$$\text{Prob}\{GT\} = p(GT|GP)p(GP) + p(GT|BP)p(BP)$$

假定我们观测到一个人干了一件好事，那么，这个人是好人的后验概率为：

---

① 这里，为了便于读者记忆，我们使用了英文缩写，如"GP"代表"good person"。另外要说明的是，我举这个例子只是为了解释概念，并不意味着这样的划分有什么科学依据。

$$\text{Prob}\{GP|GT\} = \frac{p(GT|GP)p(GP)}{\text{Prob}\{GT\}}$$

为了更具体一点，让我们假定，我们认为这个人是好人的先验概率为 1/2。那么，在观测到他干了好事之后，我们如何修正他是好人的先验概率依赖于我们认为这件好事好到什么程度。让我们考虑三种极端的情况。第一种情况是，这是一件非常好的好事，好人一定干，坏人绝不可能干，即 $p(GT|GP)=1$，$p(GT|BP)=0$。那么，

$$\text{Prob}\{GP|GT\} = \frac{1 \times 1/2}{1 \times 1/2 + 0 \times 1/2} = 1$$

就是说，尽管我们原来认为这个人是好人的可能性是 1/2，但在观测到他干了这件好事后，我们会得出结论说：他肯定是个好人。

第二种情况是，这是一件非常一般的好事，好人会干，坏人也会干，即 $p(GT|GP)=1$，$p(GT|BP)=1$。那么，

$$\text{Prob}\{GP|GT\} = \frac{1 \times 1/2}{1 \times 1/2 + 1 \times 1/2} = 1/2$$

即我们对他的看法不会改变。

第三种情况介于上述两种情况之间：这件好事好人肯定会干，但坏人可能干也可能不干，概率各为 1/2，那么，

$$\text{Prob}\{GP|GT\} = \frac{1 \times 1/2}{1 \times 1/2 + 1/2 \times 1/2} = 2/3$$

即我们认为他是好人的可能性增加了，但他仍有 1/3 的可能性是坏人。

假如我们观测到这个人干了一件坏事，我们将如何改变对他的看法呢？如果我们相信，好人绝不会干坏事，只有坏人才会干坏事，那么，我们可以肯定，他绝不可能是一个好人：

$$\text{Prob}\{GP|BT\} = \frac{0 \times 1/2}{0 \times 1/2 + p \times 1/2} = 0$$

这里，$p>0$ 是坏人干这件坏事的概率。或者说，他肯定是一个坏人：

$$\text{Prob}\{BP|BT\} = \frac{p \times 1/2}{0 \times 1/2 + p \times 1/2} = 1$$

如果我们原来认为一个人 100%的是好人，但突然发现他干了一件坏事。我们该如何改变对他的看法呢？显然，我们对他的看法会有一个彻底的改变：嗨，原来他是个坏人。尽管此时我们不能使用贝叶斯法则，但我们的这个改变与贝叶斯法则并不矛盾。

如果我们原来认为他肯定是一个坏人，突然发现他干了一件好事。我们又该如何看待这个人呢？如果我们认为坏人干好事的目的仅仅是为了假装好人，如果这个人是在知道我们认为他是坏人的情况下干了好事，那么，我们认为这个人是坏人的后验概率可以是[0,1]区间的任何数(不过，一般来说，我们不会马上认为这个人一定是好人，除非这件好事非常非常地好，因为否则的话，坏人总是有积极性干一件好事以使我们认为他是一个好人)。当然，如果我们认为坏人干好事并不仅仅是为了假装好人，我们对他的看法就不会改变，因为根据贝叶斯法则：

$$\text{Prob}\{BP|GT\} = \frac{p \times 1}{q \times 0 + p \times 1} = 1$$

这里，$p>0$是坏人干好事的概率，$q>0$是好人干好事的概率。

从上述例子中可以看到，我们如何改变对一个人的看法不仅依赖于我们认为他是好人或坏人的先验概率，而且依赖

于我们如何“认为”好人干好事和坏人干好事的条件概率。这一点对于理解精炼贝叶斯均衡概念是非常重要的。我们当然不能任意地“认为…”。特别地，在精炼贝叶斯均衡中，参与人的“认为”必须是正确的；就是说，当我们认为坏人干好事的概率为 $p(GT|BP)$时，在给定信息情况下(包括这个人知道我们如何修正对他的看法)，如果这个人确实是坏人，那么，$p(GT|BP)$是他的最优选择，或者说 $p(GT|BP)$是均衡战略(极端地，当 $p(GT|BP)=1$，干好事一定是他的最优选择)。

4.1—3 精炼贝叶斯均衡

我们现在来给出精炼贝叶斯均衡概念的正式定义。假定有 n 个参与人，参与人 i 的类型是 $\theta_i\in\Theta_i$，θ_i 是私人信息，$p_i(\theta_{-i}|\theta_i)$是属于类型 θ_i 的参与人 i 认为其他 $n-1$ 个参与人属于类型 $\theta_{-i}=(\theta_1,\cdots,\theta_{i+1},\theta_{i-1},\cdots,\theta_n)$的先验概率。令 S_i 是 i 的战略空间，$s_i\in S_i$ 是一个特定的战略(依赖于类型 θ_i)，$a_{-i}^h=(a_1^h,\cdots,a_{i-1}^h,a_{i+1}^h,\cdots,a_n^h)$是在第 h 个信息集上参与人 i 观测到的其他 $n-1$ 个参与人的行动组合，它是战略组合 $s_{-i}=(s_1,\cdots,s_{i-1},s_{i+1},\cdots,s_n)$的一部分(即 s_{-i} 规定的行动)，$\tilde{p}_i(\theta_{-i}|a_{-i}^h)$是在观测到 a_{-i}^h的情况下参与人 i 认为其他 $n-1$ 个参与人属于类型 $\theta_{-i}=(\theta_1,\cdots,\theta_{i+1},\theta_{i-1},\cdots,\theta_n)$的后验概率，$\tilde{p}_i$ 是所有后验概率 $\tilde{p}_i(\theta_{-i}|a_{-i}^h)$的集合(即 $\tilde{p}_i$ 包括了参与人 i 在每一个信息集 h 上的后验概率)，$u_i(s_i,s_{-i},\theta_i)$是 i 的效用函数。那么，精炼贝叶斯均衡可以定义如下：

定义：精炼贝叶斯均衡是一个战略组合 $s^*(\theta)=(s_1^*(\theta_1),\cdots,s_n^*(\theta_n))$和一个后验概率组合 $\tilde{p}=(\tilde{p}_1,\cdots,\tilde{p}_n)$，满足：

(P) 对于所有的参与人 i，在每一个信息集 h，

$$s_i^*(s_{-i},\theta_i) \in \arg\max_{s_i} \sum_{\theta_{-i}} \tilde{p}_i(\theta_{-i} | a_{-i}^h) u_i(s_i, s_{-i}, \theta_i);$$

(B) $\tilde{p}_i(\theta_{-i}|a_{-i}^h)$ 是使用贝叶斯法则从先验概率 $p_i(\theta_{-i}|\theta_i)$，观测到的 a_{-i}^h 和最优战略 $s_{-i}^*(.)$ 得到(在可能的情况下)。

注意，尽管我们只写出纯战略均衡，上述定义也适用于混合战略(行为战略)。

在上述定义中，(P)是精炼条件(perfectness condition)，它说的是，给定其他参与人的战略 $s_{-i}=(s_1,\cdots,s_{i-1},s_{i+1},\cdots,s_n)$ 和参与人 i 的后验概率 $\tilde{p}_i(\theta_{-i}|a_{-i}^h)$，每个参与人 i 的战略在所有从信息集 h 开始的后续博弈上都是最优的，或者说，所有参与人都是序贯理性的(sequential rationality)。显然，这个条件是子博弈精炼均衡在不完全信息动态博弈上的扩展。在完全信息静态博弈中，子博弈精炼纳什均衡要求均衡战略在每一个子博弈上构成纳什均衡；类似地，在不完全信息动态博弈中，精炼贝叶斯均衡要求均衡战略在每一个"后续博弈"上构成贝叶斯均衡。(B) 对应的是贝叶斯法则的运用。如果参与人是多次行动的，修正概率涉及到贝叶斯法则的重复运用。这里需要指出的是，因为战略是一个行动规则，它本身是不可观测的，因此参与人 i 只能根据观测到的行动组合 $a_{-i}=(a_1,\cdots,a_{i-1},a_{i+1},\cdots,a_n)$ 修正概率，但他假定所观测到的行动是最优战略 $s_{-i}=(s_1,\cdots,s_{i-1},s_{i+1},\cdots,s_n)$ 规定的行动。限制条件"在可能的情况下"来自这样的事实：如果 a_{-i} 不是均衡战略下的行动，观测到的 a_{-i} 是一个零概率事件，此时，贝叶斯法则对后验概率没有定义，任何的后验概率 $\tilde{p}_i(\theta_{-i}|a_{-i})\in[0,1]$ 都

是允许的，只要它与均衡战略相容。在 4.3 节我们将讨论如何对非均衡路径上后验概率施加某些限制以改进精炼贝叶斯均衡，以进一步精炼均衡概念。

上述定义的要点是，精炼贝叶斯均衡是均衡战略和均衡信念的结合：给定信念 $\tilde{p}=(\tilde{p}_1,\cdots,\tilde{p}_n)$，战略 $s^*=(s_1^*,\cdots,s_n^*)$ 是最优的；给定战略 $s^*=(s_1^*,\cdots,s_n^*)$，信念 $\tilde{p}=(\tilde{p}_1,\cdots,\tilde{p}_n)$是使用贝叶斯法则从均衡战略和所观测到的行动得到的。因此，精炼贝叶斯均衡是一个对应的不动点(fixed point of a correspondence)：

$$s\in s^*(\tilde{p}(s));\ \tilde{p}\in\tilde{p}^*(s^*(\tilde{p}))$$

有一点需要特别强调的是，因为精炼贝叶斯均衡是一个不动点，后验概率依赖于战略，战略依赖于后验概率，因此，完全信息博弈中用逆向归纳法(backward induction)求解精炼均衡的办法在不完全信息博弈中并不适用(如果我们不知道先行动者如何选择，我们就不可能知道后行动者应该如何选择)。我们必须使用前向法(forward manner)进行贝叶斯修正。

有了上述定义，让我们回过头来看看本节一开始引入的市场进入博弈的精炼贝叶斯均衡。在这个例子中，在位者有两个潜在类型，进入者只有一个类型。因此，只有进入者修正信念。令 $\tilde{\mu}(p)$是进入者在观测到在位者的价格选择后认为在位者是高成本的后验概率(注意，这里 p 代表价格而不是概率)。我们首先证明，不论先验概率 μ 是多少，在第一阶段，高成本在位者选择单阶段最优垄断价格 $p=6$ 和低成本在位者选择单阶段最优垄断价格 $p=5$ 不是一个精炼贝叶斯均衡。这一点很容易证明。如果在位者这样选择，进入者观测到 $p=$

6 就知道在位者是高成本，即 $\tilde{\mu}(6)=1$；观测到 $p=5$ 就知道在位者是低成本，$\tilde{\mu}(5)=0$。给定这个后验信念，我们知道，进入者将进入，当只当他观测到 $p=6$。但是，考虑高成本的在位者。如果他选择 $p=6$，第一阶段得到 7 单位的垄断利润，第二阶段得到 3 单位的寡头利润，总贴现利润为 10 单位（假定没有贴现）。但是，如果他模仿低成本企业，选择 $p=5$，第一阶段的利润是 6 单位，第二阶段的利润是 7 单位，总利润是 13 单位。因此，$p=6$ 不是高成本在位者的最优选择，上述战略不构成精炼贝叶斯均衡（为了表述的方便，我们用"他"代表在位者，"她"代表进入者）。

现在让我们考虑两种不同情况下的均衡，即 $\mu<1/2$ 和 $\mu\geq 1/2$。首先考虑 $\mu<1/2$ 的情况。我们将证明，在这种情况下，精炼贝叶斯均衡是：不论高成本还是低成本，在位者选择 $p=5$；进入者将进入，当只当她观测到 $p=6$（基于 $\tilde{\mu}(6)=1$）。

给定进入者的后验概率和战略，如果高成本在位者选择 $p=6$，进入者进入，他第一阶段利润是 7，第二阶段利润是 3，总利润是 10；但是，如果他选择 $p=5$，进入者不进入，他第一阶段的利润是 6，第二阶段的利润 7，总利润是 13。因此，牺牲第一阶段的 1 单位利润以换取第二阶段的 4 单位利润是合算的，$p=5$ 是最优的。类似地，给定进入者的后验概率和战略，低成本在位者选择 $p=5$ 时的总利润是 $9+9=18$，大于选择任何其他价格时的利润，因此，$p=5$ 也是低成本在位者的最优选择。给定两类在位者都选择 $p=5$，进入者不能从观测到的价格中得到任何新的信息，即 $\tilde{\mu}(5)=(1\times\mu)/(1\times\mu+1\times(1-\mu))=\mu<1/2$，进入的期望利润是 $\mu(1)+(1-\mu)(-1)=2\mu-1<0$，不进入的期望利润是 0，因此不进入是最优的。进

一步，因为 $p=6$ 是非均衡路径，$\tilde{\mu}(6)=1$ 与假定的均衡战略是相容的（读者可以检查一下，所有 $\tilde{\mu}(6)\geqslant 1/2$ 与均衡相容，所有 $\tilde{\mu}(6)<1/2$ 不构成均衡）。

上述均衡称为**混同均衡**（pooling equilibrium），因为两类在位者选择相同的价格。直观地讲，因为 $\mu<1/2$，如果进入者不能从在位者的价格选择中得到新的信息，她选择不进入。因此，高成本的在位者可以通过选择与低成本的在位者相同的价格隐藏自己是高成本这个事实，低成本的在位者也没有必要披露自己是低成本这个事实。

现在考虑 $\mu\geqslant 1/2$ 的情况。首先注意到，如果不同类型的在位者选择相同的价格，进入者得不到新的信息，她将选择进入，因为 $\mu(1)+(1-\mu)(-1)=2\mu-1\geqslant 0$。但是，给定进入者一定会进入，在位者的最优选择是单阶段最优垄断价格，即高成本在位者选择 $p=6$，低成本在位者选择 $p=5$。而我们已经证明，这不可能是一个均衡。

我们现在证明，如果 $\mu\geqslant 1/2$，精炼贝叶斯均衡是：低成本的在位者选择 $p=4$，高成本的在位者选择 $p=6$；进入者选择不进入，如果观测到 $p=4$（基于 $\tilde{\mu}(4)=0$）；选择进入，如果观测到 $p=6$ 或 $p=5$（基于 $\tilde{\mu}(6)=1,\tilde{\mu}(5)\geqslant 1/2$）。

首先考虑低成本在位者的战略。给定进入者的后验概率和战略，如果低成本的在位者选择 $p=4$，进入者不进入，他的第一阶段利润是 6，第二阶段的利润是 9，总利润是 15；如果他选择单阶段垄断价格 $p=5$，进入者进入，他的总利润是 $9+5=14$，因此，选择 $p=4$ 是最优的。再考虑高成本在位者的战略。给定进入者的后验概率和战略，如果高成本的在位者选择 $p=4$，进入者不进入，他的第一阶段利润是 2，第二阶段的利

润是 7，总利润是 9；如果他选择单阶段垄断价格 $p=6$，进入者进入，他的总利润是 $7+3=10$，因此，选择 $p=6$ 是最优的。现在考虑进入者的后验概率和战略。给定在位者的战略，$\tilde{\mu}(6)=1$ 和 $\tilde{\mu}(4)=0$ 是正确的；因此进入者的最优战略是：如果观测到 $p=6$，选择进入；如果观测到 $p=4$，选择不进入。因为 $p=5$ 不是均衡战略，我们可以规定 $\tilde{\mu}(5)\geqslant 1/2$。读者可以检查，所有 $\tilde{\mu}(5)\geqslant 1/2$ 与均衡是相容的，而所有 $\tilde{\mu}(5)<1/2$ 不构成均衡（提示：如果 $\tilde{\mu}(5)<1/2$，两类在位者都将选择 $p=5$，但给定这个战略，$\tilde{\mu}(5)=\mu\geqslant 1/2$）。因此，所假定的战略和后验概率是一个精炼贝叶斯均衡。

上述均衡称为**分离均衡**（separating equilibrium），因为不同类型的在位者选择不同的价格，特别地，低成本在位者选择了非单阶段最优价格 $p=4$，高成本的在位者选择了单阶段最优垄断价格 $p=6$。直观地讲，因为如果低成本在位者选择单阶段垄断价格 $p=5$，他将无法把自己与高成本的在位者分开，进入者将进入，但如果他选择 $p=4$，高成本在位者不会模仿，进入者不进入，因此低成本的在位者宁愿放弃 3 单位的现期利润以换取 4 单位的下期利润。高成本的在位者之所以不选择 $p=4$，是因为他的成本太高，下阶段的 4 单位利润不足以弥补现期 5 单位的损失。注意，在这个均衡中，进入者的实际进入决策与完全信息下相同（即在位者是高成本时进入，低成本时不进入）；不完全信息带来的唯一后果是，低成本的在位者损失 3 单位的利润，这可以是说他为证明自己是低成本而支付的“认证”费用。当然，从消费者的角度看，这是一件好事。

4.1—4 不完美信息博弈的精炼贝叶斯均衡

因为不完全信息博弈被模型为不完美信息博弈，精炼贝叶斯均衡概念也适用于不完美信息博弈。考虑图 4.2 所示的博弈。在这个博弈中，有两个参与人，$i=1,2$。参与人 1 首先行动，选择 L、M、或 R。如果他选择 L，博弈结束，支付向量为 (1,3)；如果他选择 M 或 R，参与人 2 选择 U 或 B，但参与人 2 在作出自己的决策时并不知道参与人 1 是选择了 M 还是 R，尽管他知道 L 没有被选择。

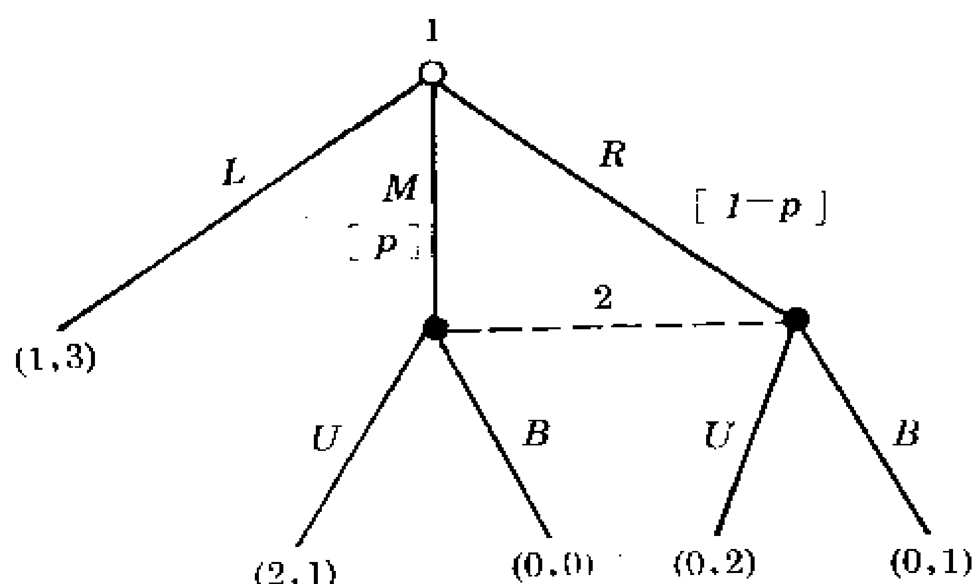


图 4.2　不完美信息博弈

这个博弈有两个纯战略纳什均衡：(L,B)和(M,U)。（检查一下为什么(L,B)是一个纳什均衡：给定参与人 1 选择 L，参与人 2 的信息集没有到达；给定参与人 2 选择 B，L 是参与人 1 的最优选择。）进一步，因为这个博弈只有一个子博弈，即原博弈，(L,B)和(M,U)都是子博弈精炼纳什均衡。但是，精炼纳什均衡(L,B)显然依赖于一个不可置信的威胁：如果博弈进入参与人 2 的信息集，U 严格优于 B，选择 B 不是序贯理

性的；因此，参与人 1 不应该相信参与人 2 会选择 B。

尽管子博弈精炼均衡不能剔除 (L,B)，我们可以使用精炼贝叶斯均衡剔除 (L,B)。根据精炼贝叶斯均衡，当博弈进入参与人 2 的信息集时，参与人 2 必须有一个参与人 1 选择了 M 和 R 的概率分布。假定参与人 2 认为参与人 1 选择 M 和 R 的概率分别为 p 和 $(1-p)$。给定这个信念，参与人 2 选择 U 的期望效用是 $p\times1+(1-p)\times2=2-p$，选择 B 的期望效用是 $p\times0+(1-p)\times1=1-p$。因为不论 p 为何值，$2-p>1-p$，参与人 2 一定会选择 U。给定参与人 1 知道参与人 2 将选择 U，参与人 1 的最优选择是 M。但给定 M 是参与人 1 的最优战略，当参与人 2 观测到参与人 1 没有选择 L 时，他知道参与人 1 一定选择了 M，即 $p=1$。因此，这个博弈的唯一的精炼贝叶斯均衡是 $\{M,U;p=1\}$。[①]

为了理解"信念"的重要性，让我们再举一个稍微复杂一点的例子。考虑图 4.3，这里，有 3 个参与人，$i=1,2,3$。参与人 1 先行动，可以选择 L 或 R；如果他选择 R，参与人 2 可以选择 U 或 B；如果参与人 2 选择 B，博弈结束；如果参与人 2 选择 U，或参与人 1 选择 L（此时参与人 2 无选择），参与人 3 可以选择 A 或 D，博弈结束。注意，当博弈进入参与人 3 的信息集时，参与人 3 不知道是参与人 1 选择了 L 还是参与人 1 选择了 R、参与人 2 选择了 U；因此，参与人 3 的信息集包含两个决策结。

① 事实上，因为对参与人 1 来说，M（弱）优于 R，如果博弈进入参与人 2 的信息集，参与人 2 不应该认为有任何正的概率参与人 1 选择了 R。参阅 4.3 节的讨论。

这个博弈的一个纳什均衡是(L,B,A)，即参与人1选择L，参与人2选择B，参与人3选择A。这是一个纳什均衡，因为给定参与人2和3的选择，L是参与人1的最优选择；给定参与人1和2的选择，A是参与人3的最优选择；B是参与人2的最优选择，因为博弈不进入他的信息集。

但是这个均衡很难说是合理的。参与人2在非均衡路径，我们有理由怀疑他的选择。给定参与人3选择A，如果博弈进入参与人2的信息集，参与人2应该选择U而不是B，因为选择U得到5单位而选择B得到3单位。但是，如果参与人2选择U而不是B，参与人1应该选择R而不是L。进一步，如果参与人1选择R、参与人2选择U，参与人3的最优选择是D而不是A。但如果参与人3选择D，参与人2应该选择B。(这样，我们得到另一个纳什均衡：(R,B,D)。)

我们不可能使用子博弈精炼均衡剔除(L,B,A)，因为唯一的子博弈是原博弈。但我们可以使用精炼贝叶斯均衡剔除(L,B,A)。精炼贝叶斯均衡要求：(1) 每一个参与人的信息集上有一个概率分布；(2) 给定概率分布和其他参与人的选择，每个参与人的战略是最优的；(3)概率分布是使用贝叶斯法则从最优战略和观测到的行动得到的(在可能的情况下)。在图4.3，参与人1和2各有一个单结信息集，因此如果博弈进入他们的信息集的话，他们知道在决策结的概率是1。但参与人3的信息集有两个决策结，因此他的概率分布必须规定每个决策结上的概率。令p为参与人3处在左边决策结的概率。战略组合(L,B,A)事实上隐含地假定$p=1$，但这个概率分布与战略是不一致的。这是因为，尽管给定这个概率分布和其他参与人的选择，参与人1和3的战略是最优的(事实上，

只要参与人 3 相信 $p \geq 2/5$，选择 A 就是最优的)，但参与人 2 的战略不是最优的：如果 A 是参与人 3 的最优选择，参与人 2 就应该选择 U 而不是 B。因此，(L,B,A)不满足要求(2)。进一步，如果 B 不是参与人 2 的最优选择，参与人 3 认为 $p=1$ 就是不合理的，因此，(L,B,A)(及与它相联系的 $p=1$)也不满足要求(3)。读者可以检查一下，在这个博弈中，$(R,B,D;p<2/5)$是一个精炼贝叶斯均衡。

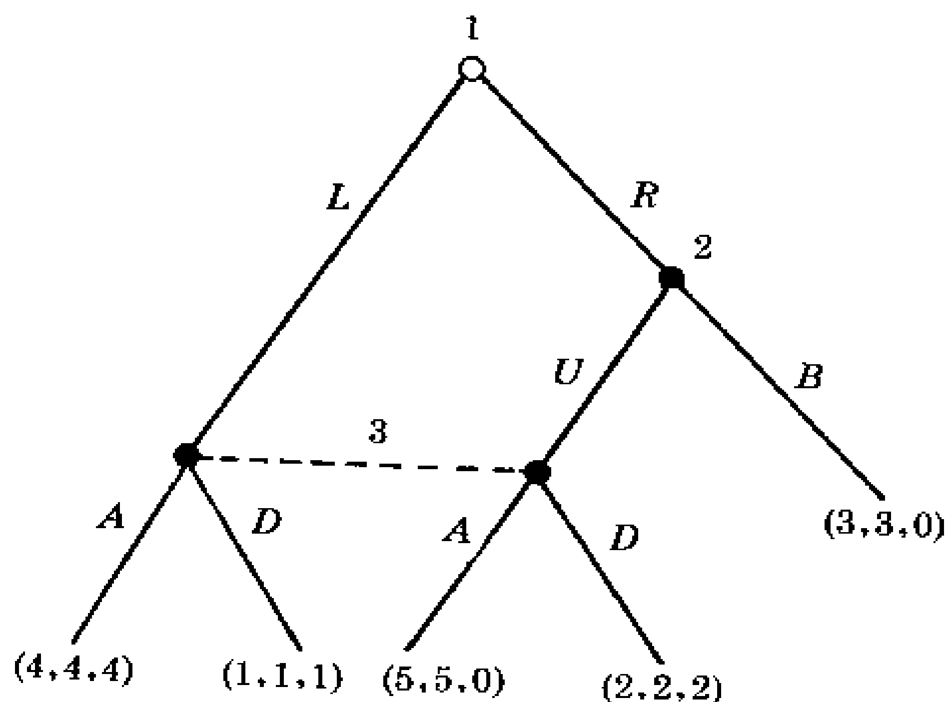


图 4.3

以上我们证明$(L,B,A;p=1)$不满足精炼贝叶斯均衡的要求(2)和要求(3)。有些战略组合满足要求(2)但不满足要求(3)，因而也不是精炼贝叶斯均衡。比如说，在图 4.3 中，假定参与人 3 认为 $p=0.9$，那么，参与人 1、参与人 2 和参与人 3 的最优选择分别是 R、U 和 A，即(R,U,A)满足要求(2)。但(R,U,A)甚至不是一个纳什均衡，更不用说精炼均衡了。这

里的问题是，给定参与人 1 和 2 的战略，参与人 3 认为 $p=0.9$ 是不合理的。根据贝叶斯法则，参与人 3 应该认为 $p=0$。但给定 $p=0$，A 不是参与人 3 的最优选择，$(R,U,A;p=0)$ 不是精炼贝叶斯均衡。

最后，让我们讨论一下贝叶斯法则在不完美信息博弈中的运用。在不完全信息博弈中，参与人 i 根据观测到的参与人 j 的行动 a_j 和参与人 j 的最优战略 $s_j^*(\theta_j)$ 使用贝叶斯法则修正对 j 的类型 θ_j 的信念，但在完全但不完美信息博弈中，参与人 i 观测不到参与人 j 的行动，贝叶斯法则如何运用呢？在不完美信息博弈中，参与人 i 观测到的是博弈是否进入自己的信息集，要修正的是自己处于该信息集的每一个决策结的概率。为了说明问题，让我们考虑图 4.3 博弈的如下混合战略：参与人 1 以 1/3 概率选择 L，2/3 的概率选择 R；参与人 2 以 3/4 的概率选择 U，1/4 的概率选择 B。那么，博弈进入参与人 3 的信息集左决策结的先验概率是 1/3，右决策结的先验概率是 $(2/3)(3/4)=1/2$，进入信息集的总概率是 $1/3+(2/3)(3/4)=5/6$，参与人 3 没有决策机会的概率是 1/6。现在假定参与人 3“观测”到博弈进入自己的信息集，那么，他处在左决策结的后验概率是 $p=(1/3)/(5/6)=2/5$，右决策结的后验概率是 $1-p=3/5$。当然，我们知道这样的战略和概率不是精炼贝叶斯均衡，因为所假定的战略与概率是不一致的（请读者自己检查一下）。在精炼贝叶斯均衡 $(R,B,D;p<2/5)$ 中，参与人 3 的信息集不在均衡路径上，即参与人 3 行动的概率是 0，此时，贝叶斯法则对后验概率没有定义，但此时，只有 $p<2/5$ 满足精炼贝叶斯均衡的要求。就是说，如果博弈真的进入参与人 3 的信息集，参与人 3 必须认为 $p<2/5$。

上述例子也说明，尽管贝叶斯法则在非均衡路径上没有定义，但如何规定非均衡路径上的后验概率是至关重要的。事实上，对精炼贝叶斯均衡再精炼的目的恰恰是对非均衡路径上的后验概率进行限制。

4.2 信号传递博弈及其应用举例

信号传递博弈（signalling games）是一种比较简单但有广泛应用意义的不完全信息动态博弈。① 在这个博弈中，有两个参与人，$i=1,2$；参与人1称为信号发送者（因为他发出信号），参与人2称为信号接收者（因为他接收信号）；参与人1的类型是私人信息，参与人2的类型是公共信息（即只有一个类型）。博弈的顺序如下：

1. "自然"首先选择参与人1的类型 $\theta\in\Theta$，这里 $\Theta=\{\theta^1,\cdots,\theta^K\}$ 是参与人1的类型空间，参与人1知道 θ，但参与人2不知道，只知道1属于 θ 的先验概率是 $p=p(\theta)$，$\sum_k p(\theta^k)=1$（注意，因为只有参与人1的类型是私人信息，我们省略了表示参与人的下标 i，下同）。

2. 参与人1在观测到类型 θ 后选择发出信号 $m\in M$，这里 $M=\{m^1,\cdots,m^J\}$ 是信号空间。

3. 参与人2观测到参与人1发出的信号 m（但不是类型 θ），使用贝叶斯法则从先验概率 $p=p(\theta)$ 得到后验概率 $\tilde{p}=$

① 信号传递博弈由斯宾塞（1974）首先发展，我们将在信息经济学部分第7章讨论斯宾塞本人的模型。

$\widetilde{p}(\theta|m)$，然后选择行动 $a \in A$，这里，$A=\{a^1,\cdots,a^H\}$是参与人2的行动空间。

4. 支付函数分别为 $u_1(m,a,\theta)$和 $u_2(m,a,\theta)$。

图 4.4 是一个简单的信号传递博弈的扩展式表述，这里，$K=J=H=2$，$\widetilde{p}=\widetilde{p}(\theta^1|m^1)$，$\widetilde{q}=\widetilde{p}(\theta^1|m^2)$我们省略了支付向量。

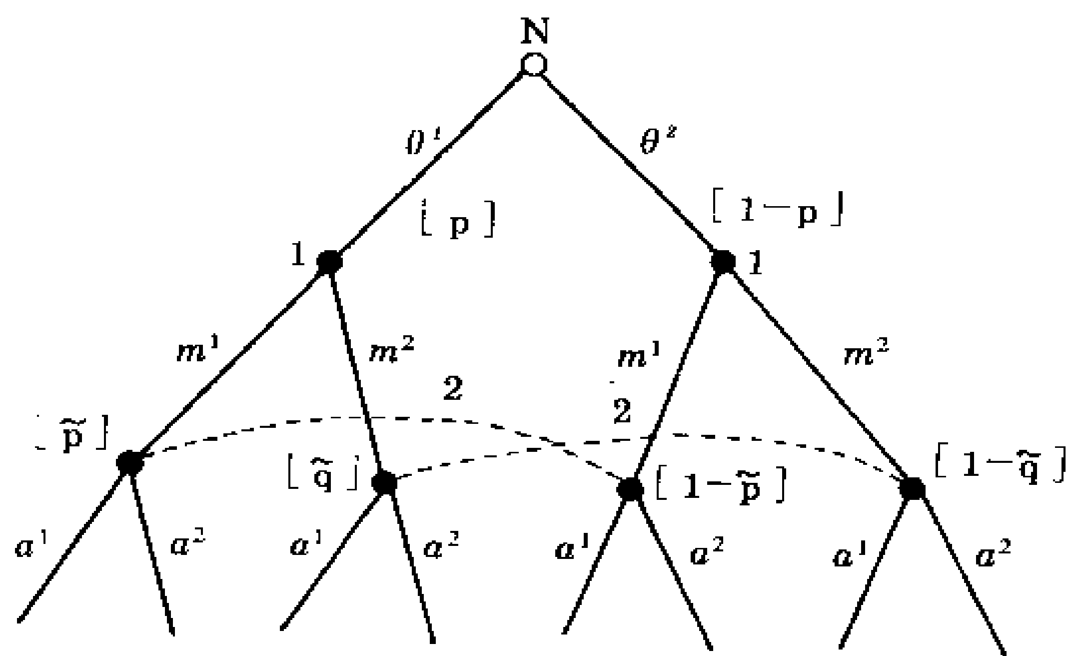


图 4.4 信号传递博弈

不难看出，信号传递博弈实际上是不完全信息情况下的斯坦克尔伯格(Stackelberg)博弈(信号发送者是领头者(leader)，信号接受者是尾随者(follower))。当参与人1发出信号时，他预测到参与人2将根据他发出的信号修正对自己类型的判断，因而选择一个最优的类型依存信号战略；同样，参与人2知道参与人1选择的是给定类型和考虑信息效应情况下的最优战略，因此使用贝叶斯法则修正对参与人1的类型的判断，选择自己的最优行动。我们在上一节讨论过的市场

进入博弈事实上就是一个信号传递博弈。这里，在位者是信号发送者，进入者是信号接受者。当在位者选择价格时，他知道进入者将根据自己选择的价格判断自己是高成本还是低成本的概率；进入者确实是在根据观测到的价格修正对在位者类型的判断，然后选择进入还是不进入。

令 $m(\theta)$是参与人 1 的类型依存信号战略，$a(m)$是参与人 2 的行动战略（如同以前一样，我们允许混合战略，即参与人 1 以某种概率随机地选择不同信号，参与人 2 以某种概率随机地选择行动）。那么，信号传递博弈的精炼贝叶斯均衡可以定义如下：

定义：信号传递博弈的精炼贝叶斯均衡是战略组合 $(m^*(\theta), a^*(m))$和后验概率 $\tilde{p}(\theta|m)$的结合，它满足：

(P_1) $a^*(m) \in \arg\max_a \sum_\theta \tilde{p}(\theta|m) u_2(m, a, \theta)$；

(P_2) $m^*(\theta) \in \arg\max_m u_1(m, a^*(m), \theta)$；

(B) $\tilde{p}(\theta|m)$是参与人 2 使用贝叶斯法则从先验概率 $p(\theta)$、观测到的信号 m 和参与人 1 的最优战略 $m^*(\theta)$得到的（在可能的情况下）。

上述定义中，(P_1)和(P_2)等价于上一节定义的(P)，是精炼条件。(P_1)说的是，给定后验概率(B)$\tilde{p}(\theta|m)$，参与人 2 对参与人 1 发出的信号作出最优反应；(P_2)说的是，预测到参与人 2 的最优反应 $a^*(m)$，参与人 1 选择自己的最优战略。(B)是贝叶斯法则的运用。限制条件“在可能的情况下”的涵义与上一节定义中的相同。

信号传递博弈的所有可能的精炼贝叶斯均衡可以划分成三类，即：分离均衡、混同均衡和准分离均衡。分别定义如下。

分离均衡（separating equilibrium）：不同类型的发送者（参与人 1）以 1 的概率选择不同的信号，或者说，没有任何类型选择与其他类型相同的信号。在分离均衡下，信号准确地揭示出类型。假定 $K=J=2$（即只有两个类型、两个信号），那么，分离均衡意味着：如果 m^1 是类型 θ^1 的最优选择，m^1 就不可能是 θ^2 的最优选择，并且，m^2 一定是类型 θ^2 的最优选择。即：

$$u_1(m^1,a^*(m),\theta^1) > u_1(m^2,a^*(m),\theta^1);$$
$$u_1(m^2,a^*(m),\theta^2) > u_1(m^1,a^*(m),\theta^2);$$

因此，后验概率是：

$$\tilde{p}(\theta^1|m^1) = 1, \tilde{p}(\theta^1|m^2) = 0,$$
$$\tilde{p}(\theta^2|m^1) = 0, \tilde{p}(\theta^2|m^2) = 1$$

混同均衡（pooling equilibrium）：不同类型的发送者（参与人 1）选择相同的信号，或者说，没有任何类型选择与其他类型不同的信号，因此，接收者（参与人 2）不修正先验概率（参与人 1 的选择没有信息量）。假定 m^j 是均衡战略，那么，

$$u_1(m^j,a^*(m),\theta^1) \geqslant u_1(m,a^*(m),\theta^1)$$
$$u_1(m^j,a^*(m),\theta^2) \geqslant u_1(m,a^*(m),\theta^2)$$
$$\tilde{p}(\theta^k|m^j) \equiv p(\theta^k)$$

准分离均衡（semi-separating equilibrium）：一些类型的发送者（参与人 1）随机地选择信号，另一些类型的发送者选择特定的信号。假定类型 θ^1 的发送者随机地选择 m^1 或 m^2，类型 θ^2 的发送者以 1 的概率选择 m^2，如果这个战略组合是均衡战略组合，那么：

$$u_1(m^1, a^*(m), \theta^1) = u_1(m^2, a^*(m), \theta^1);$$

$$u_1(m^1, a^*(m), \theta^2) < u_1(m^2, a^*(m), \theta^2);$$

$$\tilde{p}(\theta^1 | m^1) = \frac{\alpha \times p(\theta^1)}{\alpha \times p(\theta^1) + 0 \times p(\theta^2)} = 1;$$

$$\tilde{p}(\theta^1 | m^2) = \frac{(1-\alpha)p(\theta^1)}{(1-\alpha)p(\theta^1) + 1 \times p(\theta^2)} < p(\theta^1);$$

$$\tilde{p}(\theta^2 | m^2) = \frac{1 \times p(\theta^2)}{(1-\alpha)p(\theta^1) + 1 \times p(\theta^2)} > p(\theta^2)$$

就是说，如果参与人 2 观测到参与人 1 选择了 m^1，就知道参与人 1 一定属于类型 θ^1（因为类型 θ^2 不会选择 m^1）；如果观测到参与人 1 选择了 m^2，参与人 2 不能准确地知道参与人 1 的类型，但他会推断参与人 1 属于类型 θ^1 的概率下降了，属于类型 θ^2 的概率上升了（这里 α 是类型 θ^1 的参与人 1 选择 m^1 的概率）。

在所有上述三个定义中，都应该适当加上参与人 2 的最优化条件和非均衡路径上的后验概率，我们将在后面的例子中完成这一步（在只有两个类型和两个信号的情况下，只有混同均衡有非均衡路径，分离均衡和准分离均衡的所有信息集都在均衡路径上。但一般来说，如果信号的种类多于类型的种类（即 $K<J$），每种均衡下都有非均衡路径）。

下面我们举几个应用例子说明信号传递博弈的精炼贝叶斯均衡，这些例子不仅有重要的经济学意义，而且对读者掌握精炼贝叶斯均衡的求解技巧也是非常重要的。

4.2—1 米尔格罗姆—罗伯茨（Milgrom-Roberts）垄断限价模型

米尔格罗姆和罗伯茨（Milgrom and Roberts，1982）的垄

断限制性定价模型(limit pricing model)是信号传递博弈在产业组织理论中的第一个应用。4.1 节讨论的市场进入博弈可以说是这个模型的一个非常简化的例子，我们现在来讨论这个模型的一般形式。[①]

垄断限制性定价模型(简称垄断限价模型)试图解释现实中观测到的这样一个现象：垄断企业规定的产品价格一般低于微观经济学定义的最优垄断价格(即边际收益等于边际成本的价格)。对这一现象的一个老的解释是，如果价格等于垄断价格，其他企业看到有利可图，就会进入；相反，如果价格低一些，其他企业看到进入无利可图，就不会进入，垄断企业就可以继续保持其垄断地位。这个解释的问题是，价格作为一种承诺是不可置信的，因为不论垄断者现在索取什么价格，一旦其他企业进入，垄断者就会改变价格，因此，靠低价格是不可能阻止进入的。米尔格罗姆和罗伯茨(1982)提出的解释是，垄断限价可能反映了这样一个事实，即其他企业不知道垄断者的生产成本，垄断者试图用低价格来告诉其他企业自己是低成本，进入是无利可图的。

假定有两个阶段，两个企业。在第一阶段，企业 1(在位者)是一个垄断生产者，选择价格 p_1；在第二阶段，企业 2(进入者)决定是否进入。如果企业 2 进入，市场变成双寡头竞争；否则，企业 1 继续保持垄断地位。企业 1 有两个潜在类型：高成本或低成本；高成本(H)的概率为 $\mu(H)$，低成本(L)的概率为 $1-\mu(H)$。如果企业 1 选择价格 p_1，它的短期垄断利润为 $M_1^\theta(p_1)$，$\theta=H,L$。我们用 p_m^θ 表示类型 θ 的垄断价格，M_1^θ

① 这里的表述主要参考了泰勒尔(1988)。

$=M_1^\theta(p_m^\theta)$表示最大短期垄断利润，其中$p_m^H>p_m^L$，$M_1^H<M_1^L$。假定$M_1^\theta(p_1)$是严格凹函数（strictly concave function）。

在第一阶段，企业1知道自己的类型θ，企业2不知道θ。为了简单起见，让我们假定，在第二阶段，企业2一旦进入，就得知θ，因此第二阶段的寡头价格独立于第一阶段的价格p_1。我们用D_1^θ和D_2^θ分别代表当企业1为类型θ时企业1和企业2在第二阶段的寡头利润（如果有进入成本的话，D_2^θ是剔除进入成本后的净利润）。为了使分析有意义，我们假定$D_2^H>0>D_2^L$，即在完全信息情况下，当只当企业1是高成本时，企业2才会选择进入。我们用δ代表共同的贴现因子。

因为企业1希望保持垄断地位（$M_1^\theta>D_1^\theta$），他想让企业2认为自己是低成本，问题是他没有办法直接达到这个目的，即使他真的是低成本。间接的办法是定一个低的价格p_1^L，我们将看到，即使企业1是高成本，他也可能会选择p_1^L。这是因为，第一阶段垄断利润的损失可能被第二阶段继续保持垄断地位的收益所弥补。

让我们首先考虑分离均衡。为此，我们首先找出分离均衡的两个必要条件，即类型H的在位者不愿选择类型L的均衡价格p_1^L，类型L在位者也不愿选择类型H的均衡价格p_1^H；然后，我们描述进入者非均衡路径上的后验概率使得没有任何类型的在位者有兴趣偏离均衡价格。我们将看到，分离均衡的必要条件同时也是充足条件：必要条件决定的价格即是均衡价格（这里讲的均衡价格是指精炼贝叶斯均衡的均衡价格，而不是使供求相等的均衡价格；我们假定，所有的可行的价格都是使供求相等的价格）。

在分离均衡中，进入者能推断出在位者的真实成本，因此

高成本的在位者的最优选择是 $p_1^H = p_m^H$，即短期垄断价格（低于垄断价格的价格减少第一阶段的利润，但不能阻止进入者进入）。因此，高成本的在位者的总利润是$(M_1^H + \delta D_1^H)$，即第一阶段垄断利润加第二阶段寡头利润的贴现值。假定低成本在位者选择 p_1^L。如果高成本的在位者也选择 p_1^L 从而阻止进入者进入，他的总利润是$(M_1^H(p_1^L) + \delta M_1^H)$。因此，只有当下列条件满足时，高成本在位者才不会选择低成本在位者的均衡价格 p_1^L：

$$(A)\ M_1^H + \delta D_1^H \geqslant M_1^H(p_1^L) + \delta M_1^H$$

或

$$(A')\ M_1^H - M_1^H(p_1^L) \geqslant \delta(M_1^H - D_1^H)$$

就是说，高成本在位者选择 p_1^L 导致的第一阶段的利润减少额大于从第二阶段保持垄断地位得到的利润增加额的贴现值。

类似地，当低成本在位者选择 p_1^L 从而能阻止进入时，他的总利润是 $M_1^L(p_1^L) + \delta M_1^L$；另一方面，如果他选择 $p_1 \neq p_1^L$，他的总利润不会低于 $M_1^L + \delta D_1^L$（因为他总可以选择短期垄断价格 p_m^L，在最坏的情况下诱使进入者进入）。因此，只有当下列条件成立时，p_1^L 才是低成本在位者的均衡价格：

$$(B)\ M_1^L(p_1^L) + \delta M_1^L \geqslant M_1^L + \delta D_1^L$$

或

$$(B')\ M_1^L - M_1^L(p_1^L) \leqslant \delta(M_1^L - D_1^L)$$

就是说，选择短期垄断价格 p_m^L 从而诱使进入时的第一阶段利润增加额小于选择均衡价格 p_1^L 从而阻止进入时的第二阶段利润增加额的贴现值。

为了使分析有意义，我们假定不存在 $p_1^L = p_m^L$ 的分离均衡，即：如果 $p_1^L = p_m^L$，高成本的在位者也将选择 p_1^L：

$$(C)\ M_1^H - M_1^H(p_m^L) < \delta(M_1^H - D_1^H)$$

(如果两类企业的成本相差不是很大,这个条件是满足的。如果成本相差很大,每种类型在位者都选择短期垄断价格就是一个分离均衡。我们将在 4.3 节的第 2 部分讨论这个条件不满足的情况。)

为了找到满足条件(A)和(B)的 p_1^L,我们必须对需求函数和成本函数作一些特定的假设。但就这里分析的目的而言,我们无须具体说明这些假设。在非常合理的条件下,条件(A)和(B)定义了一个区间$[\tilde{\tilde{p}},\tilde{p}]$,使得任何 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}},\tilde{p}]$构成一个分离均衡价格。条件(C)意味着 $\tilde{p} < p_m^L$。因此,为了得到分离均衡,低成本在位者必须选择一个足够低的价格(低于短期垄断价格 p_m^L)使得高成本的在位者要模仿的话成本太高。存在区间$[\tilde{\tilde{p}},\tilde{p}]$的关键假设是所谓的"斯宾塞—莫里斯条件"(Spence-Mirrlees condition,又称分离条件(sorting condition)或单交叉条件(single crossing condition)):

$$(SM)\ \frac{\partial}{\partial p_1}(M_1^H(p_1) - M_1^L(p_1)) > 0$$

或

$$\frac{\partial M_1^H(p_1)}{\partial p_1} > \frac{\partial M_1^L(p_1)}{\partial p_1}$$

这个条件说的是,改变价格对不同类型企业的利润的影响是不同的;特别地,高成本企业比低成本企业更愿意选择高价格(或者说,更不愿意选择低价格)。容易证明,这个条件一般是

满足的。[1] 比如说，为简单起见，假定边际成本是不变的，分别为 c^H 和 c^L，$c^H>c^L$，需求函数为 $Q(p_1)$。那么，

$$\frac{\partial M_1^H(p_1)}{\partial p_1}=\frac{\partial}{\partial p_1}((p_1-c_H)Q(p_1))$$

$$=Q(p_1)+(p_1-c^H)\frac{\partial Q(p_1)}{\partial p_1}$$

$$\frac{\partial M_1^L(p_1)}{\partial p_1}=\frac{\partial}{\partial p_1}((p_1-c^L)Q(p_1))$$

$$=Q(p_1)+(p_1-c^L)\frac{\partial Q(p_1)}{\partial p_1}$$

因为 $c^H>c^L$，$Q'(p_1)<0$，条件(SM)是满足的。如果成本类型是连续分布的，条件(SM)变为：

$$\frac{\partial^2 M(p,c)}{\partial p\partial c}=\frac{\partial}{\partial p\partial c}((p-c)Q(p))=-\frac{\partial Q(p)}{\partial p}>0$$

条件(SM)保证曲线 $y=M_1^L-M_1^L(p_1^L)$ 和 $y=M_1^H-M_1^H(p_1^L)$ 在 (p_1^L,y) 空间只交叉一次，如图 4.5 所示。在图中，$\tilde{p}$ 对应于等式条件(A′)，$\tilde{\tilde{p}}$ 对应于等式条件(B′)，$\tilde{p}<p_m^L$ 对应于条件(C)。因为 p_m^θ 是短期垄断价格，M_1^θ 是短期最大垄断利润，当 $p_1^L=p_m^\theta$ 时，$y=M_1^\theta-M_1^\theta(p_1^L)=0$；在所有 $p_1^L\neq p_m^\theta$，$y=$

[1] Spence－Mirrlees 条件是所有信号传递博弈分离均衡存在的基本条件。直观地讲，正是因为不同类型的参与人对信号的敏感度不同，这个信号才能传递信息，否则，信号将不成其为信号。我们在上一章讨论的机制设计博弈满足这个条件（否则机制设计没有意义）。读者可以检查一下，本章第 1 节的市场进入博弈满足这个条件（当价格从 4 上升到 5 时，高成本在位者的利润增加 4 单位，低成本在位者的利润增加 3 单位；当价格从 5 上升到 6 时，高成本在位者的利润增加 1 单位，低成本在位者的利润减少 1 单位）。我们将在信息经济学部分详细讨论这个条件。

$M_1^H - M_1^H(p_1^L) > 0$。从图中可以看出，所有的 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$ 满足分离均衡条件(A′)和(B′)，其中 $\tilde{p}$ 是最低成本分离价格，$\tilde{\tilde{p}}$ 是最高成本分离价格。

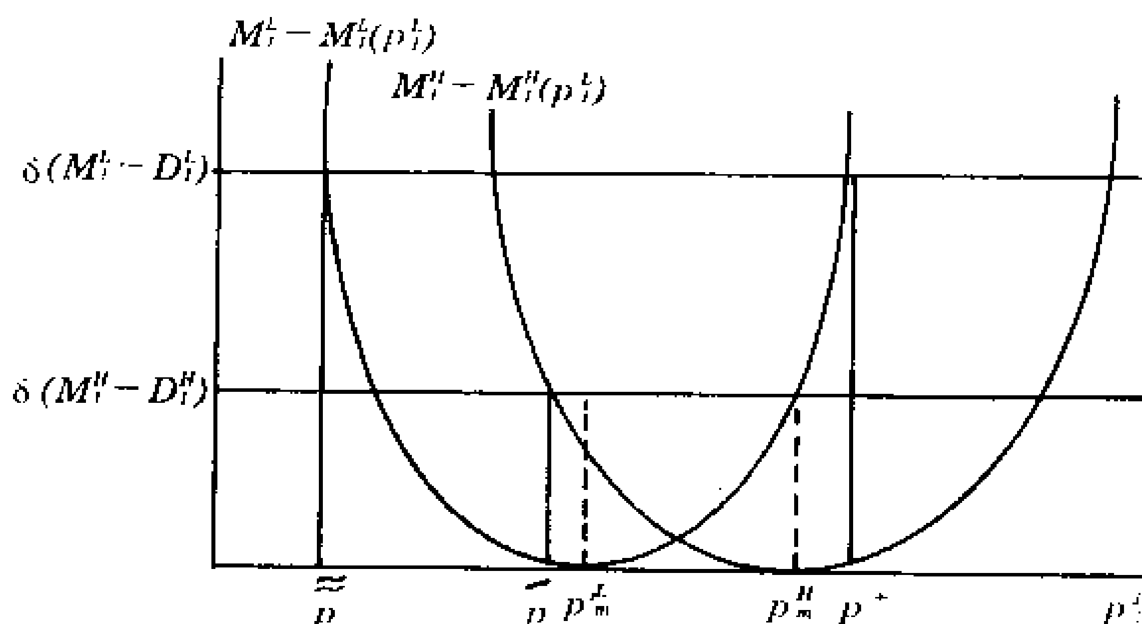


图 4.5　垄断限价模型

接下来我们证明，上述必要条件也是充足条件。假定高成本在位者选择 p_m^H，低成本在位者选择 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$。当观测到 p_m^H 时，进入者认为在位者是高成本的概率是 1，选择进入；当观测到 p_1^L 时，进入者认为在位者是高成本的概率是 0，选择不进入。当观测到的价格不属于这两个价格时(非均衡路径)，后验概率是任意的。保证所假定战略(p_1^L, p_m^H)是均衡战略的最简单的办法是选择 $\tilde{\mu}(H \mid p_1 \neq p_m^H, p_1^L) = 1$(即当进入者观测到价格不是 p_m^H 或 p_1^L 时，就认为在位者是高成本，选择进入)，使得没有任何类型的在位者有兴趣偏离所假定的均衡战略。高成本的在位者不会偏离 p_m^H 选择任何其他诱使进入的价格，因为给定所有这些价格都诱使进入者进入的情况下，

p_m^H 最大化第一阶段利润；高成本在位者也没有积极性选择 p_1^L，因为 p_1^L 满足条件(A′)。类似地，低成本的在位者也没有积极性偏离均衡 p_1^L。

这样，我们得到连续的分离均衡（无穷多个均衡），即高成本在位者选择 p_m^H，低成本在位者选择任何的 $p_1^L \in [\tilde{\tilde{p}}, \tilde{p}]$；进入者观测到 p_1^L 时就认为 $\tilde{\mu}(H \mid p_1^L)=0$，选择不进入，观测到任何 $p_1 \neq p_1^L$ 时就认为 $\tilde{\mu}(H \mid p_1 \neq p_1^L)=1$，选择进入。特别地，$p_1^L=\tilde{p}$ 是一个均衡（最低成本均衡）。在所有这些均衡中，低成本在位者"限制"自己的价格低于垄断价格以阻止进入者进入。应该强调的是，这样的连续分离均衡对于任何 $\mu(H)>0$ 都是存在的。对比之下，如果 $\mu(H)=0$，低成本在位者就会选择短期垄断价格 p_m^L。这一点意味着，信息结构的小小变化就会导致均衡结果的很大不同：只要进入者认为在位者是高成本的先验概率 $\mu(H)$ 大于 0，低成本的在位者就不得不非连续地降低价格以显示自己是低成本。就是说，不完全信息博弈对信息结构是非常敏感的。

现在我们来看混同均衡。混同均衡存在的条件是：

$$\text{(PE)}\ \mu D_2^H + (1-\mu)D_2^L < 0$$

即如果进入者得不到新的信息，就选择不进入（因为期望利润小于 0）。如果上述条件不成立，在混同均衡下，进入者会选择进入（因为期望利润大于 0）；因为混同均衡不能阻止进入，在位者的最优选择是短期垄断价格（即高成本在位者选择 $p_1=p_m^H$，低成本在位者选择 $p_1=p_m^L$），因此混同均衡不存在。

因此，让我们假定条件(PE)是满足的。假定 p_1 是一个能阻止进入的混同价格。p_1 是混同均衡价格的必要条件是不论

是高成本的在位者还是低成本的在位者都不愿意偏离 p_1。如果偏离的话，在最坏的情况下诱使进入者进入。因此，p_1 必须满足(B′)(对低成本在位者)和下述条件(对高成本的在位者)：

$$(D)\ M_1^H - M_1^H(p_1) \leqslant \delta(M_1^H - D_1^H)$$

满足(B′)和(D)的 p_1 的集合依赖于成本函数和需求函数。假定条件(C)满足，那么，在 p_m^L 周围存在一个区间$[\tilde{p}, p^+]$(如图4.5所示)，所有的 $p_1 \in [\tilde{p}, p^+]$都满足(B′)和(D)。

容易证明，任何 $p_1 \in [\tilde{p}, p^+]$构成一个混同均衡。为此，我们假定，如果进入者观测到 p_1(均衡路径)，就认为 $\mu(H|p_1) = \mu(H)$，选择不进入；如果进入者观测到任何其他价格(非均衡路径)，就认为在位者是高成本，选择进入。因为条件(B′)和(D)是满足的，不论是低成本还是高成本，在位者都不会偏离 p_1。这样，我们得到连续的混同均衡(无穷多个均衡)。特别地，$p_1 = p_m^L$ 是一个均衡(即两类在位者都选择低成本在位者的短期垄断价格，高成本在位者"限制"自己的价格以阻止进入者进入)。

我们将准分离均衡的推导留给读者。从上述讨论中我们看到，一个博弈可能有多个精炼贝叶斯均衡，依赖于如何规定非均衡路径上的后验概率。显然，有些均衡是合理的，而有些均衡是不合理的。比如说，在所有分离均衡中，$(p_1^L = \tilde{p}, p_1^H = p_m^H)$是一个帕累托最优均衡；在所有混同均衡中，$p_1 = p_m^L$ 帕累托优于 $p_1 \in [\tilde{p}, p_m^L]$，$p_1 = p_m^H$ 帕累托优于 $p_1 \in [p_m^H, p^+]$。给定存在帕累托均衡，选择非帕累托均衡显然是不合理的。特别地，因为"混同"的真正意义是高成本的在位者把自己混同于

低成本的在位者从而阻止进入者进入,说两种类型的在位者都将选择大于 p_m^H 是很不合理的。下一节我们将看到,通过对非均衡路径上后验概率的合理限制,我们可以选出较为合理的精炼贝叶斯均衡。

4.2—2 用负债比例显示企业质量

自 50 年代以来,经济学家一直在探讨什么因素决定企业资本结构(capital structure)这样一个问题,资本结构的信号传递理论是这一领域最有影响的理论之一。这一理论证明,如果内部经理与外部投资者之间存在信息不对称,资本结构就可以通过传递内部信息对企业的市场价值发生影响。我们这里简单介绍一下罗斯(Ross, 1977)的模型。

在罗斯模型中,企业经理知道企业利润的真实分布函数,投资者不知道;企业利润分布函数是根据一阶随机占优(the first-order stochastic dominance)排序的(即越是好的企业,高利润的概率越高)。经理的效用是企业市场价值(包括股票价值和债券价值)的增函数,但如果企业破产,经理受到惩罚(包括失去工作、名誉损失等)。经理使用企业的负债比例(负债占总资产的比重)向投资者传递企业利润分布的信息,投资者把较高的负债率看作是企业高质量的表现,这是因为,破产概率与企业质量负相关、与企业负债率正相关,低质量的企业不敢用过度举债的办法模仿高质量的企业。这一理论的实证涵义是,越是好的企业,负债率越高。现在我们用一个简单的模型说明这一点。

假定有两个时期,两个参与人(经理和投资者)。令 π 为企业第二时期的利润,π 在区间$[0,\theta]$上均匀分布;经理知道 θ,

但投资者只知道 θ 的概率分布 $\mu(\theta)$（因此 θ 是企业的类型）。[1] 在时期 1，经理首先选择负债水平 D，投资者然后根据观测到的负债水平 D 决定企业的市场价值 V_0；在时期 2，企业利润实现。（从博弈论的角度看，第一时期包含两个博弈阶段；第二时期对我们的分析是不重要的。投资者"选择"企业市场价值的涵义是，因为信息不完全，投资者只能根据公开信息给企业以市场评价。）假定经理的目标是最大化企业在时期 1 的市场价值和时期 2 的期望价值（减去破产惩罚）的加权平均值，即：

$$u(D,V_0(D),\theta) = (1-\gamma)V_0(D) + \gamma\left(\frac{\theta}{2} - L\frac{D}{\theta}\right)$$

这里，$V_0(D)$ 是给定负债水平 D 时企业在时期 1 的市场价值，$\theta/2$ 是企业在时期 2 的期望价值，D/θ 是企业破产的概率，L 是破产惩罚，γ 是权数。企业在时期 2 的期望价值等于 $\theta/2$，破产概率等于 D/θ 来源于 π 在区间$[0,\theta]$上均匀分布这个假设。我们假定 $D\leqslant\theta$，否则的话令 $D/\theta=1$（破产概率不能大于 1；我们隐含地假定企业没有其他资产）。这个目标函数隐含地反映了这样一个假设：经理的福利随企业市场价值的增加而增加，随破产概率的上升而减少。

当经理选择负债水平 D 时，他预测到投资者将从 D 推断 θ，从而选择 $V_0(D)$。如果经理选择 D 时投资者认为企业属于类型 θ 的期望值是 $\tilde{\theta}(D)$，那么，企业的市场价值是：

$$V_0(D) = \frac{\tilde{\theta}(D)}{2}$$

---

[1] 注意，这里，π 的分布函数是私人信息，$f(\theta)$ 是分布函数的分布函数。

我们只考虑分离均衡。首先注意到，因为

$$\frac{\partial^2 u(D,V_0(D),\theta)}{\partial D\partial\theta}=\frac{\gamma L}{\theta^2}>0$$

即质量(θ)越高的企业，越不害怕负债，斯宾塞--莫里斯条件是满足的。将 $V_0(D)$代入经理的效用函数并对 D 求导得一阶条件：

$$\frac{\partial u}{\partial D}=\frac{1}{2}(1-\gamma)\frac{\partial\tilde{\theta}(D)}{\partial D}-\gamma L\frac{1}{\theta}=0$$

在均衡情况下，投资者从 D 正确地推断出 θ；就是说，如果$D(\theta)$是属于类型 θ 的企业经理的最优选择，那么，$\tilde{\theta}(D(\theta))=\theta$。因此，$(\partial\tilde{\theta}/\partial D)=(\partial D/\partial\theta)^{-1}$。将此等式代入一阶条件得微分方程：

$$2\gamma L\frac{\partial D}{\partial\theta}-(1-\gamma)\theta=0$$

解上述微分方程得：

$$D(\theta)=\left(\frac{1-\gamma}{4\gamma L}\right)\theta^2+c$$

这就是经理的均衡战略(这里 c 是常数)。逆转上式并将 θ 代入 $V_0=\tilde{\theta}/2$ 得企业的市场价值(即投资者的均衡战略)为：

$$V_0(D)=\left((D-c)\frac{\gamma L}{1-\gamma}\right)^{1/2}$$

(在这个博弈中，因为类型 θ 是连续分布的，没有非均衡路径，因此，对于每一个观测到的 D，贝叶斯法则定义一个后验概率 $\tilde{\mu}(\theta^{-1}(D)|D)=1$ 和 $\tilde{\mu}(\tilde{\theta}\neq\theta^{-1}(D)|D)=0$，其中 $\theta^{-1}(D)$是经理均衡战略 $D(\theta)$的逆函数。)

上述精炼贝叶斯均衡意味着，越是高质量的企业，负债水平(及负债率)越高；尽管投资者不能直接观测到企业的质量，

但他们通过观测企业的负债率来判断企业的质量，从而正确地给企业定价。特别应该强调的是，在这个简单的例子中，如果没有信息的非对称性，企业的负债水平与企业价值是无关的（事实上，最优负债水平是 0 或一个外生因素决定的参数 c）。非对称信息逼使越是好的企业承担越高的负债率，以显示自己的高质量。因为增加负债提高企业破产的概率，经理为信息的非对称性付出成本，这种成本在完全信息下是不存在的。这也是为什么经理有兴趣向投资者披露内部信息的原因所在（如果经理有更廉价的方法让投资者知道企业的真实价值，他就没有必要承担破产成本）。

从上述均衡战略也可以看出，经理越是不重视企业的市场价值，企业的负债率就越低。直观地讲，在这个例子里，负债的唯一目的是向外部投资者传递信息，如果经理不重视企业的市场价值，他就没有必要向市场传递信息，从而没有必要举债和承担破产惩罚。

4.3 精炼贝叶斯均衡的再精炼及其他均衡概念

在上一节的垄断限价模型中我们看到，不完全信息博弈可能存在多重精炼贝叶斯均衡，哪一个均衡会实际上出现，依赖于我们如何规定非均衡路径的后验概率。事实上，这是不完全信息博弈的普遍现象。为了理解这一点，让我们考虑简单的信号传递博弈。假定有私人信息的参与人 1 先行动，没有私人信息的参与人 2 后行动。假定我们想把参与人 1 的某个行动

a_1 从均衡战略中排除掉。为此，我们假定 a_1 不是均衡战略，那么，a_1 是一个 0 概率事件(即非均衡路径)。如果参与人 2 观测到 a_1，贝叶斯法则对 a_1 的后验概率没有定义，我们可以任意地规定后验概率，只要它与均衡是相容的(即在这个后验概率下，a_1 确实是一个非均衡战略)。在许多博弈中，存在参与人 1 的某些类型 θ'，如果 θ' 被参与人 2 所知，参与人 2 就会选择某种行动 a_2 损害参与人 1 的利益。比如说，在垄断限价模型中，高成本类型就是这样一个 θ'；如果进入者知道在位者是高成本，就会选择进入，在位者就失去垄断地位。在这种情况下，如果我们假定，一旦观测到零概率事件 a_1，参与人 2 就认为参与人 1 是类型 θ'，选择 a_2，那么，参与人 1 就确实不会选择 a_1。这也就是说，什么是参与人 1 的均衡战略，依赖于参与人 2 认为什么不是他(参与人 1)的均衡战略，或者说，参与人 2 认为什么是参与人 1 的均衡战略什么就是参与人 1 的均衡战略，均衡是自动实现的(self-fulfilling)。尽管精炼贝叶斯均衡的精炼条件剔除了不可置信的战略(行动)，但它没有剔除不可置信的信念(后验概率)。在垄断限价博弈中，如果进入者认为 $\tilde{p}$ 不是低成本在位者的均衡战略从而规定 $\tilde{\mu}(H|\tilde{p})=1$，低成本在位者就不会选择 $\tilde{p}$；如果进入者认为 $p''\in[\tilde{\tilde{p}},\tilde{p}]$ 是低成本在位者的均衡战略从而规定 $\tilde{\mu}(H|p_1^L\neq p'')=1$，低成本在位者就确实会选择 p''。正是非均衡战略上后验概率的任意性导致了均衡战略的任意性；当我们把某个行动从潜在均衡战略中排除掉时，我们同时就将另一些行动转化为均衡战略。出现多重均衡是很自然的。

当一个博弈存在多个精炼贝叶斯均衡时，一个很自然的问题是：哪一个均衡更为合理、更可能出现？因为博弈分析的

目的是预测博弈的结果，这个问题是很重要的。博弈论的许多最新发展就是讨论如何通过对非均衡路径上的后验概率施加一些直观、合理的限制改进精炼贝叶斯均衡概念，以得到更为合理的均衡结果。在本节中，我们首先讨论精炼贝叶斯均衡的两个基本改进，然后简单地介绍一下比精炼贝叶斯均衡更强的两个均衡概念，即克瑞普斯－威尔逊（Kreps-Wilson）的序贯均衡（sequential equilibrium）和泽尔腾（Selten）的颤抖手精炼均衡（trembling-hand perfect equilibrium）。

4.3－1 剔除劣战略

精炼均衡的一个基本要求是，在任何一个信息集上，没有参与人选择严格劣战略。但我们看到，在不完全信息情况下，究竟什么是一个参与人在均衡情况下的劣战略，常常依赖于其他参与人如何规定非均衡路径上的后验概率。剔除劣战略方法（elimination of weakly dominated strategies）的思路是将“不选择劣战略”的要求扩展到非均衡路径的后验概率上。它的基本思想是，在一个博弈中，如果对于某些类型的参与人，存在某些行动或战略劣于另一些行动或战略，而对于另一些类型的参与人这一点不成立，那么，当其他参与人观测到前一类行动时，他不应该以任何正的概率认为选择该行动的参与人属于前一类参与人。对非均衡路径后验概率的这个简单限制可以大大减少精炼贝叶斯均衡的数量。

为了说明这一点，考虑上一节讨论过的垄断限价博弈。为了读者阅读的方便，我们将图 4.5 复制为图 4.6。在分离均衡中，不论进入者如何规定非均衡路径上的后验概率，如果高成本的在位者选择 p_m^H，他的最低利润是 $M_1^H+\delta D_1^H$；如果他选择

任何 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，他能得到的最大利润是 $M_1^H(p_1)+\delta M_1^H$。根据 $\tilde{p}$ 的定义，对于所有的 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，$M_1^H(p_1)+\delta M_1^H \leqslant M_1^H+\delta D_1^H$，因此，对于高成本在位者来说，$p_1^L \leqslant \tilde{p}$ 劣于 p_m^H，他不会选择 $p_1 \leqslant \tilde{p}$。但对于低成本的在位者来说，$p_1 \leqslant \tilde{p}$ 是否劣于 p_m^L 依赖于进入者如何规定非均衡路径上的后验概率。因此，如果观测到在位者选择了 $p_1 \leqslant \tilde{p}$，进入者应该认为在位者是低成本而不可能是高成本，即 $\tilde{\mu}(H \mid p_1 \leqslant \tilde{p})=0$，从而选择不进入。给定这个后验概率，低成本在位者不需要为了阻止进入而选择 $p_1<\tilde{p}$。因此，唯一的合理的精炼贝叶斯分离均衡是：低成本在位者选择 $p_1^L=\tilde{p}$，高成本在位者选择 $p_1^H=p_m^H$；如果进入者观测到 $p_1>\tilde{p}$，就认为 $\tilde{\mu}(H \mid p_1>\tilde{p})=1$，选择进入，否则，$\tilde{\mu}(H \mid p_1 \leqslant \tilde{p})=0$，选择不进入。在这个均衡中，低成本在位者为了显示自己是低成本而限价，但他选择的价格是能够阻止进入者进

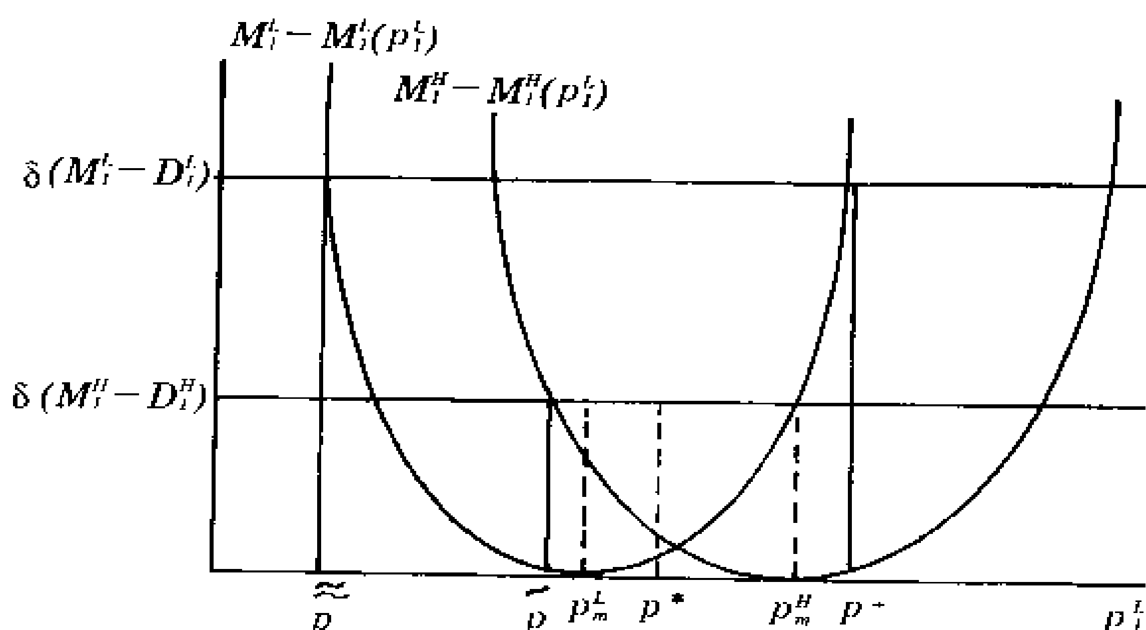


图 4.6 垄断限价模型

入的最大可能的价格(即最低成本分离均衡价格)。

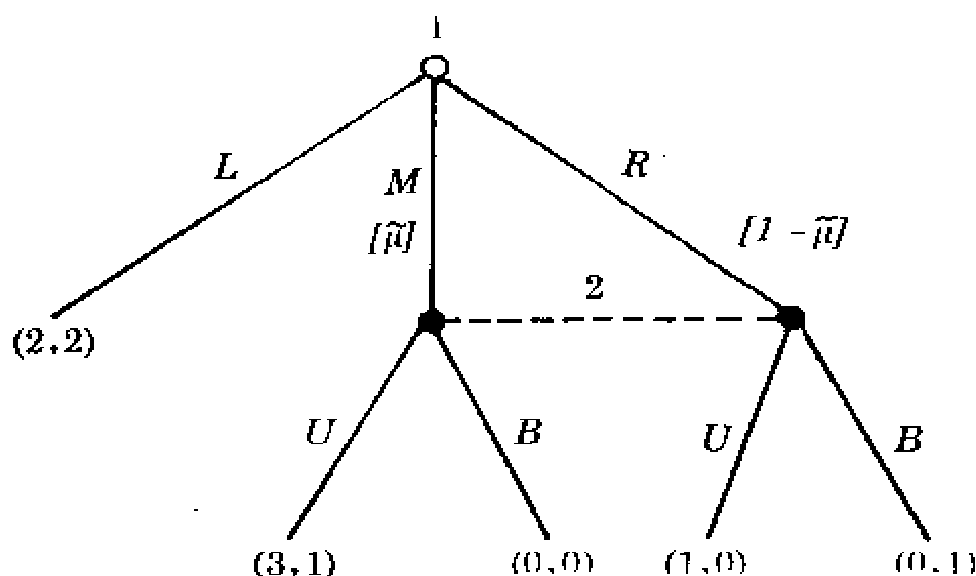


图 4.7　不完美信息博弈

再考虑图 4.7 所示的不完美信息博弈(如果读者对不完美信息博弈的贝叶斯均衡有些生疏的话,请回过头来再读一遍 4.1 节的第 4 部分)。这个博弈有两个纯战略精炼贝叶斯均衡:$(M,U;\tilde{\mu}=1)$和$(L,B;\tilde{\mu}\leqslant 1/2)$。在前一个均衡,参与人 2 的信息集在均衡路径,贝叶斯法则定义 $\tilde{\mu}=1$;在后一个均衡,参与人 2 的信息集在非均衡路径,贝叶斯法则没有定义,$\tilde{\mu}\leqslant 1/2$ 与均衡相容(给定 $\tilde{\mu}\leqslant 1/2$,如果博弈进入参与人 2 的信息集,他将选择 B)。但是,显然,R 严格劣于 L,弱劣于 M(选择 R 得到 1 或 0,选择 L 得到 2,选择 M 得到 3 或 0)。因此,在博弈开始,参与人 2 不应该认为参与人 1 会以任何正的概率选择 R;如果博弈进入参与人 2 的信息集,他应该认为参与人 1 选择 M 的概率是 1(即 $\tilde{\mu}=1$)。在这个要求下,均衡$(L,B;\tilde{\mu}\leqslant 1/2)$被剔除,只有$(M,U;\tilde{\mu}=1)$是满足这个要求的精炼贝叶斯均衡。

我们现在以信号传递博弈为例给出剔除劣战略方法的正式定义。

定义：令 a_1' 和 a_1'' 是参与人 1(信号发送者)的两个行动(信号)，$a_1', a_1'' \in A_1$(注意，我们这里使用通常使用的符号，与上一节定义使用的符号有所不同)。对于参与人 2(信号接受者)的所有行动 $a_2', a_2'' \in A_2$，如果下列条件成立，我们说对于类型 $\theta_1 \in \Theta_1$ 的参与人 1，a_1' 弱劣于 a_1''：

$$u_1(a_1', a_2', \theta_1) \leqslant u_1(a_1'', a_2'', \theta_1)$$

(至少有一个严格不等式对于某些(a_2', a_2'')成立。)

在上述定义中，a_2'可能等于也可能不等于 a_2''。注意，上述定义不同于我们在第 1 章给出的定义。第 1 章的定义是：a_1' 劣于 a_1''，如果对于所有的 $a_2 \in A_2$，$u_1(a_1', a_2) \leqslant u_1(a_1'', a_2)$。这里的定义是：不论 a_1' 与什么样的 a_2'组合、a_1''与什么样的 a_2''组合，参与人 1 从选择 a_1'得到的效用总是小于从选择 a_1''得到的效用。显然，这里的要求更为严格：在所有的信息集上，对于参与人 2 的每一个可能的后验概率和行动，a_1'弱劣于 a_1''。这样严格要求的原因是，参与人 1 在选择自己的行动时，必须考虑自己的行动传递给参与人 2 的有关自己(参与人 1)类型的信息。

为了说明这一点，让我们考虑垄断限价博弈。在垄断限价博弈中，a_2' 和 a_2''代表企业 2 进入或不进入。我们要证明的是，不论企业 2 选择进入还是不进入，对高成本的在位者来说，$p_1 \leqslant \tilde{p}$ 劣于 p_m^H，即

$$\Pi_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}, a_2', H) \leqslant \Pi_1^H(p_m^H, a_2'', H)$$

这一点很容易证明。如果 a_2' 等于不进入，a_2'' 等于进入，那么

$$\Pi_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}, a_2', H) = M_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}) + \delta M_1^H;$$

$$\Pi_1^H(p_m^H, a_2'', H) = M_1^H + \delta D_1^H$$

因为 $M_1^H(\tilde{p}) + \delta M_1^H = M_1^H + \delta D_1^H$（根据 $\tilde{p}$ 的定义），$M_1^H(p_1)$ 在 $p_1 \in [0, p_m^H]$ 上严格递增（p_m^H 是利润最大化的价格），上述条件满足。类似地，如果 a_2' 等于进入，a_2'' 等于不进入，

$$\Pi_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}, a_2', H) = M_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}) + \delta D_1^H;$$

$$\Pi_1^H(p_m^H, a_2'', H) = M_1^H + \delta M_1^H$$

上述条件严格不等式成立。如果 $a_2' = a_2''$ 等于不进入，

$$\Pi_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}, a_2', H) = M_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}) + \delta M_1^H;$$

$$\Pi_1^H(p_m^H, a_2'', H) = M_1^H + \delta M_1^H$$

严格不等式成立。如果 $a_2' = a_2''$ 等于进入，

$$\Pi_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}, a_2', H) = M_1^H(p_1 \leqslant \tilde{p}) + \delta D_1^H;$$

$$\Pi_1^H(p_m^H, a_2'', H) = M_1^H + \delta D_1^H$$

严格不等式成立（对比之下，第 1 章的定义只要求上述四种情况的后两种情况成立）。因此，我们说 $p_1 \leqslant \tilde{p}$ 弱劣于 p_m^H（对高成本在位者）。

现在回到一般情况。假定 a'_1 不是均衡战略。尽管贝叶斯法则允许后验概率 $\tilde{\mu}(\theta_1 | a_1')$ 取任何值，参与人 2 不应该认为有任何正的概率参与人 1 属于类型 θ_1，给定 a_1' 是 θ_1 的劣战略。定义 $\tilde{\Theta}_1 \subset \Theta_1$ 是类型集合 Θ_1 的一个子集，满足：对所有的 $\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1$，$a_1'$ 是 θ_1 的劣战略（即 $\tilde{\Theta}_1$ 是 a_1' 是劣战略的所有类型的参与人 1 的集合）。如果 $\tilde{\Theta}_1 \neq \Theta_1$，那么，对后验概率的一个合

理的限制是：

$$\sum_{\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1} \tilde{\mu}(\theta_1 | a_1') = 0$$

即给定参与人 1 选择了 a_1'，参与人 2 认为参与人 1 属于类型 θ_1 的概率是零（提醒读者：因为在本节中我们不时地引用到垄断限价博弈，在这个博弈中，根据习惯，p 代表价格变量，为了避免混乱，我们一律用 $\tilde{\mu}$ 表示后验概率）。注意，如果 $\tilde{\Theta}_1 = \Theta_1$（即 a_1'是所有类型的参与人 1 的劣战略），上述限制不成立。这是因为，$\sum_{\theta_1 \in \Theta_1} \tilde{\mu}(\theta_1 | a_1') = 1$；如果 a_1'是所有类型的参与人 1 的劣战略，参与人 2 必须至少使一个类型的后验概率不为 0，并且后验概率之和等于 1。

在垄断限价博弈中，对于所有的 $a_1' = p_1 \leqslant \tilde{p}$，$\tilde{\Theta}_1 = H$，因此，$\tilde{\mu}(H | p_1) = 0$。我们已经看到，剔除劣战略后留下的唯一分离均衡是最低成本分离集合，即低成本在位者在所有满足分离条件的价格集合中选择了最高分离均衡价格 $\tilde{p}$。

但是，上述剔除劣战略的方法并不能帮助我们缩小垄断限价博弈的混同均衡的数量。这是因为，在混同均衡中，高成本在位者没有劣战略：如果 $p_1 \in [\tilde{p}, p^*]$是低成本的均衡战略，它一定也是高成本的均衡战略。为了剔除不合理的混同均衡，我们必须对非均衡路径的后验概率作更严格的限制。

4.3—2 直观标准

克瑞普斯（Kreps，1984）和克瑞普斯—曹（Kreps-Cho，1987）的“直观标准”（intuitive criterion）将劣战略扩展到相

对于均衡战略的劣战略，从而通过剔除更多劣战略的办法缩小均衡数量，进一步改进了精炼贝叶斯均衡概念。

让我们再一次考虑垄断限价博弈的例子(参考图 4.6)。考虑 p^* 和 p_m^L(低成本企业的短期垄断价格)。首先注意到，这两个战略都是潜在混同均衡战略；根据上一部分的劣战略定义，没有任何一个劣于另一个。这是因为，如果在位者选择 p^* 时进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p^*)=1$ 从而选择进入，在位者选择 p_m^L 时进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=0$ 从而选择不进入，则 p^* 劣于 p_m^L；但是，如果在位者选择 p^* 时进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p^*)=0$ 从而不进入，在位者选择 p_m^L 时进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=1$ 从而选择进入，则 p_m^L 劣于 p^*(使用上一部分的定义，如果 a_2' 表示进入，a_2''表示不进入，则 $\Pi_1(p^*,a_2',H)\leqslant\Pi_2(p_m^L,a_2'',H)$；但如果 a_2' 表示不进入，a_2''表示进入，则 $\Pi_1(p^*,a_2',H)\geqslant\Pi_2(p_m^L,a_2'',H)$)。现在假定 p^* 是混同均衡(即 $\tilde{\mu}(H|p^*)=\mu<1/2$)。我们要问的问题是：高(低)成本在位者是否会偏离 p^* 选择 p_m^L？从上一节我们已经知道，如果进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=1$(即高成本的后验概率为 1)，高成本在位者不会偏离 p^* 选择 p_m^L；容易看出，即使进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=0$ 从而选择不进入，高成本在位者也没有积极性偏离 p^* 选择 p_m^L，这是因为，偏离 p^* 选择 p_m^L 减少第一阶段的利润，但不增加第二阶段的利润(因为不影响进入者的决策)。因此，不论在什么情况下，如果 p^* 是假定的混同均衡，高成本在位者不会选择 p_m^L。但是，这一结论对低成本在位者是不成立的，因为如果进入者认为 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=0$ 从而选择不进入，低成本在位者将选择 p_m^L 而不是 p^*(这个偏离行为增加第一阶段的利润但不减少第二阶段的利润)。因此，如果 p_m^L 出现，进入者的合理的后验概率

应该是 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=0$，而不是 $\tilde{\mu}(H|p_m^L)=1$。但此时，低成本的在位者会偏离 p^* 选择 p_m^L，因此，p^* 不可能是一个合理的混同均衡，应该被剔除。类似地，所有的 $p_1>p_m^L$ 都应该从合理均衡中剔除(证明过程与上述类似)。

这样，我们可以说，p_m^L 是高成本在位者相对于均衡 p^* 的劣战略。一般地，我们有下述定义：

定义：假定 $(a_1^*,a_2^*;\tilde{\mu})$ 是一个精炼贝叶斯均衡。令 $u_1^*(\theta_1)$ 是类型为 θ_1 的参与人 1 的均衡效用水平。那么，$a_1'\in A_1$ 是参与人 1 相对于均衡 $(a_1^*,a_2^*;\tilde{\mu})$ 的劣战略，如果对于参与人 2 的所有的行动 $a_2\in A_2$，下列条件成立：

$$u_1(a_1',a_2,\theta_1)\leqslant u_1^*(\theta_1)$$

(至少有一个严格不等式对某些 $a_2\in A_2$ 成立。)

进一步，令 $\tilde{\Theta}_1\subset\Theta_1$ 是所有满足上述不等式的 θ_1 的集合。如果 $\tilde{\Theta}_1\neq\Theta_1$，那么，参与人 2 的在非均衡路径上的合理的后验概率是：

$$\sum_{\theta_1\in\tilde{\Theta}_1}\tilde{\mu}(\theta_1|a_1')=0$$

条件 $u_1(a_1',a_2,\theta_1)\leqslant u_1^*(\theta_1)$ 意味着，没有任何的 $\theta_1\in\tilde{\Theta}_1$ 的参与人 1 想偏离均衡；条件 $\tilde{\Theta}_1\neq\Theta_1$ 意味着，至少有一个类型的参与人 1(不属于 $\tilde{\Theta}_1$)想偏离均衡。因此，当观测到不可能事件 a_1' 时，参与人 2 应该认为，参与人 1 属于 $\theta_1\in\tilde{\Theta}_1$ 的后验概率为 0(当只有两种潜在类型时(即 $\#\Theta_1=2$)，子集 $\tilde{\Theta}_1$ 只包

含一个类型，$\tilde{\Theta}_1$ 的余集也只有一个类型）。

在上述定义中，我们允许参与人 2 在非均衡路径上选择任何行动 $a_2 \in A_2$。事实上，有些 a_2 是不合理的。毕竟，不论后验概率是什么，参与人 2 总是选择最优的行动。如果我们将上述定义中的 a_2 限于给定任何后验概率 $\tilde{\mu}$ 下的参与人 2 的最优反应，即：

$$a_2 \in \operatorname{argmax}\Big(\sum_{\theta_1 \in \Theta_1} \tilde{\mu}(\theta_1 | a_1')u_2(a_1', a_2, \theta_1)\Big)$$

那么，劣战略的范围可以进一步扩大。

根据上述论点，如果一个均衡存在着某些 a_1' 和某些 θ_1 使得 $u_1(a_1', a_2, \theta_1) \leqslant u_1^*(\theta_1)$ 和 $\theta_1 \in \tilde{\Theta}_1 \neq \Theta_1$，这个均衡就是不合理的。因此，"直观标准"剔除所有这些不合理的精炼贝叶斯均衡。

现在让我们将上述直观标准应用于垄断限价博弈。首先注意到，因为相对于任何战略的劣战略一定也是相对于均衡战略的劣战略，上一部分定义的劣战略自然是相对于均衡战略的劣战略（即本部分定义的劣战略），因此，根据直观标准，垄断限价博弈最多只有一个分离均衡。读者可以检查一下，最低成本分离均衡 $p_1^L = \tilde{p}$ 确实是满足直观标准的分离均衡。现在我们来看混同均衡。如我们已经看到的，所有 $p_1 > p_m^L$ 的均衡都不满足直观标准，因此，都是不合理的均衡，应该剔除。但是，直观标准不能应用于 $p_1 \in [\tilde{p}, p_m^L]$ 的混同均衡。这是因为，比如说，假定 $(\tilde{p}, \tilde{\mu}(H | \tilde{p}) = \mu, \tilde{\mu}(H | p_1 \neq \tilde{p}) = 1)$ 是一个混同均衡，那么，不论是高成本还是低成本，$p_1 > \tilde{p}$ 都不是参与人 1 相对于该均衡的劣战略（就是说，如果参与人 2 在观测到 p_1

$>\widetilde{p}$ 时认为 $\widetilde{\mu}(H)=0$ 从而选择不进入，两种类型的参与人 1 都想偏离 $\widetilde{p}$ 选择 $p_1>\widetilde{p}$，因为提高价格增加第一阶段的利润但不影响第二阶段的利润)，因此观测到 $p_1>\widetilde{p}$ 不能提供有关参与人 1 类型的任何信息；类似地，如果我们假定 $(p_m^L, \widetilde{\mu}(H\mid p_m^L)=\mu, \widetilde{\mu}(H\mid p_1\neq p_m^L)=1)$ 是混同均衡，那么，不论高成本还是低成本，所有 $p_1<p_m^L$ 都是参与人 1 相对于该均衡的劣战略。换言之，所有 $p_1\in[\widetilde{p}, p_m^L]$ 的混同均衡都满足直观标准(不过，如我们已经指出的，帕累托标准可以剔除所有 $p_1<p_m^L$ 的混同均衡，因为 $p_1=p_m^L$ 帕累托优于所有 $p_1<p_m^L$ (两种类型的参与人 1都更接近短期垄断价格，参与人 2 的利益不受影响))。

上述例子表明，尽管直观标准可以选出唯一的分离均衡，但仍留给我们多重混同均衡。不过，在有些博弈中，直观标准可能剔除掉所有混同均衡。考虑图 4.8，它与图 4.5 的主要区别是，这里，我们假定存在 $M_1^H-M_1^H(p_m^L)>\delta(M_1^H-D_1^H)$，即 $p_1=p_m^L$ 不可能作为一个混同均衡出现，或者说，$p_1^L=p_m^L$ 是一个分离均衡(参阅上一节有关 $M_1^H-M_1^H(p_m^L)<\delta(M_1^H-D_1^H)$ 条件的说明)。容易看出，所有 $p_1^L\in[\tilde{\tilde{p}}, \widetilde{p}]$ 都是分离均衡，所有 $p_1\in[\widetilde{p}, p^+]$ 都是混同均衡。$p_1^L=p_m^L$ 是满足直观标准的唯一分离均衡，但不存在满足直观标准的混同均衡。这是因为，比如说，如果 $(\widetilde{p}, \widetilde{\mu}(H\mid\widetilde{p})=\mu, \widetilde{\mu}(H\mid p_1\neq\widetilde{p})=0)$ 是一个混同均衡，那么，p_m^L 是高成本在位者相对于这个均衡的劣战略；根据直观标准，进入者应该认为 $\widetilde{\mu}(H\mid p_m^L)=0$；但是此时，低成本在位者的最优选择是 $p_1^L=p_m^L$，高成本在位者不会选择 p_m^L，因此，$p_1=\widetilde{p}$ 不构成一个混同均衡。这个博弈的唯一合理的(即

满足直观标准的)均衡是分离均衡,即:低成本在位者选择 $p_1^L = p_m^L$,高成本在位者选择 $p_1^H = p_m^H$;进入者在观测到 $p_1 \leqslant \tilde{p}$ 时,认为 $\tilde{\mu}(H \mid p_1 \leqslant \tilde{p}) = 0$,选择不进入;在观测到 $p_1 > \tilde{p}$ 时,认为 $\tilde{\mu}(H \mid p_1 > \tilde{p}) = 1$(或任何满足 $\tilde{\mu}D_2^H + (1-\tilde{\mu})D_2^L > 0$ 的 $\tilde{\mu}$),选择进入。这个均衡确实是很"直观的"。[1]

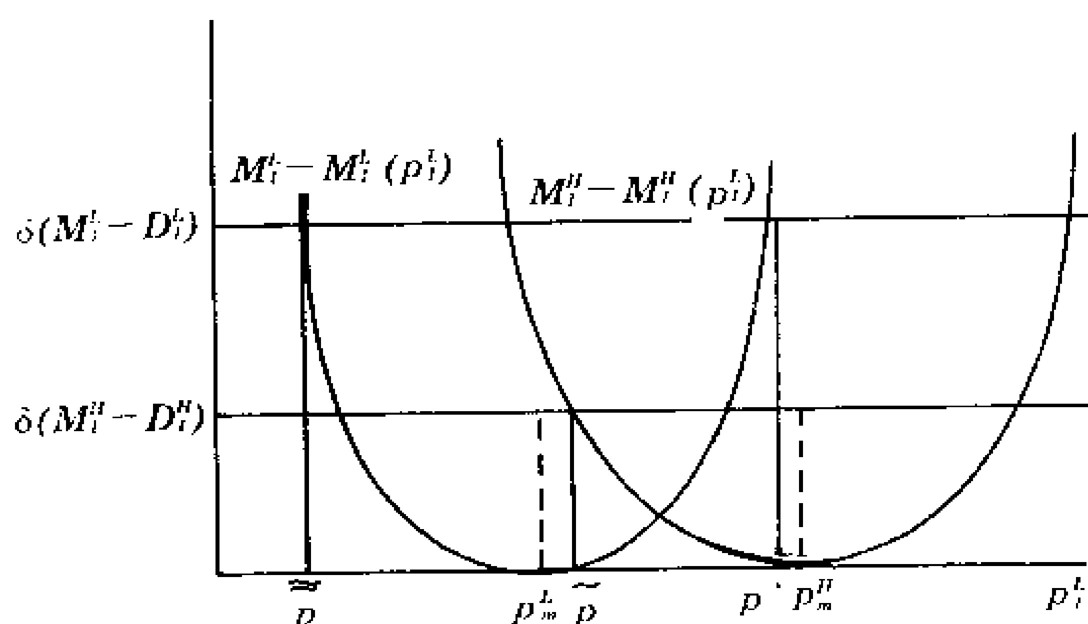


图 4.8 垄断限价模型:没有混同均衡

4.3.3 克瑞普斯—威尔逊(Kreps-Wilson)序贯均衡

从博弈论发展史的角度看,精炼贝叶斯均衡的概念可以说是一系列不同名称的均衡概念的一个收敛极限。特别地,泽尔腾(Selten,1975)在改进不完美博弈的子博弈精炼纳什均

① 有关直观标准剔除所有混同均衡的其他例子请参阅泰勒尔(1988),第448—452页。

衡概念时定义的“颤抖手精炼均衡”(trembling-hand perfect equilibrium)概念可以说是精炼贝叶斯均衡概念的最早版本；Kreps 和 Wilson (1982) 的“序贯均衡”(sequential equilibrium) 概念与泽尔腾的颤抖手均衡概念类似，但它着重强调了非均衡路径上后验概率的形成，从而使均衡概念更具应用性。在本部分和下一部分，我们简要地讨论序贯均衡概念和颤抖手均衡概念。[1] 我们将看到，颤抖手均衡是比序贯均衡更为精炼的概念，而后者又比精炼贝叶斯均衡更为精炼(more refined)。

粗略地讲，克瑞普斯—威尔逊序贯均衡的基本思想是，在子博弈精炼纳什均衡或贝叶斯均衡概念上增加一个新的要求，这个新的要求是：在博弈到达的每一个信息集上(不论该信息集在均衡路径还是非均衡路径)，参与人的行动必须由某种有关之前发生的事情(自然选择了什么类型或先行动者选择了什么行动)的信念(概率)“合理化”(rationalized)。在均衡路径上，后验信念由贝叶斯法则决定。问题是在非均衡路径上，贝叶斯法则没有定义；但正如我们已经看到的，对不完全信息(或不完美信息)博弈均衡最为重要的恰恰是非均衡路径上的后验概率。克瑞普斯和威尔逊处理非均衡路径上后验概率的办法是：首先假定，在每一个信息集上，参与人选择严格混合战略(strictly mixed strategies，即以严格正的概率选择每一个行动)，从而博弈到达每一个信息集的概率严格为正，贝叶斯法则在每一个信息集上都有定义；然后将均衡作为严

① 应该指出的是，序贯均衡和颤抖手均衡都只对有限博弈有定义(记住，有限博弈指的是，博弈有有限个参与人且每个参与人有有限个纯战略)。

格混合战略组合和与此相联系的后验概率的序列的极限。这样，检查一个战略组合和后验概率是否是一个均衡就变成一个纯技术性问题：它是否是某个严格混合战略组合和与此相联系的后验概率的序列的极限。

克瑞普斯和威尔逊使用博弈的扩展式表述定义序贯均衡的概念。为了给出序贯均衡的正式定义，让我们回顾一下第2章中定义的有关博弈树的一些基本概念。考虑 n 人有限博弈。我们用 X 表示决策结的集合，$x\in X$ 表示一个特定的决策结，$h(x)$表示包含决策结 x 的信息集，$i(x)$或 $i(h)$表示在决策结 x 或信息集 h 上行动的参与人 i，$\sigma_i(\cdot|x)$或 $\sigma_i(\cdot|h(x))$表示参与人 i 在 x 上的混合战略（即行为战略），Σ 表示所有战略组合 $\sigma=(\sigma_1,\cdots,\sigma_n)$的集合。给定 σ，$P^\sigma(x)$和 $P^\sigma(h)$分别表示博弈进入决策结 x 和信息集 h 的概率，$\mu(x)$或 $\mu(h(x))$表示给定博弈到信息集 $h(x)$的情况下参与人 $i(h)$在 $h(x)$上的概率分布，μ 表示所有 $\mu(h(x))$的集合（即信念系统），$U_{i(h)}(\sigma|h,\mu(h))$表示参与人 $i(h)$在 $h(x)$上的期望效用。令 Σ^0 表示所有严格混合战略组合的集合（σ 是一个严格混合战略，如果对于所有的 h 和 $a_i\in A(h)$，$\sigma_i(a_i|h)>0$，即参与人 $i(h)$ 选择每一个行动的概率严格为正），如果 $\sigma\in\Sigma^0$，那么，对于所有的决策结 x，$p^\sigma(x)>0$（即博弈到达每一个决策结的概率严格为正），因此，贝叶斯法则在每一个信息集上都有定义：$\mu(x)=P^\sigma(x)/P^\sigma(h(x))$。

克瑞普斯和威尔逊称(σ,μ)为一个"状态"(assessment)，它由所有参与人的战略组合和所有信息集上的概率分布组成。令 Ψ 为所有(σ,μ)的集合，Ψ^0 是所有 σ 为严格混合战略的(σ,μ)的集合。序贯均衡可以定义如下。

定义：(σ,μ)是一个序贯均衡，如果它满足下列两个条件：

(S) (σ,μ)是序贯理性的(sequentially rational)：在所有的信息集 h 上，给定后验概率 $\mu(h)$，没有任何参与人 i 想偏离 $\sigma_{i(h)}$；即：对于所有的可行战略 $\sigma'_{i(h)}$，

$$u_{i(h)}(\sigma|h,\mu(h)) \geqslant u_{i(h)}((\sigma'_{i(h)},\sigma_{-i(h)})|h,\mu(h))$$

(C) (σ,μ)是一致的(consistent)：存在一个严格混合战略组合序列$\{\sigma^m\}$和贝叶斯法则决定的概率序列 μ^m，使得(σ,μ)是(σ^m,μ^m)的极限；即：

$$(\sigma,\mu) = \lim_{m\to+\infty}(\sigma^m,\mu^m)$$

注意，均衡战略组合 σ 不一定是严格混合战略，甚至可能是纯战略，但 σ 和 μ 可能是严格混合战略组合和相联系的概率的极限。将上述定义与本章第1节精炼贝叶斯均衡定义相比较，条件(S)是条件(P)的扩展，条件(C)是条件(B)的扩展。对多阶段博弈而言，条件(S)等价于条件(P)，条件(C)意味着条件(B)。

一致性要求(C)是序贯均衡概念最重要的创造。序列(σ^m,μ^m)可以理解为均衡(σ,μ)的"颤抖"；颤抖使得贝叶斯法则适用于博弈的所有路径(这样解释使得序贯均衡概念与下一部分讨论的泽尔腾的颤抖手均衡概念非常接近)。为了说明这一点，让我们考虑图4.9。这个图省略了博弈树中与分析不相关部分。当博弈到达参与人1的信息集时，参与人1认为$\mu(x)=1/3$，$\mu(x')=2/3$；无论处于哪个决策结，参与人1的最优战略是U，因此，参与人2的信息集是非均衡路径。如果

参与人 1 偏离均衡选择了 D，参与人 2 的后验概率应该如何呢？因为参与人 1 不能区别 x 和 x'，自然地，参与人 1 在两个决策结上偏离的可能性应该是一样的，因此，参与人 2 应该认为$\mu(y)=1/3,\mu(y')=2/3$。但是，任何的 $\mu(y)$都与贝叶斯法则相容，因为 D 是 0 概率事件。一致性条件(C)可以给出正确的结论。考虑收敛于 0 的序列 ϵ^m(可以解释为参与人 1"颤抖"的概率)。给定 ϵ^m，

$$\mu^m(y)=\frac{\mu^m(x)\epsilon^m}{\mu^m(x)\epsilon^m+\mu^m(x')\epsilon^m}=1/3$$

这样，颤抖保证了参与人 2 的后验概率尊重了原来的信息结构。

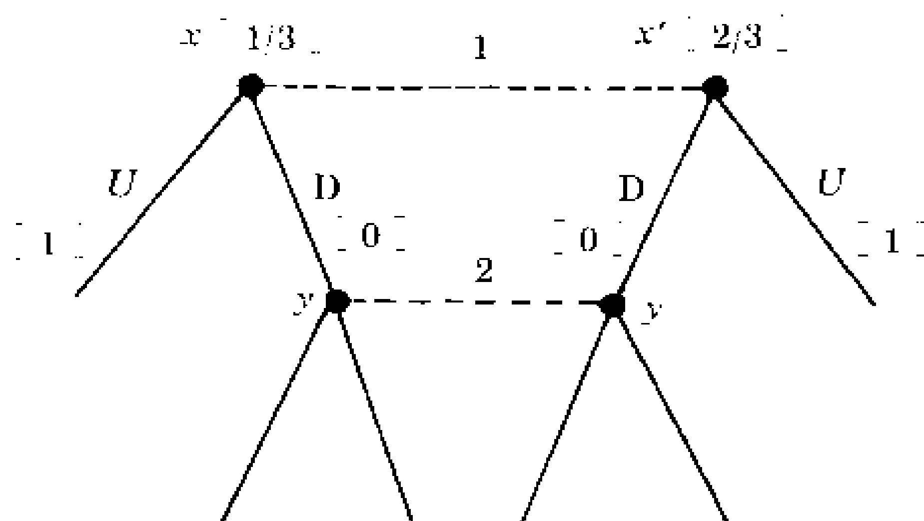


图 4.9

序贯均衡与精炼贝叶斯均衡的主要区别在于，一致性条件(C)比贝叶斯法则(B)更强，满足一致性条件(C)的均衡一定满足贝叶斯法则(B)，但逆定理不成立。这也就是说，每一个序贯均衡都是精炼贝叶斯均衡，但并不是每一个精炼贝叶斯

斯均衡都是序贯均衡。但是，弗得伯格和泰勒尔(Fudenberg and Tirole，1991)证明，在多阶段不完全信息博弈中，如果每个参与人最多只有两个类型，或者博弈只有两个阶段，那么，条件(B)等价于条件(C)，因此，精炼贝叶斯均衡与序贯均衡是重合的。克瑞普斯和威尔逊证明，在"几乎所有的"博弈中，序贯均衡与精炼贝叶斯均衡是相同的。这是为什么大多数学者喜欢使用精炼贝叶斯均衡概念而不是序贯均衡概念的原因，给定精炼贝叶斯均衡更为直观和更容易定义(检查一个给定的(σ,μ)是否满足一致性条件是非常繁琐的)。

4.3—4 泽尔腾的颤抖手均衡

泽尔腾(1975)使用战略式博弈引入颤抖手均衡的概念(trembling-hand perfect equilibrium)。颤抖手均衡的基本思想是，在任何一个博弈中，每一个参与人都有一定的可能性犯错误(mistakes，类似一个人用手抓东西时，手一颤抖，他就可能抓不住他想抓的东西)；一个战略组合，只有当它在允许所有参与人都可能犯错误时仍是每一个参与人的最优战略的组合时，才是一个均衡。泽尔腾将非均衡事件的发生解释为"颤抖"：当一个参与人突然发现一个不该发生的事件发生时(即博弈偏离均衡路径)，他把这个不该发生的事件的发生归结为某一个其他参与人的非蓄意错误。通过引入"颤抖"，博弈树上的每个决策结出现的概率都为正，从而每一个决策结上的最优反应都有定义，原博弈的均衡可以理解为被颤抖扰动后的博弈的均衡的极限。

在给出颤抖手均衡的正式定义之前，让我们首先用表4.1的例子说明"颤抖"何以精炼(改进)均衡集。在表4.1中，(D,

L)是一个纳什均衡(弱劣战略均衡):只要参与人2不选择R,D就是参与人1的最优选择;同样,只要参与人1不选择U,L就是参与人2的最优选择。但是,如果参与人2有可能错误地选择R,那么,不论这个错误发生的概率是多么小,参与人1的最优选择就是U而不是D;预测到这一点,参与人2将选择R。就是说,(D,L)不是一个颤抖手均衡。对比之下,(U,R)是一个颤抖手均衡:不论参与人2犯错误的概率多大,参与人1没有兴趣选择D;另一方面,只要参与人1犯错误的概率小于2/3,参与人2就没有兴趣选择L(如果犯错误的概率大于2/3,这个错误将很难说是"颤抖"了)。

表 4.1

		参与人2 L	参与人2 R
参与人1	U	10,0	5,2
	D	10,1	2,0

现在我们给出颤抖手均衡的正式定义(定义中的符号与上一部分相同):

定义:在n人战略式表述博弈中,纳什均衡$(\sigma_1,\cdots,\sigma_n)$是一个颤抖手均衡,如果对于每一个参与人$i$,存在一个严格混合战略序列$\{\sigma_i^m\}$,使得下列条件满足:

1. 对于每一个i,$\lim\limits_{m\to+\infty}\sigma_i^m=\sigma_i$;

2. 对于每一个i和$m=1,2,\cdots,\sigma_i$是对战略组合$\sigma_{-i}^m=(\sigma_1^m,\cdots,\sigma_{i-1}^m,\sigma_{i+1}^m,\cdots,\sigma_n^m)$的最优反应,即:对任何可选择的混合战略$\sigma_i'\in\Sigma_i$,

$$u_i(\sigma_i, \sigma^m_{-i}) \geqslant u_i(\sigma_i', \sigma^m_{-i})$$

上述定义中关键的一点是 σ_i^m 必须是严格混合战略(即选择每一个纯战略的概率严格为正)。每一个参与人 i 打算选择 σ_i,并且假定其他参与人打算选择 σ_{-i};但每一个参与人 i 怀疑其他参与人可能错误地选择 $\sigma^m_{-i}(\neq\sigma_{-i})$。条件 1 说的是,尽管每一个参与人 i 都可能犯错误,但错误收敛于 0(设想你要将一条线穿入一根针的针眼,你的手在不停地颤抖,你不大可能一下子就把线穿入针眼,但如果试的次数足够大,你总能把线穿入针眼);条件 2 说的是,每一个参与人 i 打算选择的战略 σ_i 不仅在其他参与人不犯错误时是最优的(纳什均衡),而且在其他参与人错误地选择了 $\sigma^m_{-i}(\neq\sigma_{-i})$时也是最优的(再一次以穿针为例,假定纳什均衡是每一个参与人都把线穿入针眼,条件 2 意味着,一个参与人不能因为其他参与人可能穿不进针眼就故意不把线穿入针眼)。

在上述定义中,我们隐含地假定任何一个参与人犯错误的机会与其他参与人犯错误的机会无关(或者说,颤抖在参与人之间是独立发生的)。在这个假设下,根据条件 2,任何包含弱劣战略的纳什均衡都不可能是颤抖手均衡(如表 4.1 所示)。但是,如上定义的颤抖手均衡并不排除在重复剔除弱战略过程中被剔除的战略。这一点可以用表 4.2 说明。表中,RL′弱劣于 RR′;剔除 RL′后,D 弱优于 U;因此,重复剔除弱劣战略得到的纳什均衡是(RR′,D),但是,被剔除掉的(L,U)是一个颤抖手均衡,这是因为:如果参与人 2 选择 U 的概率非常大(大于 2/3),参与人 1 的最优选择是 L;另一方面,如果参与人 1 以 $1-2/m$ 选择 L,$1/m$ 的概率选择 RL′或 RR′(因

此，$2/m$ 是参与人 1 犯错误的概率)，参与人 2 选择 U 的期望效用是(1)$(1-2/m)$+(2)$(1/m)$+(2)$(1/m)=1+2/m$，选择 D 的期望效用是(1)$(1-2/m)$+(0)$(1/m)$+(3)$(1/m)=1+1/m$，所以，U 优于 D；令 m 趋于无穷，我们得到(L，U)是一个颤抖手均衡。

表 4.2

		参与人 2 U	参与人 2 D
参与人 1	L	0，1	0，1
	RL′	1，2	1，0
	RR′	−1，2	2，3

这个例子事实上暴露出用战略式博弈定义颤抖手均衡的一个重要缺陷，即：战略式博弈允许同一参与人在博弈的不同阶段的错误(颤抖)具有相关性。为了说明这一点，让我们将表 4.2 的战略式博弈用图 4.10 的扩展式来表述。注意，这是一个完全信息和完美信息博弈。使用逆向归纳法，解得(RR′，D)是唯一的子博弈精炼纳什均衡(因为逆向归纳法实际上是重复剔除劣战略方法在动态博弈中的应用，两种方法得到相同的结果是自然的)。这也就是说，颤抖手均衡并不一定是子博弈精炼均衡。问题出在表 4.2 的战略式表述中，参与人 1 在两个阶段犯的错误是相关的。假定参与人 1 打算选择 L，但由于颤抖，错误地选择了 R；给定参与人 1 选择了 R，假定参与人 2 以 D 反应，那么，参与人 1 在下阶段选择 L′就是错上加错。如果我们设想不论参与人 1 在最初选择什么，如果博弈进入他的第二个信息集，他更可能选择 R′而不是 L′(因为前者优于后者)，那么，如果参与人 1 最初选择了 R，参与人 2 应该选择

D。因为 RR′只包含参与人 1 的一个错误，RL′包含参与人 1 的两个错误，我们有理由认为，RL′发生的概率小于 RR′发生的概率。但在前面证明(L，U)是一个颤抖手均衡时，我们假定 RL′发生的概率与 RR′发生的概率是相同的。如果不是这样，比如说，假定参与人 1 在两个阶段犯错误的概率是独立的，均为 $2/m$，那么，参与人 1 选择 L 的概率是$(1-2/m)$，选择 RL′的概率是$(4/m^2)$，选择 RR′的概率是$((2/m)\times(1-2/m))=(2(m-2)/m^2)$。此时，参与人 2 选择 U 的期望效用是$(1)(1-2/m)+(2)(4/m^2)+(2)(2(m-2)/m^2)=1+2/m$；选择 D 的期望效用是$(1)(1-2/m)+(0)(4/m^2)+(3)(2(m-2)/m^2)=1+4/m-12/m^2$。显然，只要参与人 1 在每个阶段犯错误的概率小于 1/3(即 m 大于 6)，参与人 2 的最优选择就是 D(而非 U)，(L，U)不可能是颤抖手均衡。容易证明，在独立性错误假设下，(RR′，D)是唯一的颤抖手均衡(从而颤抖手均衡是子博弈精炼均衡)。

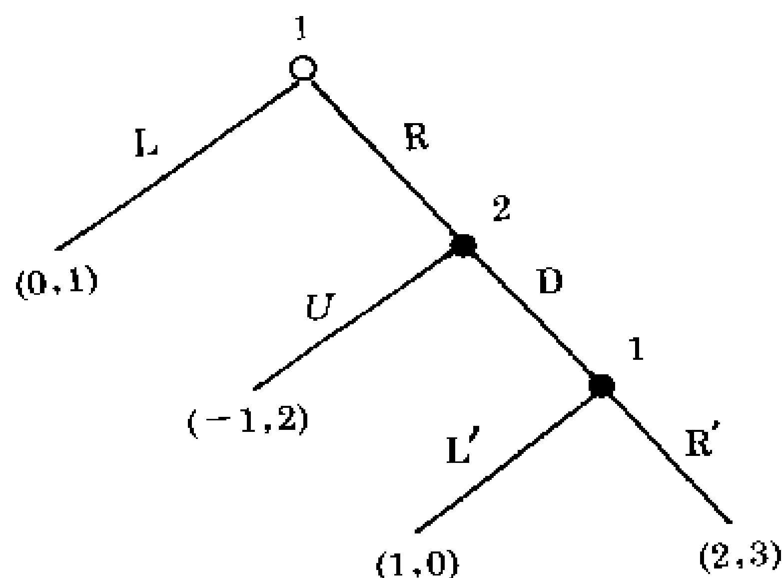


图 4.10　扩展式表述

为了排除参与人犯错误的动态相关性，泽尔腾(1975)引入了“代理人—战略式表述”以修正颤抖手均衡的概念。根据代理人—战略式表述(agent-strategic form)，图 4.10 中参与人 1 的两次选择被当作两个不同参与人的选择，这两个不同参与人颤抖的概率是独立的。更为准确地讲，代理人—战略式表述等价于一个原扩展式表述博弈的重新构造，在重新构造的扩展式表述中，参与人不仅以名称(i)和类型(θ_i)相区别，而且以在博弈树中的位置相区别。这样，原来的参与人类似一个委托人，他在不同的信息集上雇佣了不同的代理人(每一个信息集上都有一个不同的代理人)，授权后者决策；同一委托人的所有代理人的支付函数与委托人相同，因此，完全按委托人的利益决策。但是，因为每个代理人都是独立地行动的，他们犯错误的可能性也是独立的。因为在定义颤抖手均衡概念时，我们隐含地假定参与人之间的颤抖是不相关的，将颤抖手均衡应用于代理人—战略式博弈时，一个参与人在一个信息集上犯错误的可能性就不会影响在另一个信息集上犯错误的可能性，非子博弈精炼均衡就从颤抖手均衡中被排除掉了。在前例中，如果参与人 1 的第一个代理人想选择 L，两个代理人选择 RL′的可能性远远小于选择 RR′的可能性，因为 RL′的出现要求两个代理人都犯错误，而 RR′只涉及第一个代理人的错误。表 4.3 是图 4.10 扩展式博弈的代理人—战略式表述，这里，参与人 1 的第一个代理人的任务是选择哪一个矩阵，(a)或(b)，第二个代理人的任务是选择行动 L′或 R′(当原博弈中每个参与人只有一个信息集时，代理人—战略式表述与原战略式表述完全相同)。

表 4.3 代理人—战略式表述

(a)

		参与人 2 U	参与人 2 D
代理人 2	L′	−1, 2	1, 0
	R′	−1, 2	2, 3

(b)

		参与人 2 U	参与人 2 D
代理人 2	L′	0, 1	0, 1
	R′	0, 1	0, 1

代理人—战略式博弈是一个纯技术性工具，我们有关精炼均衡的其他概念（包括子博弈精炼均衡、精炼贝叶斯均衡、序贯均衡）同样可以定义在代理人—战略式博弈上。容易证明，颤抖手均衡一定是序贯均衡。根据构造，战略组合 σ 是严格混合战略组合 σ^m 的极限；为了获得序贯均衡，我们必须构造一个后验概率系统 μ 使得 (σ,μ) 是一致的，并且对于给定的 μ，σ 是序贯理性的。因为 σ^m 是严格混合战略组合，对应的后验概率 μ^m 在每一个信息集上都是由贝叶斯法则唯一决定的。令 μ 是 μ^m 的极限。根据构造，(σ,μ) 满足一致性条件；因为对于每一个参与人 i，σ_i 是对 σ_{-i}^m 的最优反应，并且支付函数是连续的，因此，(σ,μ) 满足序贯理性条件。

但是，一个序贯均衡不一定是一个颤抖手均衡。如表 4.4 中，纳什均衡 (D,R) 是一个序贯均衡，但不是一个颤抖手均衡。然而，这个博弈是非常特殊的，因为它依赖于参与人在均

衡战略与非均衡战略之间是无差异的。如果这个无差异不存在，序贯均衡集合与颤抖手均衡集合就是相同的。克瑞普斯和威尔逊（1982）证明，在几乎所有的博弈中，序贯均衡概念和颤抖手均衡概念是相同的。

表 4.4

		参与人 2	
		L	R
参与人 1	U	1，1	0，0
	D	0，0	0，0

本章中我们一直没有给出均衡的存在性定理。因为颤抖手均衡一定是序贯均衡，序贯均衡一定是精炼贝叶斯均衡，如果一个博弈存在着颤抖手均衡，也一定存在着序贯均衡和精炼贝叶斯均衡。泽尔腾（1975）证明，在所有的有限博弈中，至少存在一个颤抖手均衡。证明这个定理实际上是证明每一个被颤抖搅动的“代理人－战略式博弈”至少存在一个纳什均衡，当颤抖趋于 0 时，纳什均衡的极限就是颤抖手均衡。有兴趣的读者请参阅泽尔腾的原文或泰勒尔（1988）第 445 页。

除序贯均衡和颤抖手均衡外，另外两个需要提到的均衡概念是梅耶森（Myerson，1978）的“适度均衡”（proper equilibrium）和考尔伯格和默顿（Kohlberg and Merten，1986）的“稳定均衡”（stable equilibria）。简单地说，适度均衡概念是在颤抖手均衡概念上再加上如下要求：如果一个战略比另一个战略代表更大的错误（即对给定参与人更大的损害），那么，参与人选择前一个战略的可能性就应该小于选择后一个战略的

可能性(即犯大错误的可能性较小)。考尔伯格和默顿的"稳定均衡"是一个更为复杂的均衡概念。他们首先列出均衡解应该满足(或我们希望它满足)的要求:(1) 每一个(有限)博弈应该有一个解;(2)每一个解应该是颤抖手精炼均衡;(3)解应该只依赖于缩减的战略式表述(与扩展式表述的形式无关);(4)每一个参与人都不应该选择弱劣战略;(5)解应该是不能被重复剔除过程剔除掉的。考尔伯格和默顿用例子表明,没有一个单一战略组合能够满足所有这些要求;因此,适当的均衡概念应该是"集合值的"(set- valued)。粗略地讲,均衡解应该是某些战略组合的集合而不是单一战略组合;这个战略组合集合对于所有可能的颤抖搅动都应该是稳定的:如果博弈被颤抖所搅动,那么,搅动后的博弈的解仍然接近于集合中的每个战略组合。有关适度均衡概念和稳定均衡概念的更详细讨论,请参阅原文或弗得伯格和泰勒尔(1991)第 356—359 页和第 11 章第 1 节。

4.4 不完全信息重复博弈与声誉

4.4—1 KMRW 声誉模型

本节讨论不完全信息重复博弈中的合作行为。2.5 节的讨论表明,在完全信息情况下,不论博弈重复多少次,只要重复的次数是有限的,唯一的子博弈精炼纳什均衡是每个参与人在每次博弈中选择静态均衡战略(假定静态博弈的纳什均衡是唯一的),即有限次重复不可能导致参与人的合作行为。特别地,在有限次重复囚徒博弈中,每次都选择"坦白"是每个

囚徒的最优战略。这一结果似乎与人们的直观感觉不一致。阿克斯罗德(Axelrod ,1981)的实验结果表明,即使在有限次重复博弈中,合作行为也频繁出现。克瑞普斯、米尔格罗姆、罗伯茨和威尔逊(1982)的声誉模型(reputation model)通过将不完全信息引入重复博弈解开了这个悖论。他们证明,参与人对其他参与人支付函数或战略空间的不完全信息对均衡结果有重要影响,合作行为在有限次博弈中会出现,只要博弈重复的次数足够长(没有必要是无限的)。特别地,“坏人”可能在相当长一段时期表现得像“好人”一样。

让我们以囚徒困境为例说明 KMRW 模型的结果。假定囚徒 1 有两种类型,理性的(rational)或非理性的(irrational),概率分别为$(1-p)$和 p。为简单起见,假定囚徒 2 只有一种类型,即理性的。假定理性的囚徒可以选择任何战略,阶段博弈的支付矩阵如表 4.5 所示;非理性的囚徒 1,由于某种原因,只有一种战略,即“针锋相对”(tit-for-tat):开始选择“抵赖”,然后在 t 阶段选择囚徒 2 在 $t-1$ 阶段的选择(即“你抵赖我就抵赖,你坦白我就坦白”)。博弈的顺序如下:

1. 自然首先选择囚徒 1 的类型;囚徒 1 知道自己的类型,囚徒 2 只知道囚徒 1 属于理性的概率是$(1-p)$,非理性的概率是 p;

2. 两个囚徒进行第一阶段博弈;

3. 观测到第一阶段博弈结果后,进行第二阶段博弈;观测到第二阶段博弈结果后,进行第三阶段博弈;如此等等。

4. 理性囚徒 1 和囚徒 2 的支付是阶段博弈的支付的贴现值之和(为了简单起见,我们假定贴现因子 $\delta=1$)。

表 4.5 囚徒困境

		囚徒 2	
		坦白	抵赖
囚徒 1	坦白	−8, −8	0, −10
	抵赖	−10, 0	−1, −1

这里有必要对“理性”和“非理性”这两个用语作点说明。“理性囚徒”只是对我们已经熟悉的“囚徒”及其行为的一个简单化概括，这里可以理解为“机会主义者”(opportunist)，或者非合作型参与人；“非理性囚徒”是对具有不同于我们熟悉的行为方式的另一类囚徒的概括，这里可以理解为讲义气重信誉的人，或者合作型参与人。说囚徒 1 可能是非理性的并不是说他的行为是非理性的(即不追求效用最大化)，而是说他有一种特殊的效用函数。比如说，在市场进入博弈中，“非理性囚徒”可以理解为低成本的在位者。我们这里假定非理性的囚徒 1 只有一种战略而不去描述他的支付函数，只是为了分析的方便。我们当然可以假定非理性的囚徒 1 还有其他可选择的战略(如冷酷战略)，但“针锋相对”假设的方便之处是，一旦囚徒 1 偏离了“针锋相对”战略，就暴露出他是“理性的”；有了这个假定，我们可以集中于分析理性囚徒的战略选择。我们的目的是证明，即使在完全信息下($p=0$)肯定会选择“坦白”的理性囚徒也会在不完全信息下($p>0$)选择“抵赖”(类似极端自私的人也会“助人为乐”)。

让我们首先讨论博弈只重复两次($T=2$)的情况。为了叙述的方便，我们用 C 代表“坦白”(confess)，D 代表抵赖(deny)(因此 C 代表非合作行为，D 代表合作行为)。如同在

完全信息情况下一样，在最后阶段($t=2$)，理性囚徒 1 和囚徒 2 都将选择 C，非理性囚徒 1 的选择依赖于囚徒 2 在第一阶段的选择。在第一阶段，非理性囚徒 1 选择 D(根据假定)；理性囚徒 1 的最优选择仍然是 C，因为他的选择不会影响囚徒 2 在第二阶段的选择。因此，我们只需要考虑囚徒 2 在第一阶段的选择(X)，他的选择将影响非理性囚徒 1 在第二阶段的选择，如表 4.6 所示。

表 4.6 博弈重复两次

	$t=1$	$t=2$
非理性囚徒 1	D	X
理性囚徒 1	C	C
囚徒 2	X	C

如果选择 $X=D$，囚徒 2 的期望支付是

$$[p(-1)+(1-p)(-10)]+[p\times 0+(1-p)(-8)]$$
$$=17p-18$$

其中等式左边第一项是第一阶段的期望支付，第二项是第二阶段的期望支付(下同)。如果选择 $X=C$，囚徒 2 的期望支付是：

$$[p\times 0+(1-p)(-8)]+[-8]=8p-16$$

因此，如果下列条件满足，囚徒 2 将选择 $X=D$：

$$17p-18\geqslant 8p-16\Rightarrow p\geqslant 2/9$$

就是说，如果囚徒 1 属于非理性的概率不小于 2/9，囚徒 2 将在第一阶段选择抵赖(合作)。让我们假定 $p\geqslant 2/9$。

现在考虑博弈重复三次($T=3$)的情况。给定 $p \geqslant 2/9$,如果理性囚徒 1 和囚徒 2 在第一阶段都选择 D(合作),那么,第二、三阶段的均衡路径与表 4.6 相同(其中 $X=D$),总的路径如表 4.7 所示。我们现在的任务是导出表 4.7 是均衡的充分条件。

表 4.7 博弈重复三次的均衡

	$t=1$	$t=2$	$t=3$
非理性囚徒 1	D	D	D
理性囚徒 1	D	C	C
囚徒 2	D	D	C

首先考虑理性囚徒 1 在第一阶段的战略。首先注意到,当博弈重复三次时,C 不一定是理性囚徒 1 在第一阶段的最优选择,这是因为,尽管选择 C 在第一阶段可能得到 0 单位的最大支付(如果囚徒 2 选择 D),但暴露出他是理性的,囚徒 2 在第二阶段就不会选择 D,理性囚徒 1 在第二阶段的最大支付是(-8);但如果选择 D,不暴露自己是理性的,理性囚徒 1 可能在第一阶段得到(-1)、第二阶段得到 0。

给定囚徒 2 在第一阶段选择 D,如果理性囚徒 1 选择 D,囚徒 2 的后验概率不变,因而在第二阶段和第三阶段选择 (D,C),理性囚徒 1 的期望支付是:

$$(-1)+(0)+(-8)=-9$$

如果理性囚徒 1 在第一阶段选择 C,暴露了自己的理性特征,囚徒 2 将在第二阶段和第三阶段选择(C,C),理性囚徒 1 的期望支付是:

$$(0) + (-8) + (-8) = -16$$

因为$-9 \geqslant -16$，理性囚徒 1 的最优选择是 D（没有兴趣偏离表 4.7 的战略）。

现在考虑囚徒 2 的战略。囚徒 2 有三种战略，分别为(D,D,C)、(C,C,C)和(C,D,C)。给定理性囚徒 1 在第一阶段选择 D（第二、三阶段选择 C），囚徒 2 选择(D,D,C)的期望支付为：

$$[-1] + [p(-1) + (1-p)(-10)] + [p \times 0 + (1-p)(-8)] = 17p - 19$$

如果囚徒 2 选择(C,C,C)，博弈路径如表 4.8 所示，期望支付是：

$$[0] + [-8] + [-8] = -16$$

表 4.8　第二种战略

	$t=1$	$t=2$	$t=3$
非理性囚徒 1	D	C	C
理性囚徒 1	D	C	C
囚徒 2	C	C	C

因此，(D,D,C)优于(C,C,C)，如果：

$$17p - 19 \geqslant -16 \rightarrow p \geqslant 3/17$$

因为我们假定 $p \geqslant 2/9$，上述条件是满足的。

如果囚徒 2 选择(C,D,C)，博弈路径如表 4.9 所示，期望支付是：

$$[0] + [-10] + [p \times 0 + (1-p)(-8)] = 8p - 18$$

表 4.9 第三种战略

	$t=1$	$t=2$	$t=3$
非理性囚徒 1	D	C	D
理性囚徒 1	D	C	C
囚徒 2	C	D	C

因此，(D,D,C)优于(C,D,C)，如果：

$$17p-19\geqslant 8p-18\Rightarrow p\geqslant 1/9$$

因为 $p\geqslant 2/9$，上述条件是满足的。

上述分析表明，只要囚徒 1 是非理性的概率 $p\geqslant 2/9$，表 4.7 所示的战略组合就是一个精炼贝叶斯均衡：理性囚徒 1 在第一阶段选择 D，然后在第二阶段和第三阶段选择 C；囚徒 2 在第一阶段和第二阶段选择 D，然后在第三阶段选择 C。读者可以进一步证明，如果 $p\geqslant 2/9$，对于所有的 $T>3$，下列战略组合构成一个精炼贝叶斯均衡：理性囚徒 1 在 $t=1$ 至 $t=T-2$阶段一直选择 D(合作)，然后在 $t=T-1$ 和 $t=T$ 阶段选择 C(不合作)；囚徒 2 在 $t=1$ 至 $t=T-1$ 阶段选择 D(合作)，然后在 $t=T$ 阶段选择 C(不合作)。如果我们将任何一个囚徒选择 C 的阶段称为非合作阶段，两个囚徒都选择 D 称为合作阶段，那么，容易看出，只要 $T>3$，非合作阶段的总数量等于 2，与 T 无关。

在以上的讨论中，我们假定只有囚徒 1 的类型是私人信息(单方非对称信息)。在这个假设下，如果 $p<2/9$，合作均衡不可能作为精炼贝叶斯均衡出现(在假定的参数下)。原因是，如果囚徒 2 在 $t=T-1$ 阶段不选择 D，在 $t=T$(最后阶段)，

即使非理性囚徒 1 也不会选择 D，从 $t=T-2$ 开始的博弈类似一个重复两次的博弈，囚徒 2 在 $t=T-2$ 阶段也不会选择 D；依此类推，没有任何一个阶段囚徒 2 有兴趣选择 D，理性囚徒 1 自然不会选择 D，唯一的精炼贝叶斯均衡是静态博弈纳什均衡的重复，如同在完全信息情况下一样（唯一的例外是非理性囚徒 1 在第一阶段选择 D）。

但是，如果我们假定两个囚徒的类型都是私人信息，就是说，每个囚徒都有 $p>0$ 的概率是非理性的，那么，不论 p 多么小（但严格大于 0），只要博弈重复的次数足够多，合作均衡就会出现。为了说明这一点，假定非理性囚徒选择"冷酷战略"(grim strategy)：开始选择 D（合作）直到对方在 t 阶段选择 C（不合作），然后从 $t+1$ 开始选择 C 直到 T（如果说"针锋相对"战略代表的是"你不仁我不义"、"投之以李，报之以桃"，冷酷战略代表的则是"绝不原谅对方的任何背信弃义行为"；我们这里假定非理性囚徒选择"冷酷战略"而不是"针锋相对"主要是为了叙述的方便，与结论无关）。考虑囚徒 1。如果他在 $t=1$（第一阶段）首先选择 C，暴露出自己是理性的（因为非理性的囚徒绝不首先选择 C），从 $t=2$ 阶段开始，两个囚徒都将选择 C 直到 T（最后阶段），这是一个均衡：非理性囚徒 2 选择 C 是为了报复囚徒 1 的背信弃义；理性囚徒 2 也将 C，给定囚徒 1 选择 C。类似地，理性囚徒 1 的最优选择也是 C。事实上，给定囚徒 1 在 $t=1$ 时偏离合作，这是从 $t=2$ 开始的唯一的均衡。因此，理性囚徒 1 的最大期望支付是：

$$[0]+[-8]+\cdots[-8]=-8(T-1)$$

其中 $t=1$ 阶段的最大可能支付是 0（囚徒 2 选择 D），$t=2,\cdots,T$ 阶段的支付均为 (-8)。现在考虑理性囚徒 1 的另一

种战略：开始选择 D 直到 T，除非囚徒 2 在 t 阶段选择了 C；在后一种情况下，从 $t+1$ 开始选择 C 直到 T。注意，这个战略并不是理性囚徒 1 的最优战略，但我们的目的是证明，即使这样一个非最优的战略也优于从一开始就选择 C 的战略，如果 T 足够大的话。如果囚徒 2 是非理性的，理性囚徒 1 从这个战略得到的支付是$(-1)T$；如果囚徒 2 是理性的，理性囚徒 1 的最小支付是$[-10]+[-8](T-1)=-8T-2$(如果囚徒 2 在 $t=1$ 阶段选择 C，$t=1$ 的支付是(-10)，之后每阶段的支付是(-8))。因此，理性囚徒 1 从这个战略得到的期望支付是：

$$p[-T]+(1-p)[-8T-2]$$

如果下列条件满足，这个战略肯定优于从一开始就选择 C 的战略：

$$p[-T]+(1-p)[-8T-2]>-8(T-1)$$
$$\Rightarrow T>(3-2p)/7p$$

就是说，只要 $T>T^*=(3-2p)/7p$，从一开始就选择 C(非合作)不是理性囚徒 1 的最优战略。特别地，满足这个条件的 T 随 p 递减。比如说，当 $p=0.1$ 时，$T^*=4$；当 $p=0.05$ 时，$T^*=9$(取整数)。这个结果意味着，即使小小的不确定性也会导致合作行为，如果博弈重复的次数足够大的话。容易验证，不论 p 是多么小，总存在一个 T^* 使得对所有的 $T>T^*$，在 $t=1$ 选择 C 对理性囚徒 1 不是最优。类似的结论对理性囚徒 2 也成立。

一般地，我们有如下定理：

KMRW 定理：在 T 阶段重复囚徒博弈中，如果每个囚徒

都有 $p>0$ 的概率是非理性的(即只选择"针锋相对"或"冷酷战略"),如果 T 足够大,那么存在一个 $T_0<T$,使得下列战略组合构成一个精炼贝叶斯均衡:所有理性囚徒在 $t\leqslant T_0$ 阶段选择合作(抵赖),在 $t>T_0$ 阶段选择不合作(坦白);并且,非合作阶段的数量$(T-T_0)$只与 p 有关而与 T 无关。

对上述定理需要作两点补充说明。第一,在每个合作阶段 $t\leqslant T_0$,后验概率 $\tilde{p}=p$;在每个非合作阶段 $t>T_0$,首先选择 C 的囚徒暴露出自己是理性的,$\tilde{p}(C)=0$。第二,"非合作阶段的数量$(T-T_0)$只与 p 有关而与 T 无关"意味着,T 只决定合作阶段的数量而不决定非合作阶段的数量。比如说,如果给定的 p 决定了 $T-T_0=2$,那么 $T_0=T-2$:如果 $T=3$,博弈有一个合作阶段$(T_0=1)$和两个非合作阶段;如果 $T=100$,博弈有 98 个合作阶段$(T_0=98)$和两个非合作阶段。这一点也暗示了上述定理可以用归纳法证明:如果 $T=T^*$ 时存在合作阶段,$T>T^*$ 时一定存在合作阶段。

KMRW 定理的直观解释是,尽管每一个囚徒在选择合作时冒着被其他囚徒出卖的风险(从而可能得到一个较低的现阶段支付),但如果他选择不合作,就暴露了自己是非合作型的,从而失去了获得长期合作收益的可能,如果对方是合作型的话。如果博弈重复的次数足够多,未来收益的损失就超过短期被出卖的损失,因此,在博弈的开始,每一个参与人都想树立一个合作形象(使对方认为自己是喜欢合作的),即使他在本性上并不是合作型的;只有在博弈快结束的时候,参与人才会一次性地把自己的过去建立的声誉利用尽,合作才会停止(因为此时,短期收益很大而未来损失很小)。

KMRW 定理为现实中观测到的大量现象提供了一个强有力的解释。比如说，它可以解释寡头市场上的合谋行为，也可以解释 2.5 节讨论过的泽尔腾的“连锁店悖论”。在连锁店悖论中，在位者选择“斗争”类似囚徒博弈中的“抵赖”(合作)，“默许”类似囚徒博弈中的“坦白”(不合作)。如果进入者对在位者的成本函数(或偏好)不完全了解，即使高成本的在位者(类似囚徒博弈中理性的囚徒)也可能选择“斗争”战略以建立一个低成本的形象，阻止进入者进入。有关这个问题的详细讨论请参阅弗得伯格和泰勒尔(1991)第 9 章和克瑞普斯(1990)第 14 章。

非常有意思的是，KMRW 定理为我们中国人推崇的“大智若愚”的行为方式提供了解释。这里，“智者”即囚徒博弈中的理性囚徒(非合作型)，“愚者”即囚徒博弈中的非理性囚徒(合作型)。在许多情况下，大智若愚确实是“智者”追求自己利益的最佳方式。日常生活中许多其他现象也与此类似。比如说，一个人干好事还是干坏事常常不取决于他是好人还是坏人，而取决于别人认为他是好人还是坏人，因为坏人也有兴趣建立一个好人的形象以谋取长远利益。即使你是一个极端自私的人，如果别人并不知道你是一个极端自私的人，你也有兴趣干一些助人为乐的事情，以使别人认为你是一个乐于助人的人。

KMRW 模型的最为成功之处在于它证明：只要博弈重复的次数足够长，参与人有足够的耐心(我们假定 $\delta=1$；但定理对 $\delta<1$ 也成立，只要 δ 足够接近与 1)，即使(有关参与人类型的)小小的不确定性可能引起均衡结果的重大改变(很小的 p 就可以保证合作均衡的出现，但如果 $p=0$，合作均衡不

可能出现)。[1] 当然,合作均衡的可能性依赖于我们有关非理性参与人行为的假定。比如说,如果我们假定,不论对方选择什么,非理性囚徒总是选择 D(合作),那么,合作均衡就不会出现,因为给定非理性囚徒总是选择 D 的情况下,C 是理性囚徒的占优战略。(如果不论你如何损害对方的利益,对方总是"仇将恩报",你为什么要约束自己的行为呢?)不过,如此"傻"的人是很少的,即使并不是没有。

4.4—2 声誉模型的一个应用:政府的货币政策

现在我们来应用 KMRW 模型分析宏观经济学中的一个重要问题:政府的货币政策。在第 2 章中我们讨论过货币政策的动态非一致性,即政府没有办法承诺零通货膨胀率,结果是一方面遭受通货膨胀之苦,另一方面又不能得到产出增加之益。巴罗(Barro,1986)和维克斯(Vickers,1986)使用 KMRW 声誉模型证明,如果公众有关政府偏好的信息是不完全的,出于声誉方面的考虑,政府可能选择不制造通货膨胀,即使政府的任期是有限的(因而博弈重复的次数是有限的)。

假定公众认为政府有两种可能的类型:强政府或弱政府。强政府从来不制造通货膨胀;弱政府有兴趣制造通货膨胀(比如说,由于顶不住利益集团的压力),但通过假装强政府,可以建立一个不制造通货膨胀的声誉。公众不知道政府的类型,

---

① KMRW 模型解开了有限重复博弈的悖论,但带来的一个新的问题是均衡的多重性。特别地,Fudenberg 和 Maskin (1986)证明,类似无限次重复博弈的"无名氏定理"在不完全信息有限重复博弈中也成立:只要博弈重复的次数足够长,参与人有足够的耐心,任何满足个人理性的可行支付向量都可以作为精炼贝叶斯均衡结果出现,不论 p 多么小。

但可以通过观测通货膨胀率来推断政府的类型。特别地，一旦政府制造了通货膨胀，公众就认为政府是弱政府；在理性预期下，政府在随后阶段的通货膨胀不能带来任何产出或就业的好处。因此我们要讨论的是在什么条件下，弱政府将选择不制造通货膨胀。

假定政府的单阶段效用函数如下：

$$W = -\frac{1}{2}\pi^2 + b(\pi - \pi^e)$$

这里 π 是实际通货膨胀率（政策变量），π^e 是公众预期的通货膨胀率；b 是政府的类型：$b=0$ 代表强政府，$b=1$ 代表弱政府。假定 $b=0$ 的先验概率是 p_0，$b=1$ 的先验概率是 $1-p_0$（即在 $t=0$ 时公众认为政府是强政府的概率是 p_0，弱政府的概率是 $1-p_0$）。

首先注意到，在单阶段博弈中，弱政府的最优通货膨胀率是 $\pi^* = b = 1$（由解一阶条件得出），效用水平是 $W = -1/2$（给定在理性预期下，预期的通货膨胀率等于实际通货膨胀率）。假定博弈重复 T 阶段，令 y_t 为 t 阶段弱政府选择零通货膨胀率的概率（即假装强政府的概率），x_t 为公众认为弱政府选择零通货膨胀率的概率；在均衡情况下，$x_t = y_t$。那么，如果在 t 阶段没有观测到通货膨胀，根据贝叶斯法则，公众在 $t+1$ 阶段认为政府是强政府的后验概率是：

$$p_{t+1}(b=0|\pi_t=0) = \frac{p_t \times 1}{p_t \times 1 + (1-p_t)x_t} \geqslant p_t$$

其中 p_t 是 t 阶段政府是强政府的概率，1 是强政府不制造通货膨胀的概率。就是说，如果政府没有制造通货膨胀，公众认为政府是强政府的概率向上调整（如果 $x_t < 1$，严格不等式成

立;如果 $x_t=1$,等式成立)。如果政府制造了通货膨胀,

$$p_{t+1}(b=0|\pi_t=1)=\frac{p_t\times 0}{p_t\times 0+(1-p_t)x_t}=0$$

就是说,如果观测到通货膨胀,公众就知道政府是弱政府。

让我们考虑两个阶段($T-1$ 和 T)模型的解。在 T 阶段(最后阶段),建立不制造通货膨胀的声誉已没有意义,弱政府的最优选择是 $\pi=b=1$,公众的通货膨胀预期为 $\pi_T^e=1-p_T$,弱政府的效用水平是:

$$W_T=-\frac{1}{2}\pi_T^2+(\pi_T-\pi_T^e)$$

$$=-\frac{1}{2}+(1-(1-p_T))=p_T-\frac{1}{2}$$

因为 $\partial W_T/\partial p_T=1>0$,弱政府的效用是声誉的增函数,这是为什么弱政府有积极性建立强声誉的原因。注意,如果弱政府在之前制造了通货膨胀,$p_T=0$,弱政府在最后阶段不能得到产出和就业的好处。

现在考虑 $T-1$ 阶段的政策选择。假定弱政府在 $T-1$ 之前没有制造通货膨胀,因而 $p_{T-1}>0$。公众的通货膨胀预期是:

$$\pi_{T-1}^e=1\times(1-p_{T-1})(1-x_{T-1})$$

其中 1 是弱政府的最优通货膨胀率,$(1-p_{T-1})$是政府是弱政府的概率,$(1-x_{T-1})$是公众认为弱政府选择通货膨胀的概率。

令 δ 为政府的贴现因子。为了简单起见,我们首先考虑纯战略,即 $y_t=0,1$ 的情况(因为当两种纯战略带来的期望效用相等时,参与人才会选择混合战略,知道了最优纯战略的条件也就知道了混合战略的条件)。如果弱政府在 $T-1$ 选择制造

通货膨胀（$y_{T-1}=0$，即 $\pi_{T-1}=1$），那么 $p_T=0$（在 $T-1$ 阶段观测到通货膨胀后，公众知道政府不可能是强政府）。给定公众的通货膨胀预期 π^e_{T-1}，弱政府的总效用为：

$$W_{T-1}(1)+\delta W_T(1)=\left(-\frac{1}{2}+(1-\pi^e_{T-1})\right)-\frac{1}{2}\delta$$

$$=\frac{1}{2}-\pi^e_{T-1}-\frac{1}{2}\delta$$

如果弱政府在 $T-1$ 选择不制造通货膨胀（$y_{T-1}=1$，即 $\pi_{T-1}=0$），那么，弱政府的总效用为：

$$W_{T-1}(0)+\delta W_T(1)=-\pi^e_{T-1}+\delta\left(p_T-\frac{1}{2}\right)$$

因此，如果下列条件满足，$\pi_{T-1}=0$ 优于 $\pi_{T-1}=1$：

$$-\pi^e_{T-1}+\delta\left(p_T-\frac{1}{2}\right)\geqslant\frac{1}{2}-\pi^e_{T-1}-\frac{1}{2}\delta$$

$$\Rightarrow p_T\geqslant\frac{1}{2\delta}$$

因为在均衡情况下，公众的预期 x_{T-1} 等于政府的选择 y_{T-1}，因此，如果 $y_{T-1}=1$ 构成弱政府的均衡战略，$x_{T-1}=1$，从而 $p_T=p_{T-1}$。因此上述条件意味着：

$$p_{T-1}\geqslant\frac{1}{2\delta}$$

就是说，如果公众在 $T-1$ 阶段是认为政府是强政府的概率不小于 $1/2\delta$，弱政府就会假装强政府。换言之，政府的声誉越好，维持声誉的积极性就越高。这一点在混合战略均衡中更为清楚。如果 $p_T=1/2\delta$，任何的 $y_{T-1}\in[0,1]$ 都是最优的。但因为均衡要求 $x_{T-1}=y_{T-1}$，将 $p_T=1/2\delta$ 代入贝叶斯法则并重新安排，我们得到：

$$y_{T-1}=x_{T-1}=\frac{(2\delta-1)p_{T-1}}{1-p_{T-1}}$$

即公众越是认为政府是强政府，弱政府选择不制造通货膨胀的概率就越高(假定 $\delta>1/2$)。特别地，当 $p_{T-1}\to1/2\delta$ 时，$y_{T-1}\to1$。

导致上述结论的原因是，弱政府在选择 $T-1$ 阶段的政策时，面临着眼前利益与未来利益的权衡。给定公众不知道政府的真实类型(从而通货膨胀预期 $\pi^e_{T-1}<1$)，如果弱政府在现阶段就利用了这个声誉(即选择 $\pi_{T-1}=1$)，她在现阶段的效用为 $W_{T-1}(1)=1/2-\pi^e_{T-1}>-1/2$，但在声誉被毁坏后，她下阶段的效用为 $W_{T(1)}=-\frac{1}{2}<p_T-\frac{1}{2}$。另一方面，如果她把声誉保持到下阶段(即选择 $\pi_{T-1}=0$)，她在现阶段的效用为 $W_{T-1}(0)=-\pi^e_{T-1}<1/2-\pi^e_{T-1}$，但下阶段的效用为 $W_T(1)=p_T-1/2>1/2$。因此，弱政府面临的问题是究竟在现阶段利用自己的声誉还是下阶段利用自己的声誉。如果 p_{T-1} 足够大，δ 充分接近于 1，弱政府的最优选择是下阶段(而不是现阶段)利用自己的声誉。事实上，如果 $p_{T-1}>1/2\delta$，在均衡的情况下，公众预期的通货膨胀是 $\pi^e_{T-1}=(1-p_{T-1})(1-x_{T-1})=(1-p_{T-1})(1-y_{T-1})=0$，弱政府 $T-1$ 阶段的效用是 $W(0)=-\pi^e_{T-1}=0$，这是任何情况下弱政府能获得的最大效用。

容易证明，如果政府在 $T-1$ 阶段选择零通货膨胀率政策是最优的，那么，在所有的 $t<T-1$ 阶段选择零通货膨胀率都是最优的。因此，如果 $p_0\geq1/2\delta$，我们有如下精炼贝叶斯均衡(混同均衡)：

强政府选择：$\pi_0=\pi_1=\cdots=\pi_{T-1}=\pi_T=0$；

弱政府选择：$\pi_0=\pi_1=\cdots=\pi_{T-1}=0$；$\pi_T=1$

公众的通货膨胀预期和后验概率为：

$\pi_0^e=\pi_1^e=\cdots=\pi_{T-1}^e=0$；$\pi_T^e=1-p_T=1-p_0$

在均衡路径上，$p_T=p_{T-1}=P_{T-2}=\cdots=p_0$；在非均衡路径上，$p_{t+1}=0$，如果 $\pi_t=1$。强政府的总效用水平(贴现值)为：

$$\sum_{t=0}^{T}\delta^t W_t=0+0+\cdots 0+0=0$$

弱政府的总效用水平(贴现值)为：

$$\sum_{t=0}^{T}\delta^t W_t=0+0+\cdots+0+\delta^T(p_0-1/2)$$

$$=\delta^T(p_0-1/2)$$

也容易证明，如果 $p_0<1/2\delta$，弱政府在一开始选择利用 $p_0>0$ 的声誉从通货膨胀中牟利(如果弱政府在 $T-1$ 阶段没有积极性维持自己的声誉，她在任何 $t<T-1$ 阶段也没有积极性维持声誉)。唯一的精炼贝叶斯均衡(分离均衡)是：

强政府选择：$\pi_0=\pi_1=\cdots=\pi_{T-1}=\pi_T=0$；

弱政府选择：$\pi_0=\pi_1=\cdots=\pi^{T-1}=\pi_T=1$

公众的通货膨胀预期和后验概率为：

$$\pi_0^e=1-p_0;\pi_1^e=\cdots=\pi_{T-1}^e=\pi_T^e=\begin{cases}1,\text{if}\pi_0=1\\0,\text{if}\pi_0=0\end{cases}$$

$$p_1=p_2=\cdots p_T=\begin{cases}0,\text{if}\pi_0=1\\1,\text{if}\pi_0=0\end{cases}$$

(即从 $t=1$ 开始进入完全信息博弈。)强政府的效用水平是 0 (与混同均衡情况下相同)；弱政府的效用水平(贴现值)是：

$$\sum_{t=0}^{T}\delta^t W_t=(p_0-1/2)+\left(-\frac{1}{2}\delta\right)+\cdots\left(-\frac{1}{2}\delta^T\right)$$

$$-p_0-\frac{1-\delta^T}{1-\delta}\frac{1}{2}$$

显然，对弱政府来说，在 $p_0<1/2\delta$ 情况下的效用水平远远小于在 $p_0\geqslant 1/2\delta$ 情况下的效用水平（当 $p_0=0$ 时，我们得到完全信息均衡结果，如果 $T<\infty$）。

上述讨论的一个基本结论是，信息结构的微小变化对政府的行为有重要的影响。

特别地，不完全信息可能使得政府的零通货膨胀率政策变得可信，从而解决宏观政策的动态不一致性问题（通过假定 b 的不同值，上述模型可以一般化。比如说，如果 b_s 代表强政府，b_w 代表弱政府，只要 $0\leqslant b_s<b_w$（即强政府也可能制造通货膨胀，但最优通货膨胀率小于弱政府），我们就可以导出均衡条件）。

4.5 博弈论均衡概念简要总结

我们有关博弈论基本内容的讨论到此结束。在结束本章之前，让我们来简要总结一下博弈论的几个基本均衡概念。在前面 4 章中，我们分别讨论了博弈的四种不同类型：完全信息静态博弈，完全信息动态博弈，不完全信息静态博弈和不完全信息动态博弈。对应地，我们引入四个基本的均衡概念：纳什均衡（Nash equilibrium），子博弈精炼纳什均衡（subgame perfect Nash equilibrium），贝叶斯纳什均衡（Bayesian Nash equilibrium）和精炼贝叶斯均衡（perfect Bayesian equilibrium）。表面上看，我们似乎是对每一类型博弈创造了一个完全

新的均衡概念，但事实上，这四个均衡概念是密切联系的。不要忘记，博弈分析的目的是预测博弈的结果。一个比较简单的博弈中的合理行为方式在一个较复杂的博弈中可能是完全不合理的。因此，适合于简单博弈的均衡概念并不一定适合更为复杂的博弈。当我们从一个较简单的博弈进入一个较复杂的博弈的时候，我们不得不通过引入更严格的限制条件以强化原来的均衡概念；每一个新的均衡概念的相继引入正是为了剔除使用旧概念可能得出的不合理结果。在每一种情况下，强均衡概念与弱均衡概念的区别只是对更复杂的博弈才是有意义的；在较简单的博弈中，两类均衡概念是等价的。特别地，精炼贝叶斯均衡在不完全信息静态博弈中等价于贝叶斯纳什均衡，在完全信息动态博弈（和完美信息动态博弈）中等价于子博弈精炼纳什均衡，在静态博弈中等价于纳什均衡。类似地，子博弈精炼纳什均衡和贝叶斯均衡在完全信息静态博弈中等价于纳什均衡。当我们将纳什均衡概念应用于完全信息动态博弈时，我们发现，纳什均衡包含着不可置信的威胁和承诺；为了剔除不可置信的威胁和承诺，我们引入了子博弈精炼纳什均衡的概念。类似地，当我们将贝叶斯均衡应用于不完全信息动态博弈时，我们发现贝叶斯均衡概念存在着同样的问题，因此，我们引入精炼贝叶斯均衡。精炼贝叶斯均衡是四个基本均衡概念中要求最严的均衡概念：参与人的行动不仅在整个博弈上构成贝叶斯均衡，而且在每一个后续博弈上构成贝叶斯均衡，并且，参与人必须根据贝叶斯法则修正信息。

图 4.11 是几个基本均衡概念之间的关系，其中每一个对应较小集合的均衡概念也适用于对应较大集合的均衡概念，但反之不成立（如果图中“子博弈精炼均衡”用“贝叶斯均衡”

取代，关系仍然成立)。

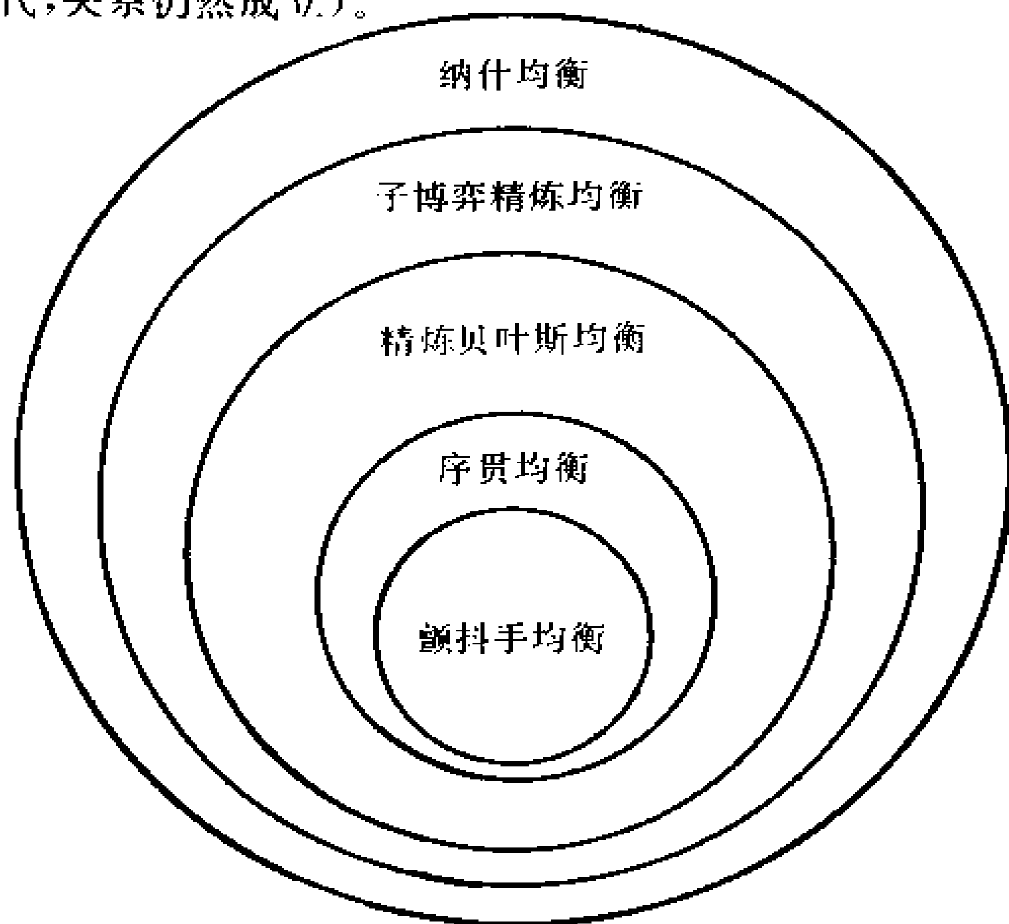


图 4.11　不同均衡概念之间的关系

进一步阅读

弗得伯格和泰勒尔(1991)给出了精炼贝叶斯均衡的正式定义。*Advances in Economic Theory: Sixth world congress* vol. I (Laffont 编)收集了6篇由博弈论主流专家撰写的关于博弈论发展的综述性论文，主要内容包括：博弈论的基石(K. Binmore)；纳什均衡的精炼(E. van Damme)；解释重复博弈中的合作和承诺(D. Fudenberg)；重复博弈：合作与理性

(D. Pearce)；完全信息环境下的实施、契约与再磋商(J. Moore)；博弈树博弈中的实施问题；机制设计中的多均衡问题(T. Palfrey)。在本章结束后，读者可以找来一读。Harris and Raviv(1991) 对有关资本结构的信号传递理论提供了一个很好的综述。关于重复博弈与声誉模型在产业组织理论中的应用，泰勒尔 (1988)第 6 章是比较系统和容易读的。

练习题

1. 给出表 4A.1 和 4A.2 的扩展式表述(博弈树)，并找出每个博弈的所有纯战略纳什均衡、子博弈精炼纳什均衡和精炼贝叶斯均衡(提示：参与人 1 先行动；如果参与人 1 选择了 R，博弈结束；如果参与人 1 选择了 L 或 M，博弈进入参与人 2 的信息集)。

表 4A.1

		参与人 2: U	参与人 2: D
参与人 1	L	4，1	0，0
	M	3，0	0，1
	R	2，2	2，2

表 4A.2

		参与人 2: U	参与人 2: C	参与人 2: D
参与人 1	L	1，3	1，2	4，0
	M	4，0	0，2	3，3
	R	2，4	2，4	2，4

2. 图 4A.1 是一个信号传递博弈：自然首先选择参与人 1 的类型，参与人 1 知道自然的选择，参与人 2 不知道，只知道参与人 1 属于类型 t_1 和类型 t_2 的可能性相等；参与人 1 然后选择信号 L 或 R；参与人 2 最后选择行动 U 或 D，博弈结束，支付向量如终点结所示。给出这个博弈的所有纯战略分离均衡和混同均衡。

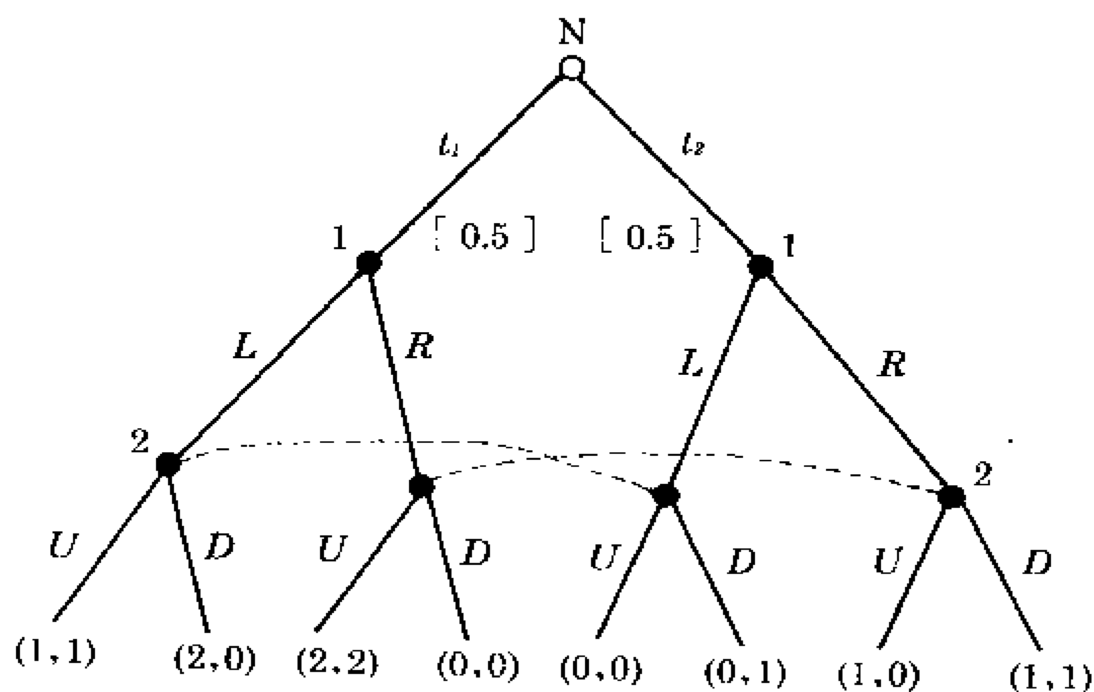


图 4A.1

3. 一对夫妇离婚时要分配财产。根据法律规定，婚姻期间形成的财产的所有权各占一半。但因为家庭财产由不同的部分组成，要对财产的价值作一个客观的估计是很困难的；特别地，由于个人的兴趣和出于对未来生活的考虑，夫妻双方对不同财产的评价是不同的。因此，二人免不了要为什么物品归谁

所有而发生争执。经过几个回合的谈判，两人同意按下列规则办事：女方对物品作价（如电视机为 3000 元，冰箱为 2000 元，等等）；如果男方愿意支付女方 1/2 的价格，该物品归男方所有；否则，女方必须支付男方 1/2 的价格，该物品归女方所有。考虑单件物品（如电视机）。我们用 θ_M 和 θ_F 分别代表该物品对男方和女方的真实价值。假定 θ_M 和 θ_F 都是私人信息，但双方都知道 θ_M 和 θ_F 在区间[2000，3000]上独立、均匀分布（即分布函数是共同知识）。求出精炼贝叶斯均衡。

4. 考虑一个民事诉讼博弈。原告 P 知道如果案子上法庭的话，他是否能赢；被告 D 不知道谁将赢，只知道有 1/3 的概率原告将赢；被告也知道原告 P 知道谁将赢；被告的这些知识是共同信息（因此原告有两种类型，被告只有一种类型）。如果原告胜诉，他的净所得为 3，被告的净所得为 −4（可以设想为赔偿原告 3 和支付法庭 1）。如果败诉，原告的净所得为 −1，被告的净所得为 0。在博弈开始，原告有两种选择：他可以要求被告赔偿 $M=1$ 或 $M=2$ 以私了。如果被告接受原告的要求，博弈结束，原告和被告的支付分别为 M 和 $-M$。如果被告拒绝原告的要求，案子到法庭。给出这个博弈的扩展式表述（博弈树）和所有的精炼贝叶斯均衡（注意：对每一个均衡战略组合，被告的后验概率是 M 的函数），并解释为什么其他的战略组合不构成精炼贝叶斯均衡。

5. 在上述例子中，现在假定原告和被告都知道原告将胜诉，但原告知道他能得到的赔偿金额 d，被告只知道 d 在区间[0，4]上均匀分布（分布函数是共同知识）。假定诉讼费用为零，参与人的行动选择和博弈顺序与上例相同。给出精炼贝叶斯均衡。

6. 参与人 1 有两个类型：θ_1＝强（概率为 0.9）和 θ_2＝弱（概率为 0.1）；参与人 2 有一种类型：恃强欺弱。参与人 1 知道自己的类型，参与人 2 只知道参与人 1 类型的分布函数。参与人 1 的行动是选择早餐时是否吃辣椒；参与人 2 观察到参与人 1 的早餐内容，然后判断参与人 1 的特征，选择是否袭击他。如果参与人 1 是强者，对应不同行动组合的支付矩阵如表 4A.3(a)；如参与人 1 是弱者，对应不同行动组合的支付矩阵如表 4A.3(b)。注意，这两个表中参与人 2 选择的是行动。从表中可以看出，如果信息是完全的，当参与人 1 是强者时，精炼纳什均衡结果是（吃辣椒，不袭击）；当参与人 1 是弱者时，精炼纳什均衡结果是（不吃辣椒，袭击）。另外，两类参与人 1 都不愿意遭受参与人 2 的袭击。给出这个博弈的扩展式表述（博弈树），找出所有的分离均衡和混同均衡；特别地，证明（不吃辣椒，不袭击；$p=0.1$，$q\geq 1/2$）是一个混同精炼博弈树均

表 4A.3

(a) 参与人 1 是强者时

		参与人 2：袭击	参与人 2：不袭击
参与人 1	吃辣椒	1，－1	3，0
	不吃辣椒	0，－1	2，0

(b) 参与人 1 是弱者时

		参与人 2：袭击	参与人 2：不袭击
参与人 1	吃辣椒	0，1	2，0
	不吃辣椒	0，1	3，0

衡，这个混同均衡满足“剔除劣战略标准”，但不满足“直观标准”(这里，p 是给定参与人 1 不吃辣椒的情况下，参与人 2 认为参与人 1 属于弱者的概率；q 是给定参与人 1 吃辣椒的情况下，参与人 2 认为参与人 1 属于弱者的概率)。

7. 表 4A.4 是一个囚徒困境博弈，一次性博弈的纳什均衡是(偷懒，偷懒)。现在假定每个参与人都有 α 的可能性是个“傻子”，$1-\alpha$ 的可能性是个“精明人”。精明人总选择对自己最有利的行动，支付矩阵如表 4A.4 所示。傻子有一种特殊的偏好，总是按如下的方式行事：开始选择努力工作；一直努力工作，除非对方在上一次偷懒；如果对方上次偷懒，自己将从本次开始一直偷懒下去。假定贴现因子 $\delta=1$。证明：不论 α 多么小(但不等于 0)，存在一个 T_0，使得只要博弈重复的次数 $T\geqslant T_0$，一开始就选择“偷懒”不是精明人的最优行为；更为一般地，只要 $t\leqslant T-T_0$，双方都会选择努力工作。

表 4A.4

		参与人 2	
		努力	偷懒
参与人 1	努力	2,2	−1,3
	偷懒	3,−1	0,0

8. 考虑一个银行与两个企业之间的博弈。博弈开始时，企业 1 和企业 2 都对银行有负债；企业 1 的贷款在时期 $t=1$ 到期，企业 2 的贷款在时期 $t=2$ 到期；贷款到期后，企业有两种选择：或者按期还款，或者威胁违约(如借口只有追加投资后项目才能完成)；如果企业按期还款，博弈结束；如果企业威胁违约，银行要决定是否追加新的贷款；如果银行追加新贷款，

企业有 a 的概率归还旧贷款(假定追加贷款一定会归还);如果不追加新贷款,企业有 b 的概率还款。不同选择下的支付矩阵如图 4A.2 所示,假定 $0<b<a<0, k>0$。银行可能是"硬的"(从来不对违约者提供贷款),也可能是"软的"(支付如图 4A.2),概率分别为 p 和 $1-p$. 银行知道自己的特征,企业不知道。假定 $(1-p)(1-a)D_i-pk>0, i=1,2$。解出这个两阶段博弈的精炼贝叶斯均衡。(提示:软银行可能有积极性建立一个硬形象,以使没有企业敢违约。)(改写自弗得伯格和泰勒尔(1991)练习 9.5;参阅 Armendariz de Aghion (1990)关于国际债务的讨论。)

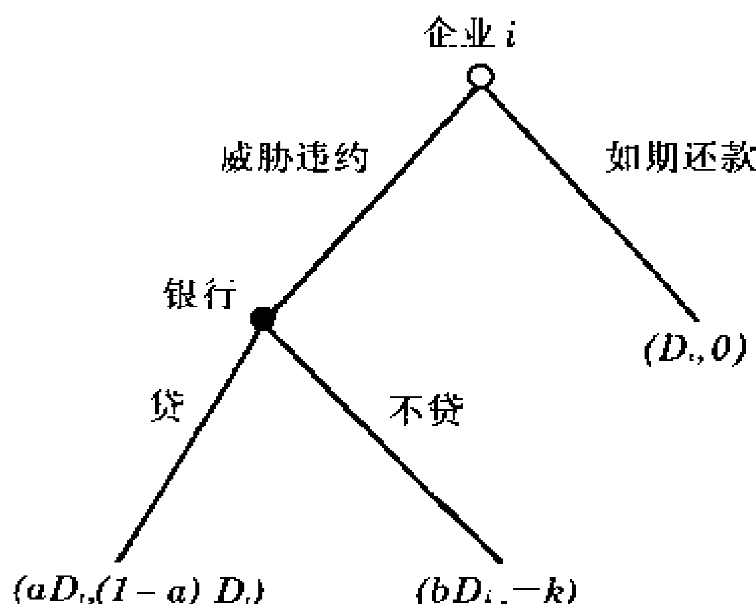


图 4A.2

9. 考虑劫机事件。假定劫机者的目的是为了逃走,政府有两种可能的类型:人道型和非人道型。人道政府出于人道的考虑,为了解救人质,同意放走劫机者;非人道政府在任何时候总是选择把飞机击落。如果是完全信息,非人道政府统治下将不会有劫机者,人道政府统治下将会有劫机者。现在假定信息

是不完全的，政府知道自己的特征，（潜在）劫机者不知道。什么是人道政府的最优选择？如何才能使人道政府的政策变得可信？

10. 考虑代表国家的监督者（主管部门）和国有企业经理之间的两阶段博弈。令 θ_t 为企业在 t 期的盈利能力，假定 $\theta_t=1$ 的概率为 α，$\theta_t=0$ 的概率为 $1-\alpha$，企业在 t 期开始时得知 θ_t，θ_1 和 θ_2 是独立分布的。企业可以通过干扰使得主管部门不能观察到 θ_t，干扰成本为 $c>0$。如果企业不干扰，主管部门可以观察到 θ_t，然后选择是否向国家报告；如果报告，国家将调整对企业的合同以提高上缴比例，企业留利为 0；如果不报告，企业留利为 θ_t。主管部门有 γ 的可能性代表国家，支付函数如表 4A.5 所示（w_t 可以理解为国家对报告的奖励）；$1-\gamma$ 的可能性是亲企业的，从来不会报告。假定 $\gamma>c$，从而在一阶段模型中，高盈利能力的企业（$\theta_t=1$）将选择阻止主管部门观察；贴现因子 $\delta=1$。(1) 假定 $w_1>\alpha w_2$。证明，当只当 $\gamma<c+\alpha(1-\gamma)c$ 时，企业才不会在 $\theta_1=1$ 时干扰主管部门的观察。解释这个条件。(2) 假定 $0<w_1<\alpha w_2$。证明，当只当 $1-c<(1-\gamma)/(1-c)$，企业才不会在 $\theta_1=1$ 时干扰主管部门的观察，并且，代表国家利益的主管部门有积极性建立一个使企业信赖的声誉。（改写自弗得伯格和泰勒尔（1991）练习 9.6。）

表 4A.5

		主管部门：报告	主管部门：不报告
企业	干扰	$\theta_t-c,0$	$\theta_t-c,0$
	不干扰	$0,w_t$	$\theta_t,0$

参考文献

教科书类

Fudenberg, Drew and Jean Tirole, 1991, *Game Theory*, Chapters 8 9, MIT Press.

Gibbons, Robert, 1992, *A Primer in Game Theory*, Chapter 4, Harvester Wheatsheaf Publisher.

Kreps, David, 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapters 12 and 14, Pinceton University Press.

Mas—Colell, Andreu, Michael D. Whinston and Jerry R. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapters 9, Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapters 6 , Cambridge: Blackwell Publisher.

Tirole, Jean, 1988, *Theory of Industrial Organization*, Chapters 6 and 11 (section 5), MIT Press.

经典文献及其他

Armendariz de Aghion, B., "International Debt: An Explanation of the Commercial Banks' Lending Behavior After 1982", *Journal of International Economics* 28:173—186.

Axelrod, R., 1981, "The Emergence of Cooperation Among Egoists", *American Political Science Review* 75:

306—18.

Barro, R. , 1986, "Reputation in a Model of Monetary Policy with Incomplete Information", *Journal of Monetary Economics* 17: 3—20.

Cho, I. —K. , and D. Kreps, 1987, "Signaling Games and Stable Equilibrium", *Quarterly Journal of Economics* 102:179—222.

Fudenberg, D. , and E. Maskin,, 1986, "The Folk Theorem in Repeated Games with Discounting or with Incomplete Information", *Econometrica* 54:533—554.

Fudenberg, D. , and Jean Tirole, 1991, "Perfect Bayesian Equilibrium and Sequential Equilibrium", *Journal of Economic Theory* 53:236—60.

Harris, M. , and A. Raviv, 1991, "The Theory of Capital Structure", *Journal of Finance*, XLVI:297—355.

Kohlberg, E. , and J. —F. Mertens, 1986, "On the Strategic Stability of Equilibrium", *Econometrica* 54:1003—38.

Kreps. D. , 1984, "Signaling Games and Stable Equilibrium", mimeo.

Kreps, D. and R. Wilson, 1982, "Sequential Equilibrium", *Econometrica* 50:863—94.

Kreps, D. , P. Milgrom, J. Roberts and R. Wilson, 1982, "Rational Cooperation in the Finitely Repeated Prisoners' Dilemma", *Journal of Economic Theory* 27:245—52.

Leland, H., D. Pyle, 1977, "Informational Asymmetries, Financial Structure, and Financial Intermediation", *Journal of Finance* 32:371--87.

Laffond, J. —J., 1992, (ed.), *Advances in Economic Theory: Sixth World Congress*, Cambridge University.

Milgrom, P., and J. Roberts, 1982, "Limit Pricing and Entry under Incomplete Information: An Equilibrium Analysis", *Econometrica* 40:433—59.

Mirrlees, J., 1971, "An Explanation in the Theory of Optimum Taxation", *Review of Economic Studies* 38:334—368.

Myers, S., and N. Majluf, 1984, "Corporate Financing and Investment Decision when Firms Have Information That Investors Do Not Have", *Journal of Financial Economics* 13:187—221.

Myerson, R., 1978, "Refinement of the Nash Equilibrium Concept", *International Journal of Game Theory* 7:73—80.

Selten, R., 1975, "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory* 4:25—55.

Ross, S., 1977, "The Determination of Financial Structure: the Incentive Signaling Approach", *Bell Journal of Economics* 8:23—40.

Spence, A. M., 1973, "Job Market Signaling", *Quarterly Journal of Economics* 87:355—74.

Spence, A. M., 1974, *Market Signaling*, Harvard University Press.

Vickers, J., 1986, "Signaling in a Model of Monetary Policy with Incomplete Information", *Oxford Economic Papers* 38:443—55.

第2篇

信息经济学

5

委托—代理理论(I)

本章第 1 节是有关信息经济学的一个简要引言,第 2 节描述委托—代理理论的分析框架和模型化方法,第 3 节讨论当代理人的行动可观察的情况下的最优风险分担和激励合同,第 4 节讨论当代理人的行动不可观察时的最优激励合同的特征,第 5 节用一个参数化的例子总结前面的主要论点。下一章我们将讨论委托—代理模型的扩展。

5.1 信息经济学引论

从本章开始,我们讨论信息经济学的几个重要部分。从本质上讲,信息经济学是非对称信息博弈论在经济学上的应用。这里,非对称信息(asymmetric information)指的是某些参与人拥有但另一些参与人不拥有的信息。如果说信息经济学与博弈论有什么不同的话,这种不同主要表现在研究的着眼点上:博弈论是方法论导向的,而信息经济学是问题导向的。博

弈论研究的是：给定信息结构，什么是可能的均衡结果？信息经济学研究的问题是：给定信息结构，什么是最优的契约安排？因为信息经济学研究什么是非对称信息情况下的最优交易契约，故又称为契约理论，或机制设计理论。从这个角度讲，博弈论是“实证的”，而信息经济学是“规范的”。当然，这个区别不宜过分强调。另外还要指出的是，尽管在今天看来信息经济学不过是博弈论的一个应用分支，但信息经济学的许多理论是从研究具体的制度安排中独立发展起来的。这是我们为什么在讨论博弈论后又讨论信息经济学的原因之一。

信息的非对称性可以从两个角度划分：一是非对称发生的时间，二是非对称信息的内容。从非对称发生的时间看，非对称性可能发生在当事人签约之前（*ex ante*），也可能发生在签约之后（*ex post*），分别称为事前非对称和事后非对称。研究事前非对称信息博弈的模型称为逆向选择模型（adverse selection），研究事后非对称信息的模型称为道德风险模型（moral hazard）。从非对称信息的内容看，非对称信息可能是指某些参与人的行动（actions），也可能是指某些参与人的知识（knowledges）。研究不可观测行动的模型称为隐藏行动模型（hidden action），研究不可观测知识的模型称为隐藏知识模型（hidden knowledge）或隐藏信息模型（hidden information）。表 5.1 概括了信息经济学不同模型的基本分类。

在信息经济学文献中，常常将博弈中拥有私人信息的参与人称为“代理人”（agent），不拥有私人信息的参与人称为“委托人”（principal）。据此，信息经济学的所有模型都可以在委托人—代理人的框架下分析，不同模型的基本特征可以简

单概括如下。[①]

表 5.1　信息经济学的基本分类

	隐藏行动 (hidden action)	隐藏信息 (hidden information)
事前(*ex ante*)		3. 逆向选择模型； 4. 信号传递模型； 5. 信息甄别模型
事后(*ex post*)	1. 隐藏行动的道德风险模型	2. 隐藏信息的道德风险模型

1. 隐藏行动的道德风险模型(moral hazard with hidden action)：签约时信息是对称的(因而是完全信息)；签约后，代理人选择行动(如工作努力还是不努力)，"自然"选择"状态"(the state of the world)；代理人的行动和自然状态一起决定某些可观测的结果；委托人只能观测到结果，而不能直接观测到代理人的行动本身和自然状态本身(因而是不完美信息)。委托人的问题是设计一个激励合同以诱使代理人从自身利益出发选择对委托人最有利的行动。一个简单的例子是雇主与雇员的关系：雇主不能观测到雇员是否努力工作，但可以观测到雇员的任务完成得如何；因此，雇员的报酬应该与其完成任务的情况有关。

2. 隐藏信息的道德风险模型(moral hazard with hidden information)：签约时信息是对称的(因而是完全信息)；签约后，"自然"选择"状态"(可能是代理人的类型)；代理人观测到自然的选择，然后选择行动(如向委托人报告自然的选择)；委托人观测到代理人的行动，但不能观测到自然的选择

① 本节以下的讨论主要参考了 Rasmusen(1994)，第 7 章第 1 节。

(因而是不完美信息)。委托人的问题是设计一个激励合同以诱使代理人在给定自然状态下选择对委托人最有利的行动(如真实地报告自然状态)。一个简单的例子是企业经理与销售人员的关系:销售人员(代理人)知道顾客的特征,企业经理(委托人)不知道;经理设计的激励合同是要向销售人员提供刺激以使后者针对不同的顾客选择不同的销售策略。

3. 逆向选择模型(adverse selection):自然选择代理人的类型;代理人知道自己的类型,委托人不知道(因而信息是不完全的);委托人和代理人签订合同。一个简单的例子是卖者和买者的关系:卖者(代理人)对产品的质量比买者(委托人)有更多的知识。

4. 信号传递模型(signalling model):自然选择代理人的类型;代理人知道自己的类型,委托人不知道(因而信息是不完全的);为了显示自己的类型,代理人选择某种信号;委托人在观测到信号之后与代理人签订合同。一个简单的例子是企业雇主与雇员的关系:雇员知道自己的能力,雇主不知道;为了显示自己的能力,雇员选择接受教育的水平;雇主根据雇员的教育水平支付工资。

5. 信息甄别模型(screening model):自然选择代理人的类型;代理人知道自己的类型,委托人不知道(因而信息是不完全的);委托人提供多个合同供代理人选择,代理人根据自己的类型选择一个最适合自己的合同,并根据合同选择行动。一个简单的例子是保险公司与投保人的关系:投保人知道自己的风险,保险公司不知道;因此,保险公司针对不同类型的潜在投保人制定了不同的保险合同,投保人根据自己的风险特征选择一个保险合同。

信号传递模型和信息甄别模型是逆向选择模型的特例；或者更确切地讲，信号传递和信息甄别是解决逆向选择问题

表 5.2　不同模型的应用举例

模型	委托人	代理人	行动、类型或信号
隐藏行动道德风险	保险公司	投保人	防盗措施
	保险公司	投保人	饮酒，吸烟
	地主	佃农	耕作努力
	股东	经理	工作努力
	经理	员工	工作努力
	员工	经理	经营决策
	债权人	债务人	项目风险
	住户	房东	房屋修缮
	房东	住户	房屋维护
	选民	议员或代表	是否真正代表选民利益
	公民	政府官员	廉洁奉公或贪污腐化
	原告/被告	代理律师	是否努力办案
	社会	罪犯	偷盗的次数
隐藏信息道德风险	股东	经理	市场需求/投资决策
	债权人	债务人	项目风险/投资决策
	企业经理	销售人员	市场需求/销售策略
	雇主	雇员	任务的难易/工作努力
	原告/被告	代理律师	赢的概率/办案努力
逆向选择	保险公司	投保人	健康状况
	雇主	雇员	工作技能
	买者	卖者	产品质量
	债权人	债务人	项目风险
信号传递和信息甄别	雇主	雇员	工作技能/教育水平
	买者	卖者	产品质量/质量保证期
	垄断者	消费者	需求强度/价格歧视
	投资者	经理	盈利率/负债率、内部股票持有比例
	保险公司	投保人	健康状况/赔偿办法

的两种不同的(但相似的)方法。

上述五种不同类型的模型对应不同的交易环境,其中每一种模型又是对许多不同但类似环境的概括。表 5.2 例举了不同模型的应用例子。

从表 5.2 可以看出,尽管每种模型讨论的问题不同,但同一种交易关系可能涉及多个(甚至全部)模型讨论的问题。比如说,在雇主与雇员的关系中,如果雇主知道雇员的能力但不知道其努力水平,问题是隐藏行动道德风险问题;如果雇主和雇员本人在签约时都不知道雇员的能力,但雇员本人在签约后发现了自己的能力(而雇主仍然不知),问题是隐藏信息的道德风险问题;如果雇员一开始就知道自己的能力而雇主不知道,问题是逆向选择问题;如果雇员一开始就知道自己的能力而雇主不知道,并且,如果雇员在签约之前就获得教育证书,问题是信号传递问题;相反,如果雇员是在签约后根据工资合同要求去接受教育,问题是信息甄别问题。

需要指出的是,因为经济学家不是在一般地提出"建立'信息经济学'"后再发展不同的模型,恰恰相反,信息经济学只是相继发展的不同模型的简单概括,因此,在文献中,上述五种模型并没有严格的定义。比如说,在许多经济学家看来,隐藏信息的道德风险模型和信息甄别模型与逆向选择模型是一回事。梅耶森(Myerson ,1991,第 263 页)建议将所有"由参与人选择错误行动引起的问题"称为"道德风险";所有"由参与人错误报告信息引起的问题"称为"逆向选择"。许多经济学家并不认为信号传递和信息甄别有什么区别,因而"信号传递"一词被用来指两种情况。

特别地,尽管我们以上用"委托人—代理人模型"概括所

有五类模型，委托人—代理人理论习惯上只是“隐藏行动道德风险模型”的别称，一般说的委托人—代理人理论仅指这类模型。在本书的以下部分，我们将遵守这个习惯，除非特别说明。我们将信息经济学的模型简化为两类，一类是委托—代理模型，一类是逆向选择模型。本章和下一章讨论委托—代理模型，第7章讨论逆向选择模型。

这里有必要就“委托人”和“代理人”的概念作点说明。这两个概念来自法律。在法律上，当A授权B代表A从事某种活动时，委托—代理关系就发生了，A称为委托人，B称为代理人。但经济学上的委托—代理关系泛指任何一种涉及非对称信息的交易，交易中有信息优势的一方称为代理人，另一方称为委托人。简单地说，知情者(informed player)是代理人，不知情者(uninformed player)是委托人。当然，这样的定义背后隐含的假定是，知情者的私人信息(行动或知识)影响不知情者的利益，或者说，不知情者不得不为知情者的行为承担风险。

5.2 委托—代理理论的基本分析框架

委托—代理理论试图模型化如下一类的问题：一个参与人(称为委托人)想使另一个参与人(称为代理人)按照前者的利益选择行动，但委托人不能直接观测到代理人选择了什么行动，能观测到的只是另一些变量，这些变量由代理人的行动和其他的外生的随机因素共同决定，因而充其量只是代理人行动的不完全信息。委托人的问题是如何根据这些观测

到的信息来奖惩代理人，以激励其选择对委托人最有利的行动。

让我们用 A 表示代理人所有可选择的行动的组合，$a\in A$ 表示代理人的一个特定行动。注意，尽管在许多模型中行动 a 被简单地假定为代表工作努力水平的一维变量，理论上讲，行动 a 可以是任何维度的决策向量。比如说，如果 $a=(a_1, a_2)$，一种可能的解释是 a_1 和 a_2 分别代表代理人花在“数量”和“质量”上的工作时间。不过，在本章中，为了分析的方便，我们假定 a 是代表努力水平的一维变量。令 θ 是不受代理人（和委托人）控制的外生随机变量（称为“自然状态”），Θ 是 θ 的取值范围，θ 在 Θ 上的分布函数和密度函数分别为 $G(\theta)$ 和 $g(\theta)$（一般地我们假定 θ 是连续变量；如果 θ 只有有限个可能值，$g(\theta)$ 为概率分布）。在代理人选择行动 a 后，外生变量 θ 实现。a 和 θ 共同决定一个可观测的结果 $x(a,\theta)$ 和一个货币收入（“产出”）$\pi(a,\theta)$，其中 $\pi(a,\theta)$ 的直接所有权属于委托人。我们假定 π 是 a 的严格递增的凹函数（即给定 θ，代理人工作越努力，产出越高，但努力的边际产出率递减），π 是 θ 的严格增函数（即较高的 θ 代表较有利的自然状态）。注意，$x(a,\theta)$ 可能是一个向量，可能包括 π，甚至 a 和 θ（后一种情况意味着 a 是可观测的）。委托人的问题是设计一个激励合同 $s(x)$，根据观测到的 x 对代理人进行奖惩。我们要分析的问题是 $s(x)$ 具有什么样的特征？

假定委托人和代理人的 v N-M 期望效用函数分别为 $v(\pi-s(x))$ 和 $u(s(\pi))-c(a)$，其中 $v'>0, v''\leqslant 0; u'>0, u''\leqslant 0; c'>0, c''>0$。即委托人和代理人都是风险规避者或风险中性者，努力的边际负效用是递增的。委托人和代理人的利

益冲突首先来自假设 $\partial\pi/\partial a>0$ 和 $c'>0$：$\partial\pi/\partial a>0$ 意味着委托人希望代理人多努力，而 $c'>0$ 意味着代理人希望少努力。因此，除非委托人能对代理人提供足够的激励，否则，代理人不会如委托人希望的那样努力工作。

假定分布函数 $G(\theta)$、生产技术 $x(a,\theta)$ 和 $\pi(a,\theta)$ 以及效用函数 $v(.)$ 和 $u(.)-c(.)$ 都是共同知识；就是说，委托人和代理人在有关这些技术关系上的认识是一致的。$x(a,\theta)$ 是共同知识的假定意味着，如果委托人能观测到 θ，也就可以知道 a，反之亦然。这是为什么我们必须同时假定 a 和 θ 都不可观测的原因。

委托人的期望效用函数可以表示如下[1]：

$$(P)\quad \int v(\pi(a,\theta)-s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta$$

委托人的问题就是选择 a 和 $s(x)$ 最大化上述期望效用函数。但是，委托人在这样做的时候，面临着来自代理人的两个约束。第一个约束是参与约束(participation constraint)，即代理人从接受合同中得到的期望效用不能小于不接受合同时能得到的最大期望效用。代理人"不接受合同时能得到的最大期望效用"由他面临的其他市场机会决定，可以称为保留效用，用 $\bar{u}$ 代表。[2]参与约束又称个人理性约束(individual rationality constraint)，可以表述如下：

① 我们省写了定积分的上下限。

② 我们隐含地假定，代理人市场是完全竞争的。代理人的保留效用可以理解为与市场工资对应的效用水平。这样假定的方便之处是排除了委托人与代理人之间的讨价还价。有些模型假定委托人市场(如保险业)是竞争性的，此时，委托人的净利润为零。

$$\text{(IR)}\quad \int u(s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta - c(a) \geq \bar{u}$$

第二个约束是代理人的激励相容约束(incentive compatibility constraint):给定委托人不能观测到代理人的行动 a 和自然状态 θ,在任何的激励合同下,代理人总是选择使自己的期望效用最大化的行动 a,因此,任何委托人希望的 a 都只能通过代理人的效用最大化行为实现。换言之,如果是 a 委托人希望的行动,$a' \in A$ 是代理人可选择的任何行动,那么,只有当代理人从选择 a 中得到的期望效用大于从选择 a' 中得到的期望效用时,代理人才会选择 a。激励相容约束的数学表述如下:

$$\text{(IC)}\quad \int u(s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta - c(a)$$

$$\geq \int u(s(x(a',\theta)))g(\theta)d\theta - c(a'), \forall\, a' \in A$$

总结一下,委托人的问题是选择 a 和 $s(x)$ 最大化期望效用函数(P),满足 约束条件(IR)和(IC),即:

$$\max_{a,s(x)} \int v(\pi(a,\theta) - s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta$$

$$\text{s.t. (IR)} \int u(s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta - c(a) \geq \bar{u}$$

$$\text{(IC)} \int u(s(x(a,\theta)))g(\theta)d\theta - c(a)$$

$$\geq \int u(s(x(a',\theta)))g(\theta)d\theta - c(a'), \forall\, a' \in A$$

以上的模型化方法被称为"状态空间模型化方法"(state-space formulation)。这种模型化方法由威尔逊(Wilson , 1969),斯宾塞、泽克豪森(Spence and Zeckhauser,1971)和罗斯(Ross, 1973) 最初使用,它的好处是每一种技术关系都非

常直观地表述出来，问题是从这种模型化方法中，我们得不到从经济学上讲有信息量的解（如果 $s(x)$ 不限制在有限区域，解甚至不存在）。

另一种等价的但更方便的模型化方法是由莫里斯（Mirrlees，1974，1976）和霍姆斯特姆（Holmstrom ，1979）开始使用的“分布函数的参数化方法”（parameterized distribution formulation）。简单地说，这种方法是将上述自然状态 θ 的分布函数转换为结果 x 和 π 的分布函数。给定 θ 的分布函数 $G(\theta)$，对应每一个 a，存在一个 x 和 π 的分布函数，这个新的分布函数通过技术关系 $x(a,\theta)$ 和 $\pi(a,\theta)$ 从原分布函数 $G(\theta)$ 导出。我们用 $F(x,\pi,a)$ 和 $f(x,\pi,a)$ 分别代表所导出的分布函数和对应的密度函数。在状态空间模型化方法中，效用函数对自然状态 θ 取期望值；在参数化方法中，效用函数对观测变量 x 取期望值。委托人的问题可以表述如下：

$$\max_{a,s(x)}\int v(\pi - s(x))f(x,\pi,a)dx$$

$$\text{s.t. (IR)}\int u(s(x))f(x,\pi,a)dx - c(a) \geqslant \bar{u}$$

$$\text{(IC)}\int u(s(x))f(x,\pi,a)dx - c(a)$$

$$\geqslant \int u(s(x))f(x,\pi,a')dx - c(a'),\forall\ a' \in A$$

委托—代理理论的第三种模型化方法是所谓的“一般化分布方法”（general distribution formulation）。从上面的分析可以看出，代理人在不同行动之间的选择等价于在不同的分布函数之间的选择，因此，我们可以将分布函数本身当作选择变量，将 a 从模型中消掉。如果我们令 p 为 x 和 π 的一个密度函数，P 为所有可选择的密度函数的集合，$c(p)$ 为 p 的成

本函数，那么，委托人的问题可以表述如下：

$$\max_{p\in P,s(x)}\int v(\pi-s(x))p(x,\pi)dx$$

$$\text{s.t. (IR)}\int u(s(x))p(x,\pi)dx-c(p)\geqslant\bar{u}$$

$$\text{(IC)}\int u(s(x))p(x,\pi)dx-c(p)$$

$$\geqslant\int u(s(x))\tilde{p}(x,\pi)dx-c(\tilde{p}),\forall\,\tilde{p}\in P$$

在这样的表述中，关于行动和成本的经济学解释消失了，但我们得到非常简练的一般化模型，这个一般化模型甚至可以包括隐藏信息模型。

在上述三种模型化方法中，参数化方法可以说已成为标准方法。在以后的分析中，我们将假定产出是可观测变量，并且只有 π 是可观测的，因此 $x=\pi$。此时，委托人对代理人的奖惩只能根据观测的产出 π 作出，委托人的问题变成：

$$\max_{a,s(\pi)}\int v(\pi-s(x))f(\pi,a)d\pi$$

$$\text{s.t. (IR)}\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi-c(a)\geqslant\bar{u}$$

$$\text{(IC)}\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi-c(a)$$

$$\geqslant\int u(s(\pi))f(\pi,a')d\pi-c(a')$$

5.3 对称信息情况下的最优合同

委托—代理模型是为分析非对称信息情况下的最优合同而建立的。但作为分析的第一步，让我们首先讨论对称信息情况下的最优合同，这种讨论对我们理解委托—代理关系问

题的实质是非常重要的。特别地，因为委托-代理关系的中心问题被认为是“保险”(insurance)和“激励”(incentive)的交替问题(trade-off)，在对称信息下，我们可以孤立地考虑最优的风险分担问题；在完成这一步后再引入非对称信息，我们就会明白为什么在存在激励问题时，一般来说，帕累托最优的风险分担不能达到。

假定代理人的行动 a(或自然状态 θ)是可观测的。此时，委托人可以根据观测到的 a 对代理人实行奖惩，就是说，激励合同可以建立在行动上，从而，激励相容约束是多余的，因为委托人可以设计任意的“强制合同”(forcing contract)：如果你选择 a^*，我将付你 $s(a^*)=s^*$，否则我将付你 $s<s^*$，使得下列条件成立：

$$\int u(s(a^*))f(x,\pi,a^*)dx - c(a^*)$$

$$> \int u(s(a))f(x,\pi,a)dx - c(a), \forall a \in A$$

只要 s 足够小，代理人绝不会选择 $a \neq a^*$。

我们分两步讨论对称信息情况。首先假定行动 a 给定，讨论什么是产出 π 的最优分配方式；然后，我们再讨论最优的行动选择 a。我们将证明，在对称信息下，帕累托最优风险分担和帕累托最优努力水平都可以达到。

5.3—1 最优风险分担合同

给定努力水平 a，产出是一个简单的随机变量，因此，问题简化为一个典型的风险分担问题：选择 $s(\pi)$ 解下列最优化问题：

$$\max_{s(\pi)}\int v(\pi\text{-}s(\pi))f(\pi,a)d\pi$$

$$\text{s.t.}\ (IR)\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi - c(a) \geqslant \bar{u}$$

构造拉格朗日函数如下：

$$L(s(\pi)) = \int v(\pi - s(\pi))f(\pi,a)d\pi$$

$$+ \lambda[\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi - c(a)\text{-}\bar{u}]$$

最优化的一阶条件是：

$$-v'(\pi - s^*(\pi)) + \lambda u'(s^*(\pi)) = 0$$

即

$$\frac{v'(\pi\text{-}s^*(\pi))}{u'(s^*(\pi))} = \lambda \qquad (1)$$

这里拉格朗日乘数 λ 是严格正的常数(因为参与约束的等式条件满足)。上述最优条件意味着，委托人和代理人收入的边际效用之比应该等于一个常数，与产出 π(和状态变量 θ)无关。如果 π_1 和 π_2 是任意的两个收入水平，那么，下列等式应该满足：

$$\frac{v'(\pi_1 - s(\pi_1))}{u'(s(\pi_1))} = \frac{v'(\pi_2 - s(\pi_2))}{u'(s(\pi_2))}$$

$$\Rightarrow \frac{v'(\pi_1 - s(\pi_1))}{v'(\pi_2 - s(\pi_2))} = \frac{u'(s(\pi_1))}{u'(s(\pi_2))} \qquad (2)$$

就是说，在最优条件下，不同收入状态下的边际替代率对委托人和代理人是相同的。这是典型的帕累托最优条件。假定 θ 只取两个值：θ_1 和 θ_2(从而 π 只取两个值：π_1 和 π_2)，那么，最优化条件可以用埃奇维斯方框图(Edgeworth box)来说明。在图 5.1 中，横坐标表示收入 $\pi_2 = \pi(a,\theta_2)$，纵坐标表示收入 π_1

$=\pi(a,\theta_1)$，委托人的无差异曲线以 O_P 为原点，代理人的无差异曲线以 O_A 为原点，45°线是确定性收入曲线，每条无差异曲线在对应的确定性收入曲线上的斜率等于概率比率 $g(\theta_2)/g(\theta_1)=f(\pi_2;a)/f(\pi_1;a)$（因为委托人和代理人对分布函数的看法是一致的，故无差异曲线在对应的确定性收入线上的斜率是相等的），最优点是代理人的无差异曲线 $\bar{u}$ 和委托人的无差异曲线 v^0 的切点 E。

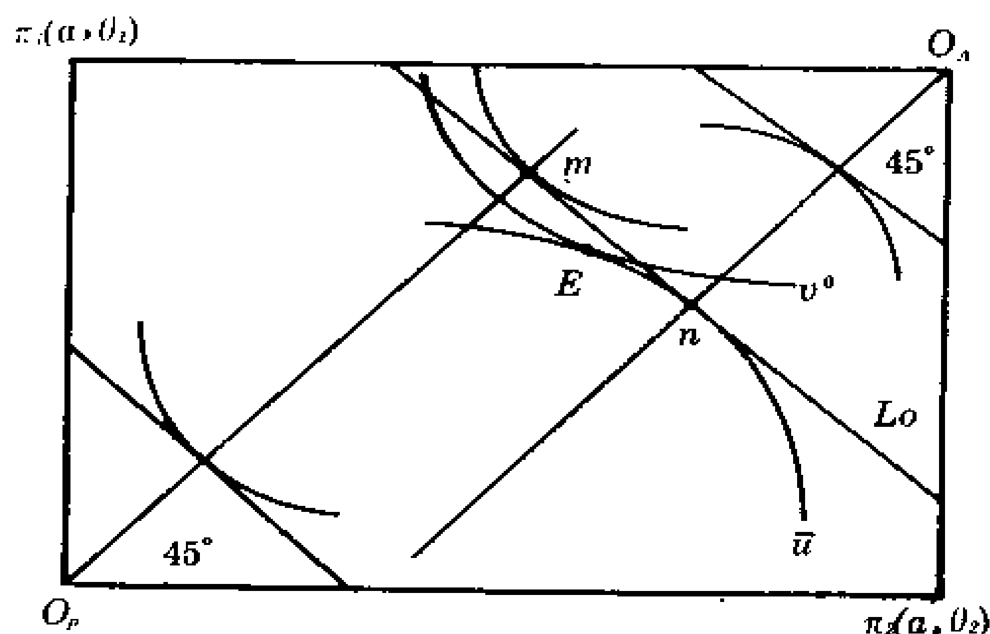


图 5.1　帕累托最优风险分担合同

从图中可以看出，如果委托人和代理人都是严格风险规避的（$v''<0$，$u''<0$），最优风险分担要求每一方都承担一定的风险（即 E 不在任何一条确定性收入线上）。进一步，如果委托人是风险中性者（$v''=0$）而代理人是严格风险规避者（$u''<0$），那么，委托人的无差异曲线是一条直线（如 L_0），最优风险分担点是 n 点：代理人不承担任何风险，所有的风险都由委托人承担。从数学上讲，此时，委托人的边际效用是恒定的（不失一般性，假定 $v'=1$），最优化条件（1）变成：

$$\frac{1}{u'(s(\pi))}=\lambda \tag{1'}$$

因为 λ 是一个常数，u' 随 s 而递减，满足上述条件的唯一的 $s(\pi)$ 是 $s(\pi)\equiv s^0$，即代理人的收入与产出 π 无关。

类似地，如果委托人是严格风险规避者（$v''<0$）而代理人是风险中性者（$u''=0$），代理人的无差异曲线是一条直线，最优风险分担点是 m 点：委托人得到一个固定收入 $\pi-s(\pi)=y^0$，代理人承担全部风险（$s(\pi)=\pi-y^0$）。

如果委托人和代理人都是风险中性者（$v''=u''=0$），直线 L_0 上的任何点都是最优的。

一般地，因为最优化条件(1)隐含地定义了最优支付合同 $s^*(\pi)$，通过使用隐函数定理，我们可以得出最优支付合同与每一方风险规避度的关系。就条件(1)对 π 求导，我们有：

$$-v''(1-\frac{ds^*}{d\pi})+\lambda u''\frac{ds^*}{d\pi}=0$$

将 $\lambda=v'/u'$ 代入上式解得：

$$\frac{ds^*}{d\pi}=\frac{\rho_p}{\rho_A+\rho_p} \tag{3}$$

这里

$$\rho_p=-\frac{v''}{v'};\rho_A=-\frac{u''}{u'}$$

分别代表委托人和代理人的阿罗—帕拉特绝对风险规避度量（Arrow-Pratt measure of absolute risk aversion）。

式(3)意味着，代理人的支付 s^* 与产出 π 的关系完全由绝对风险规避度的比率决定。给定 $\rho_p>0$，$\rho_A>0$（即双方均为风险规避者），代理人的支付 s^* 随 π 的上升而上升，但上升的幅度小于 π 上升的幅度。当 $\rho_p=0$ 时，$ds^*/d\pi=0$，s^* 与 π 无

关；当 $\rho_A=0$ 时，$ds^*/d\pi=1$，s^* 的增幅与 π 相同。

特别地，如果委托人和代理人都具有不变的绝对风险规避度，即如果 ρ_p 和 ρ_A 与各自的收入水平无关，那么，最优合同是线性的。对(3)积分得：

$$s^*(\pi)=\alpha+\beta\pi \tag{4}$$

式中 $\beta=\rho_p/(\rho_p+\rho_A)$，$\alpha$ 是积分常数项(可能取正值也可能取负值)。

当然，不变的绝对风险规避度是非常特殊的。一般来说，如果假定 ρ_p 和 ρ_A 随收入的增加而递减(即收入越高越不害怕风险)，最优合同 $s^*(\pi)$ 是非线性的，其具体形式依赖于风险规避度的相对变化。

5.3—2 最优努力水平(激励问题)

在以上的讨论中，我们假定代理人的努力水平 a 给定。现在我们来讨论最优努力水平的选择。为了简化推导过程，我们使用状态空间模型化方法。因为 a 是可观测的，委托人可以强制代理人选择任意的 a，激励相容约束是多余的。使用状态空间模型化方法，委托人的问题是选择 a 和 $s(\pi)$ 解下列问题：

$$\max_{a,s(\pi)}\int v(\pi(a,\theta)-s(\pi(a,\theta)))g(\theta)d\theta$$

$$\text{s.t.}\ (\text{IR})\int u(s(\pi(a,\theta)))g(\theta)d\theta-c(a)\geqslant\bar{u}$$

构造拉格朗日函数：

$$L(a,s(\pi))=\int v(\pi(a,\theta)-s(\pi(a,\theta)))g(\theta)d\theta$$

$$+\lambda\left[\int u(s(\pi(a,\theta)))g(\theta)d\theta-c(a)-\bar{u}\right]$$

最优化的两个一阶条件分别为：

$$-v' + \lambda u' = 0$$

和

$$\int v'\left(\frac{\partial\pi}{\partial a} - \frac{\partial s}{\partial\pi}\frac{\partial\pi}{\partial a}\right)g(\theta)d\theta + \lambda\left[\int u'\frac{\partial s}{\partial\pi}\frac{\partial\pi}{\partial a}g(\theta)d\theta - \frac{\partial c}{\partial a}\right] = 0$$

其中第一个等式是 $s(\pi)$ 的一阶条件（与(1)相同），第二个等式是 a 的一阶条件。使用第一个一阶条件 $\lambda = v'/u'$，第二个一阶条件可以化简为：

$$\int v'\frac{\partial\pi}{\partial a}g(\theta)d\theta - \lambda\frac{\partial c}{\partial a} = 0$$

或用期望值算子 E，

$$E\left[v'\frac{\partial\pi}{\partial a} - \lambda\frac{\partial c}{\partial a}\right] = 0; \Rightarrow Ev'\left[\frac{\partial\pi}{\partial a} - \frac{1}{u'}\frac{\partial c}{\partial a}\right] = 0 \qquad (5)$$

其中 $v'\partial\pi/\partial a$ 可以解释为用委托人的效用单位度量的努力水平 a 的边际收益，$\lambda\partial c/\partial a$ 可以解释为用委托人的效用单位度量的 a 的边际成本。因此，条件(5)是一个典型的帕累托最优条件：努力的期望边际收益等于期望边际成本。就是说，当 a 可以被委托人观测时，帕累托最优是可以达到的。注意，因为 a 是在外生变量 θ 实现之前选择的，最优的 a 独立于 θ。

特别地，如果委托人是风险中性的（$v''=0, v'=1$），条件(5)变为：

$$E\left[\frac{\partial\pi}{\partial a} - \frac{1}{u'}\frac{\partial c}{\partial a}\right] = 0$$

最优风险分担意味着 u' 应该是一个常数。因此，

$$E\frac{\partial\pi}{\partial a} = \frac{1}{u'}\frac{\partial c}{\partial a} \qquad (6)$$

其中 $E\frac{\partial\pi}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\int\pi(a,\theta)g(\theta)d\theta$ 是边际期望产出，$\frac{1}{u'}\frac{\partial c}{\partial a}$ 是代理

人的在货币收入和努力之间的边际替代率。

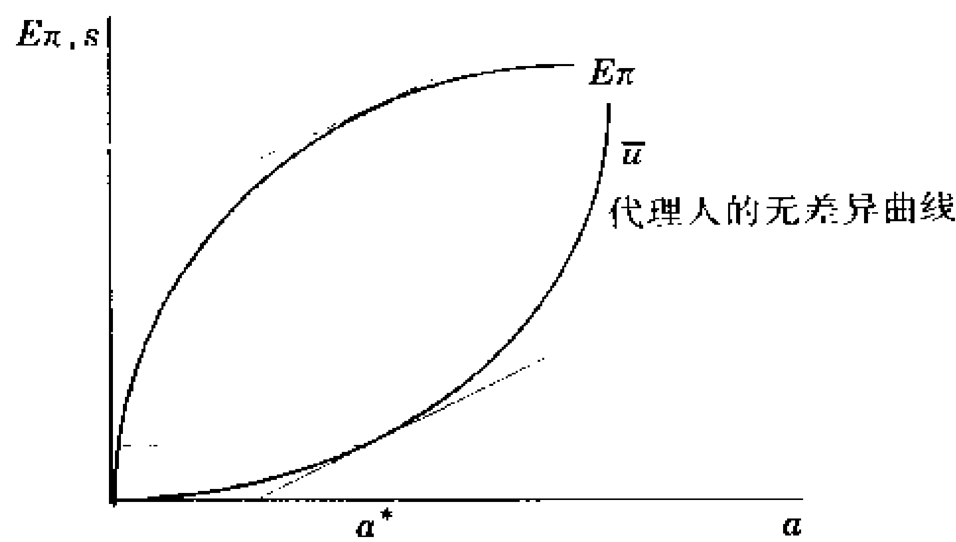


图 5.2 最优努力水平

图 5.2 是最优化条件(6)的几何说明。图中，$E\pi=\int\pi(a,\theta)g(\theta)d\theta$是期望产出曲线，$\bar{u}$ 是代理人的效用等于 u 时的无差异曲线。在点 a^*，边际期望产出等于边际替代率，因此，a^* 是最优的努力水平。给定 a^*，委托人根据 $\int u(s^*)g(\theta)d\theta-c(a^*)=\bar{u}$ 决定对代理人的支付水平 s^*。因为委托人是风险中性的，根据最优风险分担条件，s^* 独立于 θ，因此，$\int u(s^*)g(\theta)d\theta=u(s^*)$，最优支付为 $u(s^*)=\bar{u}+c(a^*)$。

类似地，当代理人是风险中性的时($u''=0,u'=1$)，最优风险分担意味着委托人保留一个固定收入水平 y^0(使得 v 不变)，代理人承担全部风险，条件(5)变成：

$$v'E\frac{\partial\pi}{\partial a}=\frac{\partial c}{\partial a}$$

即努力的边际收益等于努力的边际成本。此时，代理人的收入

为 $\pi(a^*,\theta)-y^0$。

上述分析的一个基本结论是，当委托人可以观测代理人的努力水平时，风险问题和激励问题可以独立解决，帕累托最优风险分担和帕累托最优努力水平可以同时实现，最优合同可以表述如下：

$$s=\begin{cases}s^*(\pi)=s^*(\pi(a^*,\theta)), & a\geqslant a^*\\ \underline{s}, & a<a^*\end{cases}$$

即委托人要求代理人选择 a^*；如果观测到代理人真的选择了 $a\geqslant a^*$，委托人根据 $s^*(\pi(a^*,\theta))$ 支付代理人；否则，代理人得到 $\underline{s}$。只要 $\underline{s}$ 足够小，代理人就不会选择 $a<a^*$（注意，因为代理人的效用水平是努力水平 a 的递减函数，代理人在任何情况下都不会选择 $a>a^*$）。

但是，如果委托人不能直接观测到代理人的努力水平 a（和外生变量 θ），上述帕累托最优是无法实现的（除非代理人是风险中性的，见后）。这是因为，给定 $s^*(\pi(a,\theta))$，代理人将选择 a 解下列问题：

$$\max_a\int u(s^*(a,\theta))g(\theta)d\theta-c(a)$$

上述最优化的一阶条件是：

$$E\left[u'\frac{\partial s^*}{\partial\pi}\frac{\partial\pi}{\partial a}-\frac{\partial c}{\partial a}\right]=0$$

$$\Rightarrow Eu'\left[\frac{\partial s^*}{\partial\pi}\frac{\partial\pi}{\partial a}-\frac{1}{u'}\frac{\partial c}{\partial a}\right]=0 \qquad (7)$$

令 a^+ 是(7)的解。一般来说，满足条件(7)的 a^+ 与满足条件(5)的 a^* 是不同的。特别地，比较两个条件括号内的部分可以看出，因为 $\partial s^*/\partial\pi<1$（根据(3)），$\partial^2c/\partial a^2>0$（根据假定），$a^+$ 小于 a^*，即代理人选择的努力水平小于帕累托最优努力水平。

比如说，如果委托人是风险中性的，帕累托最优风险分担要求 $s^*(\pi)=s^0$，从(6)可知，$a^*>0$。但给定 $s^*(\pi)=s^0$，条件(7)意味着 $a^*=0$：如果收入与工作的努力程度无关，为什么要努力工作呢？

直观地讲，给定 $s^*(\pi)$，对委托人最优的 a 对代理人并不是最优的，因此，如果委托人不能观测到 a，代理人将选择 $a<a^*$ 以改进自己的福利水平。因为利润水平不仅与代理人的努力水平有关，而且受外生变量 θ 的影响，代理人可以将低利润的出现归咎于不利的外生影响，从而逃避委托人的指责。因为委托人不能观测到 a，自然也就不能证明低利润是代理人没有努力工作的结果。这就是所谓的"道德风险"问题(moral hazard problem)。我们将看到，当委托人不能观测代理人的努力水平时，最优激励合同要求代理人承担比对称信息情况下更大的风险。

应该指出的是，即使代理人的行动不可观测，如果代理人是风险中性的，帕累托最优同样可以实现，不会出现道德风险问题。这一点可以从比较条件(5)和条件(7)看出。如果代理人是风险中性的，帕累托最优风险分担意味着 $\partial s^*/\partial\pi=1$，此时，$u'$ 和 v' 都是常数，条件(5)和条件(7)都简化为：

$$E\frac{\partial\pi}{\partial a}=\frac{\partial c}{\partial a}$$

因此，$a^*=a^*$，即代理人选择的努力水平与帕累托最优的努力水平是相同的。直观地讲，当代理人承担全部风险时，没有外部效应存在，代理人就如同为自己工作一样，不会有偷懒的动机。并且，因为代理人是风险中性的，风险成本为零，不存在保险与激励之间的矛盾。

5.4 信息不对称情况下的最优激励合同

上一节我们讨论了对称信息情况下的最优风险分担和激励合同，本节我们讨论信息不对称情况下的激励合同。假定委托人不能观测到代理人的行动选择 a 和外生变量 θ，只能观测到产出 π。此时，如我们已经指出的，代理人的激励相容约束(IC)是起作用的(binding)，因为不论委托人如何奖惩代理人，代理人总是会选择最大化自己效用水平的行动。换言之，委托人不可能使用"强制合同"(forcing contract)来迫使代理人选择委托人希望的行动，而只能通过激励合同 $s(\pi)$ 诱使代理人选择委托人希望的行动。委托人的问题是选择满足代理人参与约束和激励相容约束的激励合同 $s(\pi)$ 以最大化自己的期望效用函数。本节的目的是分析这样的激励合同应具有的基本特征。我们首先考虑代理人只有两种行动选择时的简单模型，然后考虑一般模型。在本节中，我们一律使用分布函数的参数化模型方法。

5.4－1 简单模型

假定 a 有两个可能的取值，L 和 H，其中 L 代表"偷懒"(lazy)，H 代表勤奋工作(work hard)。假定 π 的最小可能值是 $\underline{\pi}$，最大可能值是 $\bar{\pi}$。如果代理人勤奋工作($a=H$)，π 的分布函数和分布密度分别为 $F_H(\pi)$ 和 $f_H(\pi)$；如果代理人偷懒($a=L$)，分布函数和分布密度分别为 $F_L(\pi)$ 和 $f_L(\pi)$。在 5.2 节中，我们曾假定 $\pi(a,\theta)$ 是 a 的增函数，即代理人工作越努力，产出越高。当我们将 π 本身作为一个随机变量时，这个假

定可以重新表述为：分布函数满足一阶随机占优条件（the first-order stochastic dominance condition），即对于所有的 $\pi \in [\underline{\pi}, \overline{\pi}]$，$F_H(\pi) \leqslant F_L(\pi)$，其中严格不等式至少对某些 π 成立。就是说，勤奋工作时高利润的概率大于偷懒时高利润的概率（π 大于任何给定的 $\bar{\pi}$ 的概率为 $1-F(\bar{\pi})$），如图 5.3 所示（当 a 是连续变量且 $F(\pi, a)$ 对 a 可微时，这个假设意味着 $\partial F/\partial a < 0$）。

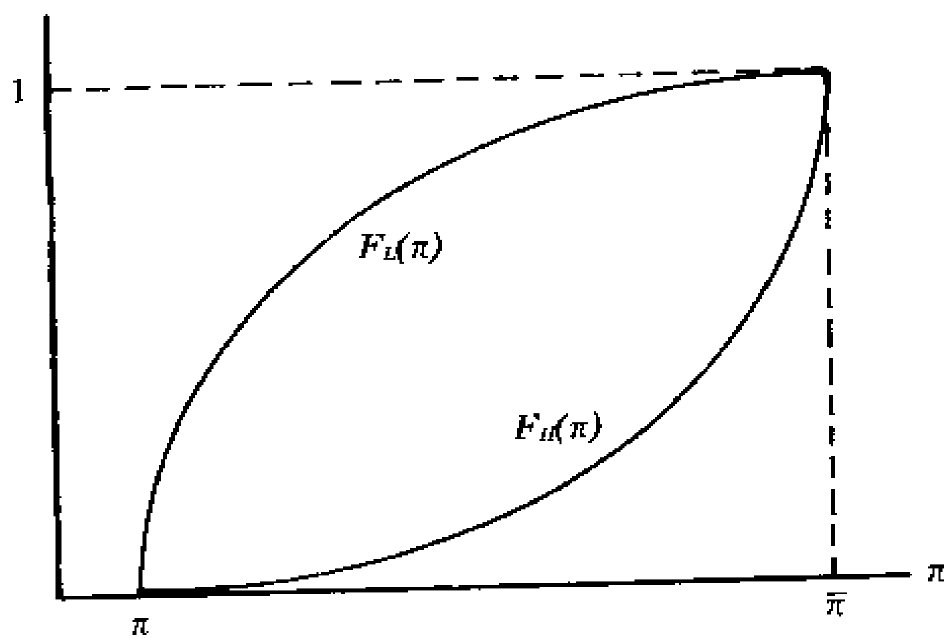


图 5.3　一阶随机占优条件

假定 $c(H) > c(L)$，即勤奋工作的成本比偷懒的成本高。在这一假设下，如果委托人只想选择 $a = L$，他可以通过简单地规定 $s(\cdot) \equiv \underline{s}$ 来达到这个目的，因为当 $s(\cdot) \equiv \underline{s}$ 时，偷懒是代理人的最优选择。因此，为了使我们的讨论有意义，假定委托人希望代理人选择 $a = H$。此时，代理人的激励相容约束意味着 $\partial s/\partial \pi \neq 0$；为了使代理人有足够积极性自动选择勤奋工作，委托人必须放弃帕累托最优风险分担合同。

委托人的问题是选择激励合同 $s(\pi)$ 解下列最优化问题：

$$\max_{s(\pi)}\int v(\pi-s(\pi))f_H(\pi)d\pi$$

$$\text{s.t. (IR)}\int u(s(\pi))f_H(\pi)d\pi-c(H)\geq\bar{u}$$

$$\text{(IC)}\int u(s(\pi))f_H(\pi)d\pi-c(H)$$

$$\geq\int u(s(\pi))f_L(\pi)d\pi-c(L)$$

（激励约束 IC 说的是，给定 $s(\pi)$，代理人选择勤奋工作时得到的期望效用大于选择偷懒时的期望效用。）

令 λ 和 μ 分别为参与约束 IR 和激励相容约束 IC 的拉格朗日乘数。那么，上述最优化问题的一阶条件为：

$$-v'f_H(\pi)+\lambda u'f_H(\pi)+\mu u'f_H(\pi)-\mu u'f_L(\pi)=0$$

整理得：

$$\frac{v'(\pi-s(\pi))}{u'(s(\pi))}=\lambda+\mu\left(1-\frac{f_L}{f_H}\right)\qquad(8)$$

这就是所谓的"莫里斯—霍姆斯特姆条件"(Mirrlees-Holmstrom condition)。

在(8)中，如果 $\mu=0$，我们得到帕累托最优风险分担条件(1)。但因为 $\mu=0$ 破坏了激励相容约束 IC，因此，$\mu>0$（霍姆斯特姆 1979 给出了 $\mu>0$ 的证明）。这样，非对称信息情况下的最优合同不同于对称信息情况下的最优合同。特别地，代理人的收入 $s(\pi)$ 随似然率(likelihood ratio) f_L/f_H 的变化而变化。显然，代理人的收入比对称信息下具有更大的波动。比如说，如果委托人是风险中性的($v'=1$)，在对称信息下，帕累托最优风险分担意味着代理人得到固定收入，不承担任何风险；但在非对称信息下，代理人必须承担一些风险。这就是由非对

称信息导致的激励与保险的取舍(trade-off)。

为了说明这一点,让我们用 $s_\lambda(\pi)$ 表示由条件(1)决定的最优风险分担合同,$s(\pi)$ 表示满足条件(8)的激励合同。那么,比较(8)和(1),我们有下述结果:

$$s(\pi) \leqslant s_\lambda(\pi), \text{if} f_L(\pi) \geqslant f_H(\pi)$$

$$s(\pi) > s_\lambda(\pi), \text{if} f_L(\pi) < f_H(\pi)$$

就是说,对于一个给定的产出 π,如果 π 在代理人偷懒($a=L$)时出现的概率大于勤奋工作($a=H$)时出现的概率,代理人在该产出时的收入所得向下调整;反之,如果 π 在代理人偷懒($a=L$)时出现的概率小于勤奋工作($a=H$)时出现的概率,代理人在该产出时的收入所得向上调整。

上述结果反映了似然率 f_L/f_H 包含的信息量。统计学上,似然率 f_L/f_H 度量给定代理人选择 $a=L$ 时 π 发生的"概率"f_L 与给定代理人选择 $a=H$ 时 π 发生的"概率"f_H 的比率,它告诉观测者观测到的 π 在多大程度上来自分布 f_L 而不是分布 f_H。较高的似然率意味着 π 有较大的可能性来自分布 f_L;当似然率等于1时,π 来自 f_L 和 f_H 可能性相同,观测者不能得到任何新的信息量。

当然,从概念上讲,委托人并不从观测到的 π 推断任何东西,因为在均衡情况下,委托人准确地知道代理人选择了什么,尽管他并不能观测到代理人的选择。但是,最优激励合同 $s(\pi)$ 反映的正是统计推断的原则。委托人似乎是在根据观测到的产出量推断代理人是选择了 L 还是 H,进而对代理人实行奖惩。如果委托人推断代理人选择 L 的可能性较大,就惩罚他($s(\pi)<s_\lambda(\pi)$);反之,如果委托人推断代理人选择 H 的可能性更大,就奖励他($s(\pi)>s_\lambda(\pi)$)。

从另一个角度看，委托人似乎是在根据贝叶斯法则从观测到的 π 修正代理人勤奋工作的后验概率。为了说明这一点，令 $\gamma=\text{prob}(H)$ 为委托人认为代理人选择 H 的先验概率，$\tilde{\gamma}(\pi)=\text{prob}(H|\pi)$ 为委托人在观测到 π 时认为代理人选择了 H 的后验概率。根据贝叶斯法则，

$$\tilde{\gamma}(\pi)=\frac{f_H\gamma}{f_H\gamma+f_L(1-\gamma)}$$

因此

$$\frac{f_L}{f_H}=\frac{\gamma-\gamma\tilde{\gamma}(\pi)}{\tilde{\gamma}(\pi)(1-\gamma)}$$

将上式代入(8)得

$$\frac{v'(\pi-s(\pi))}{u'(s(\pi))}=\lambda+\mu\left[\frac{\tilde{\gamma}(\pi)-\gamma}{\tilde{\gamma}(\pi)(1-\gamma)}\right] \qquad (8')$$

那么，如果观测到的 π 使委托人向下修正了代理人选择 H 的概率(即 $\tilde{\gamma}(\pi)<\gamma$)，

$$\frac{v'(\pi-s(\pi))}{u'(s(\pi))}=\lambda+\mu\left[1-\frac{f_L(\pi)}{f_H(\pi)}\right]<\lambda\Rightarrow s(\pi)<s_\lambda(\pi)$$

代理人受到惩罚。另一方面，如果观测到的 π 使委托人向上修正了代理人选择 H 的概率(即 $\tilde{\gamma}(\pi)>\gamma$)，

$$\frac{v'(\pi-s(\pi))}{u'(s(\pi))}=\lambda+\mu\left[1-\frac{f_L(\pi)}{f_H(\pi)}\right]>\lambda\Rightarrow s(\pi)>s_\lambda(\pi)$$

代理人受到奖励。

上述分析表明，产出 π 是通过后验概率 $\tilde{\gamma}(\pi)$(或者说似然率 f_L/f_H)影响代理人的收入 $s(\pi)$ 的。s 应该依赖于 π，并不是因为 π 的物质价值，而是因为它的信息量价值。由于这个原因，条件(8)本身对最优奖励合同 $s(\pi)$ 的具体形式可以说没

有任何限制；就是说，任何形式的 $s(\pi)$ 都是可能的。[1]比如说，条件(8)甚至不能保证 $s(\pi)$ 是单调的，即较高的产出 π 不一定意味着代理人得到较高的报酬 s. 为了说明这一点，让我们举一个简单的例子。假定当代理人选择 $a=L$ 时，π 有两个可能的值，分别为 $\pi=-100$ 和 $\pi=100$，概率为 $f_L(-100)=f_L(100)=0.5$；当代理人选择 $a=H$ 时，π 也有两个可能的值，分别为 $\pi=-100$ 和 $\pi=500$，概率为 $f_L(-100)=f_L(500)=0.5$。注意，分布函数满足一阶随机占优条件，即对所有可能的 π 的取值，$F_H(\pi)\leqslant F_L(\pi)$，其中 $F_H(-100)=F_L(-100)$，$F_H(100)<F_L(100)$，$F_H(500)=F_L(500)$。在这种情况下，根据条件(8)，$s(100)<s(-100)$，即代理人在 $\pi=-100$ 时的收入应该大于 $\pi=100$ 时的收入，因为当 $\pi=-100$ 出现时，委托人认为代理人选择偷懒(L)和勤奋工作(H)的可能性相同，但当 $\pi=100$ 时，委托人可以肯定代理人选择了偷懒，因此应该受到惩罚。从(8)可知，最优奖励合同 $s(\pi)$ 只是对似然率 f_L/f_H 是单调的：f_L/f_H 越大，$s(\pi)$ 越小。因此，为了保证 $s(\pi)$ 对 π 的单调性，我们必须假定 f_L/f_H 对 π 是单调的，即较高的 π 意味着较大的代理人选择了 $a=H$ 的可能性。这就是所谓的单调似然率特征(MLRP, monotone likelihood ratio property)。如果分布函数满足这个特征，$s(\pi)$ 对 π 的单调性就可以得到保证。现实生活中观测到的绝大多数激励合同满足单调性(如企业经理的报酬随企业利润的增加而增加)，这一事实可能意味着绝大多数分布函数具有单调似然率

---

[1] 关于这个问题的详细讨论参阅哈特和霍姆斯特姆(Hart and Holmstrom, 1987)。

特征，尽管可能有其他的解释。[1] 但理论上讲，任何形式的分布函数都是可能的。前述例子的分布函数就不具有单调似然率特征。图 5.4 的分布函数也不具有单调似然率特征，这里，$\pi_1<\pi_2<\pi_3$，$f_L(\pi_1)>f_H(\pi_1)$，$f_L(\pi_3)>f_H(\pi_3)$，但是，$f_L(\pi_2)<f_H(\pi_2)$。

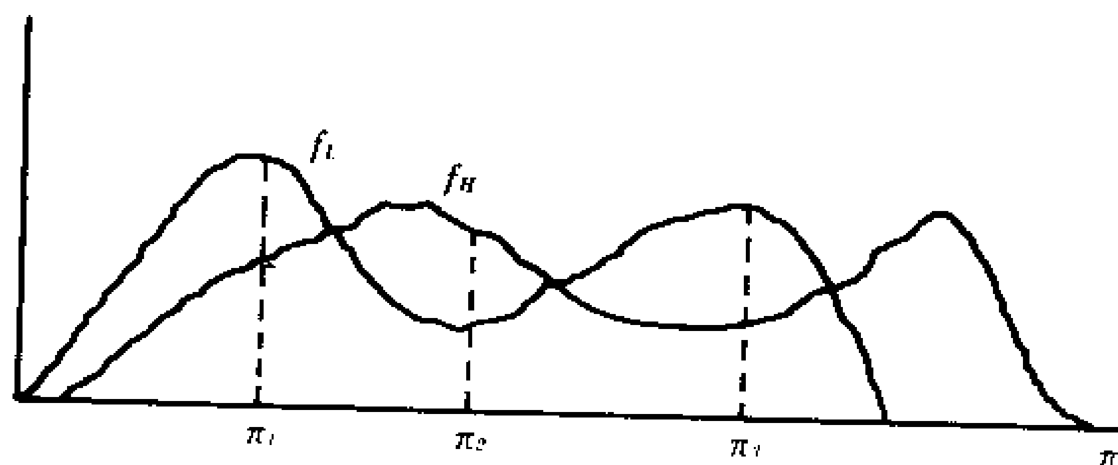


图 5.4　不具有单调似然率特征的分布函数

委托—代理模型的最重要结果是它可以预测什么样的观测变量应该进入激励合同。设想除产出 π 外，委托人还可以不费成本地观测到另一个变量 z，因而 $x=(\pi,z)$；如果所讨论的委托—代理关系是股东与经理的关系，π 是利润，z 可以理解为某个与企业运行环境有关的外生变量，如货币供给，也可以理解为另一个企业的利润。假定 z 与 a 和(或)θ 有关，即 $z=z(a,\theta)$。那么，我们要问的问题是，在什么条件下，委托人对代理人的奖惩不仅应该依赖于 π，而且应该依赖于 z？即最优激

[1] 另一个可能的解释是，如果当对代理人不利的结果出现时代理人可以将"利润"扔掉，那么，在较高利润时对代理人实行惩罚就是不可行的。

励合同应该为 $s(\pi,z)$ 而不是 $s(\pi)$？

假定在不同努力水平下 π 和 z 的联合分布密度函数分别为 $h_L(\pi,z)$ 和 $h_H(\pi,z)$。如果 π 和 z 同时被写进合同，委托人的问题是选择 $s(\pi,z)$ 解下列最优化问题：

$$\max_{s(\pi,z)} \int_{\pi}\int_{z} v(\pi - s(\pi))h_H(\pi,z)dzd\pi$$

$$\text{s.t. (IR)} \int_{\pi}\int_{z} u(s(\pi))h_H(\pi,z)dzd\pi - c(H) \geqslant \overline{u}$$

$$\text{(IC)} \int_{\pi}\int_{z} u(s(\pi))h_H(\pi,z)dzd\pi - c(H)$$

$$\geqslant \int_{\pi}\int_{z} u(s(\pi))h_L(\pi,z)dzd\pi - c(L)$$

上述最优化问题与原最优化问题的唯一区别是现在期望值是对 π 和 z 的联合密度函数 $h_i(\pi,z)$ 取的。最优化的一阶条件是：

$$\frac{v'(\pi - s(\pi,z))}{u'(s(\pi,z))} = \lambda + \mu\left[1 - \frac{h_L(\pi,z)}{h_H(\pi,z)}\right] \qquad (9)$$

比较条件(8)和条件(9)可以看出，如果下列条件成立，新的观测量 z 是没有信息量的：

$$\frac{h_L(\pi,z)}{h_H(\pi,z)} = \frac{f_L(\pi)}{f_H(\pi)} = p(\pi) \qquad (10)$$

霍姆斯特姆(1979)证明，当只当条件(10)不成立时，$s(\pi,z)$ 才帕累托优于 $s(\pi)$；就是说，只有当 z 影响似然率 h_L/h_H 时，z 才应该进入合同。("帕累托优于"(Pareto-dominate)的涵义是，给定代理人的参与约束和激励约束，委托人在 $s(\pi,z)$ 下

的期望效用严格高于在 $s(\pi)$ 下的期望效用。)

当条件(10)成立时,我们说 π 是相对于 a(和 θ)的有关 (π,z) 的"充足统计量"(sufficient statistic),所有 z 能提供的有关 a(和 θ)的信息都已包含在 π 中,z 不提供任何额外的信息,因此,将 z 写进合同是没有意义的。条件(10)可以改写成下列形式:

$$h_i(\pi,z) = A(\pi,z)B_i(\pi), i = L, H \qquad (10')$$

即任何努力水平下的联合分布 $h_i(\pi,z)$ 可以分解为与努力水平无关的联合分布 $A(\pi,z)$ 和与努力水平有关的独立分布 $B_i(\pi)$ 的乘积。如果这个条件满足,π 就是充足统计量。

注意,当条件(10)不成立时,将 z 写入合同 $s(\pi,z)$ 之所以是有价值的,是因为通过使用 z 包含的信息量,委托人可以排除掉更多的外生因素对推断的干扰,使代理人承担较小的风险(假定代理人是风险规避的),从而可以节约风险成本(即使风险分担更接近帕累托最优水平)。比如说,假定分布 $h_i(\pi,z)$ 满足一阶随机占优条件和单调似然率要求。那么,给定代理人选择了 $a=H$,较低的 π 和较低的 z 同时出现的可能性显然小于较低的 π 单独出现的可能性;类似地,给定代理人选择了 $a=L$,较高 π 和较高的 z 同时出现的可能性显然小于较高的 π 单独出现的可能性。因此,为了诱使代理人选择 $a=H$,当合同只依赖于 π 时,代理人应该承担的风险肯定大于当合同同时依赖于 π 和 z 时代理人应该承担的风险(直观地讲,在合同 $s(\pi,z)$ 下,代理人被错误地惩罚和被错误地奖励的可能性都变得较小)。因为代理人是风险规避的,这种由代理人承担较低风险带来的风险成本的节约就是将 z 写入合同的净价

值(假定观测 z 没有成本)。[1] 进一步,因为在均衡情况下参与约束 IR 和激励约束 IC 的等式成立,这种成本节约全部归委托人所有;因此,如果 z 包含新的信息,委托人就有积极性把 z 写入合同。[2]

上述充足统计量结果对最优激励合同的设计有着重要意义。首先一点是,对代理人实施监督是有意义的,因为监督可以提供更多的有关代理人行动选择的信息,从而可以减少代理人的风险成本。当然,此时,监督本身的成本必须考虑进去。如果监督成本过高,监督可能是没有意义的,即使它可以提供更多的信息。

更为重要的是,充足统计量结果意味着使用相对业绩比较是有意义的。比如说,同一行业不同企业的经营业绩除了受每个企业经营者的行为和特有的外生因素影响外,也受到某些行业性共同因素(如市场需求、技术进步等)的影响。企业自

① 极端地,如果 z 与 a 是完全相关的,z 一定包含着 π 所不包含的信息,将 z 写入合同可以达到帕累托最优风险分担。比如说,设想 z 是代理人的体重,如果代理人选择 $a=H$,$z=65$ 公斤;如果代理人选择 $a=L$,$z=70$ 公斤。那么,通过测量代理人的体重,委托人准确地知道代理人选择了什么努力水平。如果 $z=65$ 公斤,代理人受到奖励;如果 $z=70$ 公斤,代理人受到惩罚。π 进入合同纯粹是出于风险分担的考虑,代理人不承担任何额外的风险(如果 z 与 a 无关,但与 θ 完全相关,将 z 写进合同可以说代理人不承担任何风险,同时 $\beta=1$ 将使代理人成为唯一的剩余索取者,从而选择帕累托努力水平。见下节的例子)。

② 在代理人只有两个行动选择的情况下,最优的努力水平本身不受影响,因为无论激励合同是 $s(\pi)$ 还是 $s(\pi,z)$,最优选择是 $a=H$。但一般来说,$s(\pi)$ 下的最优努力水平与 $s(\pi,z)$ 下的最优努力水平是不同的,如果 z 包含更多信息的话。见下一节。

己的利润并不是充足统计量，其他企业的利润也包含着有关该企业经理行为的有价值的信息。比如说，一个企业的利润低可能是由于经理没有努力工作，也可能是由于不利的外部因素造成的。但如果其他处于类似环境的企业的利润也很低，该企业利润低更可能是不利的外部因素造成的；相反，如果其他处于类似环境的企业的利润较高，该企业利润低更可能是经理不努力的结果。通过将其他企业的利润指标引入对该企业经理的奖惩合同，可以剔除更多的外部不确定性的影响，使该经理的报酬与其个人努力的关系更为密切，调动其努力工作的积极性。因此，处于类似经营环境的企业经理的报酬不应该只依赖于本企业的利润，而应该部分地依赖于其他企业的利润。这可以说是"标尺竞争"(yardstick competition)被广泛使用的主要原因之一。①

5.4—2　一般模型

以上我们假定代理人只有两个行动可以选择，现在我们转向一般情况：a 是一个一维的连续的努力变量。经济学上讲，只有两个行动的简单模型已包含了委托—代理模型的基本结论，一般模型并不提供多少更新的东西。但考虑一般模型具有重要的方法论意义。

当 a 是一个一维的连续的努力变量时，分布函数的一阶随机占优条件变为：$F_a(\pi,a)=\partial F/\partial a<0$，即对于所有的 π，如

① 但是，相对业绩比较可能带来两种负效应。一是代理人之间合谋行为(collusion)：每个人都选择较低的努力，轮流得奖；二是代理人互相拆台(sabotage)，因为别人的业绩越差，自己的收入越高。

果 $a>a'$，$F(\pi,a)<F(\pi,a')$。技术上的主要问题是如何处理代理人的激励相容约束 IC。因为对于任何给定的激励合同 $s(\pi)$，代理人总是选择最优的 a 最大化期望效用函数

$$\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi - c(a)$$

根据莫里斯(Mirrlees, 1974)和霍姆斯特姆(Holmstrom, 1979)，激励相容约束可以用下列一阶条件代替：

$$\int u(s(\pi))f_a(\pi,a)d\pi = c'(a) \tag{11}$$

这就是所谓的"一阶条件方法"(the first-order approach)。使用一阶条件(11)，委托人的问题可以表述如下：

$$\max_{s(\pi)}\int v(\pi - s(\pi))f(\pi,a)d\pi$$

$$\text{s.t. (IR)}\int u(s(\pi))f(\pi,a)d\pi - c(a) \geqslant \bar{u}$$

$$\text{(IC)}\int u(s(\pi))f_a(\pi,a)d\pi = c'(a)$$

令 λ 和 μ 分别为参与约束 IR 和激励相容约束 IC 的拉格朗日乘数，上述最优化问题的一阶条件是：

$$\frac{v'(\pi - s(\pi))}{u'(s(\pi))} = \lambda + \mu\frac{f_a(\pi,a)}{f(\pi,a)} \tag{12}$$

条件(12)是条件(7)的一般化，其中 $f_a(\pi,a)/f(\pi,a)$ 是似然率 $f_L(\pi)/f_H(\pi)$ 的对应。我们可以对(12)作类似(7)的解释。比较(12)和上节的帕累托最优风险分担条件(1)，(12)意味着，当委托人不能观测到代理人的努力水平 a 时，帕累托最优风险分担是不可能的；因为 $\mu>0$，为了使代理人有积极性努力工作，代理人现在必须承担更大的风险。比如说，

$$s(\pi) < s_\lambda(\pi), \text{if } \frac{f_a(\pi,a)}{f(\pi,a)} < 0;$$

$$s(\pi) > s_\lambda(\pi),\text{if } \frac{f_a(\pi,a)}{f(\pi,a)} > 0$$

一般地，如果单调似然率特征（MLRP）成立，$f_a(\pi,a)/f(\pi,a)$ 是 π 的单调增函数，最优激励合同 $s(\pi)$ 一定是 π 的增函数，即产出越高，代理人的收入越高：$\partial s(\pi)/\partial\pi>0$。

充足统计量结果在一般模型中同样成立，这里不再重复。但应该指出的是，与代理人只有两种选择时的简单模型不同，当 a 是连续变量时，新的变量 z 进入合同不仅可以降低风险成本，而且可以提高努力水平，如果 z 包含更多信息的话。

问题是，一阶条件方法并不能保证最优解的唯一性；就是说，对于一个给定的合同 $s(\pi)$，代理人的最优化条件（11）可能有多个解。这一点反过来意味着最优化条件（12）并不能保证解是最优的。这一点可以用图 5.5 来说明。图中，$s=s(\pi)$ 代表任意的激励合同（不是数值），根据委托人的偏好从左到右排列（给定 a，委托人偏好右边的 s）。满足一阶条件（11）的努力水平 a 由曲线 $a(s)$ 代表。注意，对于任何给定的 s，代理人将选择位于虚线部分的 a，因为他希望少努力。v_0 和 v_1 是委托人的两条无差异曲线（注意，尽管 a 不直接进入效用函数 $v(\pi-s(\pi))$，但通过分布函数 $f(\pi,a)$ 影响期望效用）。由条件（12）决定的最优解是 E_1，因为它在满足条件（11）的情况下达到最高的无差异曲线。但是，实际的最优解是 E_0，因为它是委托人能得到的最好结果（如果委托人选择 s_1，结果将是 W 而不是 E_1）。

莫里斯（Mirrlees，1975）本人最早认识到一阶条件方法存在的上述问题。格鲁斯曼和哈特（Grossman and Hart，1983）和罗杰森（Rogerson，1985）导出了保证一阶条件方法

有效性的条件。他们证明，如果分布函数满足 MLRP 和凸性条件（CDFC，convexity of distribution function condition），一阶条件方法是适用的，因为在 CDFC 下，对于任何给定的 $s(\pi)$，满足一阶条件（11）的 $a(s(\pi))$ 是唯一的。这里，CDFC 实际上反映了规模报酬随机递减的特征。因为证明过程非常技术性，我们这里从略，有兴趣的读者请参阅原文或哈特和霍姆斯特姆（Hart and Holmstrom，1987）。

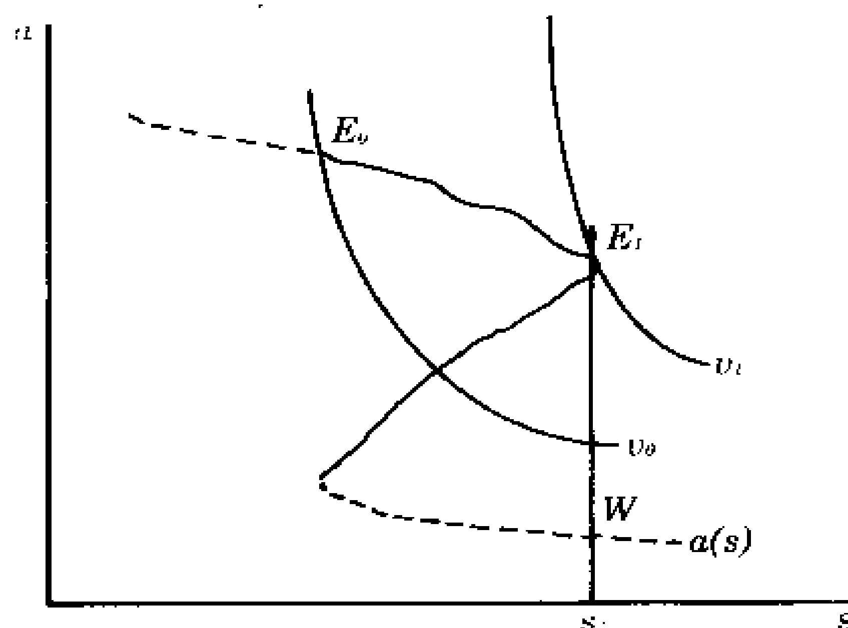


图 5.5　给定合同时努力水平的非唯一性

5.5　委托—代理模型的一个例子

本节我们讨论一个参数化的委托—代理模型，对前面两节的主要结论进行总结。这个参数化的模型是霍姆斯特姆和米尔格罗姆（Holmstrom and Milgrom，1987）模型的简化和扩张。

假定 a 是一个一维努力变量，产出函数取如下线性形式：$\pi=a+\theta$，其中 θ 是均值为零、方差等于 σ^2 的正态分布随机变量，代表外生的不确定性因素。因此，$E\pi=E(a+\theta)=a$，$\mathrm{Var}(\pi)=\sigma^2$，即代理人的努力水平决定产出的均值，但不影响产出的方差。

假定委托人是风险中性的，代理人是风险规避的。考虑线性合同：$s(\pi)=\alpha+\beta\pi$，其中 α 是代理人的固定收入（与 π 无关），β 是代理人分享的产出份额，即产出 π 每增加一个单位，代理人的报酬增加 β 单位。$\beta=0$ 意味着代理人不承担任何风险，$\beta=1$ 意味着代理人承担全部风险。因为委托人是风险中性的，给定 $s(\pi)=\alpha+\beta\pi$，委托人的期望效用等于期望收入：

$$Ev(\pi-s(\pi))=E(\pi-\alpha-\beta\pi)=-\alpha+E(1-\beta)\pi$$
$$=-\alpha+(1-\beta)a$$

假定代理人的效用函数具有不变绝对风险规避特征，即 $u=-e^{-\rho w}$，其中 ρ 是绝对风险规避度量，w 是实际货币收入。假定代理人努力的成本 $c(a)$ 可以等价于货币成本；进一步，为简化起见，假定 $c(a)=ba^2/2$，这里 $b>0$ 代表成本系数：b 越大，同样的努力 a 带来的负效用越大。那么，代理人的实际收入为：

$$w=s(\pi)-c(a)=\alpha+\beta(a+\theta)-\frac{b}{2}a^2$$

确定性等价收入（certainty equivalence）为

$$Ew-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2=\alpha+\beta a-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2-\frac{b}{2}a^2$$

其中，Ew 是代理人的期望收入，$\rho\beta^2\sigma^2/2$ 是代理人的风险成本；当 $\beta=0$ 时，风险成本为零。代理人最大化期望效用函数

$Eu = -Ee^{-\rho w}$等价于最大化上述确定性等价收入。①

令 $\overline{w}$ 为代理人的保留收入水平。那么，如果确定性等价收入小于 $\overline{w}$，代理人将不接受合同。因此，代理人的参与约束可以表述如下：

$$\alpha + \beta a - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{b}{2}a^2 \geqslant \overline{w}$$

首先考虑委托人可以观测代理人努力水平 a 时的最优合同。此时，激励约束 IC 不起作用，任何水平的 a 都可以通过满足参与约束 IR 的强制合同实现。因此，委托人的问题是选择(α, β)和 a 解下列最优化问题：

$$\max_{\alpha,\beta,a} Ev = -\alpha + (1-\beta)a$$

$$\text{s.t. (IR)}\ \alpha + \beta a - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{b}{2}a^2 \geqslant \overline{w}$$

因为在最优情况下，参与约束的等式成立(委托人没有必要支付代理人更多)，将参与约束通过固定项 α 代入目标函数，上述最优化问题可以重新表述如下：

$$\max_{\alpha,\beta,a}\ a - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{b}{2}a^2 - \overline{w}$$

因为 $\overline{w}$ 是给定的，上述表述意味着委托人实际上是在最大化总的确定性等价收入减去努力的成本。最优化的一阶条件意味着：

$$a^* = \frac{1}{b};\beta^* = 0 \qquad (13)$$

---

① 如果 $u(x) = Eu(y)$(其中 y 为随机收入)，x 称为 y 的确定性等价，因为消费者从随机收入 y 中得到的期望效用与从确定收入 x 中得到的效用相同。当消费者是风险中性的时，确定性等价等于随机收入的均值；当消费者是风险规避的时，确定性等价等于随机收入的均值减去风险成本。

将上述结果代入代理人的参与约束得：

$$\alpha^* = \bar{w} + \frac{b}{2}(a^*)^2 = \bar{w} + \frac{1}{2b}$$

这就是帕累托最优合同。因为委托人是风险中性的，代理人是风险规避的，帕累托最优风险分担要求代理人不承担任何风险（$\beta^*=0$），委托人支付给代理人的固定收入刚好等于代理人的保留工资加上努力的成本；最优努力水平要求努力的边际期望利润等于努力的边际成本，即 $1=ba$，因此，$a^*=1/b$。因为委托人可以观测到代理人的选择 a，只要委托人在观测到代理人选择了 $a<1/b$ 时就支付 $\underline{\alpha}<\bar{w}<\alpha^*$，代理人就一定会选择 $a=1/b$，最优风险分担与激励没有矛盾。

但是，如果委托人不能观测到代理人的努力水平 a，上述帕累托最优是不能实现的。这是因为，给定 $\beta=0$，代理人将选择 a 最大化自己确定性等价收入，一阶条件意味着：

$$a = \beta/b \Rightarrow a = 0$$

就是说，如果代理人的收入与产出无关，代理人将选择 $a=0$，而不是 $a=1/b$。

现在让我们来考虑努力水平 a 不可观测时的最优合同。因为给定(α,β)，代理人的激励约束意味着 $a=\beta/b$，委托人的问题是选择(α,β)解下列最优化问题：

$$\max_{\alpha,\beta} -\alpha + (1-\beta)a$$

$$\text{s.t. (IR)}\alpha + \beta a - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{b}{2}a^2 \geq \bar{w}$$

$$\text{(IC)}a = \beta/b$$

将参与约束 IR 和激励约束 IC 代入目标函数，上述最优化问题可以重新表述如下：

$$\max_{\beta} \frac{\beta}{b} - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{b}{2}(\frac{\beta}{b})^2 - \overline{w}$$

一阶条件为

$$\frac{1}{b} - \rho\beta\sigma^2 - \frac{\beta}{b} = 0$$

即

$$\beta = \frac{1}{1 + b\rho\sigma^2} > 0 \tag{14}$$

上述条件意味着，代理人必须承担一定的风险。特别地，β 是 ρ、σ^2 和 b 的递减函数。就是说，代理人越是风险规避，产出 π 的方差越大，代理人越是害怕努力工作，他应该承担的风险就越小。极端地，如果代理人是风险中性的（$\rho=0$），最优合同要求代理人承担完全的风险（$\beta=1$）。

$\partial\beta/\partial\rho<0$ 和 $\partial\beta/\partial\sigma^2<0$ 结论是非常直观的。最优激励合同要在激励与保险之间求得平衡。对于给定的 β，ρ 越大（或 σ^2 越大），风险成本越高，因此，最优风险分担要求 β 越小。但 $\partial\beta/\partial b<0$ 有点"鞭打快牛"的味道。为什么代理人越是害怕努力工作，应该承担的风险就越小呢？这有两方面的原因。第一，从激励角度看，即使没有信息不对称问题，b 越大，最优的 a 越小（因为 $a^*=1/b$）；第二，从风险分担的角度看，b 越大，为诱使代理人选择同样的努力水平要求的 β 越大（因为 $a=\beta/b$），委托人宁愿以较低的努力换取风险成本的节约。

当委托人不能观测代理人的努力水平时，存在两类在对称信息下不存在的代理成本。一类是上面提到的由帕累托最优风险分担无法达到而出现的风险成本（risk costs），另一类是由较低的努力水平导致的期望产出的净损失减去努力成本的节约，简称为激励成本（incentive costs）。因为委托人是风

险中性的，努力水平可观测时委托人承担全部风险意味着风险成本为零。当委托人不能观测代理人的努力水平时，代理人承担的风险为 $\beta=1/(1+b\rho\sigma^2)$，风险成本为：

$$\Delta RC=\frac{1}{2}\beta^2\rho\sigma^2=\frac{\rho\sigma^2}{2(1+b\rho\sigma^2)^2}>0$$

这是净福利损失。

为了计算激励成本，首先注意到，当努力水平可观测时，最优努力水平为 $a=1/b$；当努力水平不可观测时，委托人可诱使代理人自动选择的最优努力水平为：

$$a=\frac{\beta}{b}=\frac{1}{b(1+b\rho\sigma^2)}<\frac{1}{b}$$

就是说，非对称信息下的最优努力水平严格小于对称信息下的努力水平。[1]因为期望产出为 $E\pi=a$，期望产出的净损失为：

$$\Delta E\pi=\Delta a=a^*-a=\frac{1}{b}-\frac{1}{b(1+b\rho\sigma^2)}=\frac{\rho\sigma^2}{1+b\rho\sigma^2}>0$$

努力成本的节约为

$$\Delta c=c(a^*)-c(a)=\frac{1}{2b}-\frac{1}{2b(1+b\rho\sigma^2)^2}$$

$$=\frac{2\rho\sigma^2+b(\rho\sigma^2)}{2(1+b\rho\sigma^2)^2}$$

所以，激励成本为

$$\Delta E\pi-\Delta c=\frac{b(\rho\sigma^2)^2}{2(1+b\rho\sigma^2)^2}>0$$

---

① 当代理人只有两种努力水平可以选择时，这个问题一般不存在，除非代理人的风险规避度是如此之高或不确定性是如此之大以至于委托人宁愿放弃激励（即让代理人选择较低的努力）。

总代理成本为

$$AC = \Delta RC + (\Delta E\pi - \Delta c) = \frac{\rho\sigma^2}{2(1 + b\rho\sigma^2)} > 0$$

注意，当代理人为风险中性时，代理成本为零，因为 $\beta=1$ 可以达到帕累托最优风险分担和最优激励。进一步，代理成本随代理人风险规避度 ρ 和产出方差 σ^2（代表不确定性）的上升而上升。

接下来我们分析一下可观测的其他变量如何影响最优激励合同。令 z 为另一个可观测的变量。为了简单起见，假定 z 与努力水平 a 无关（如 z 是另一个企业的利润），但 z 可能与外生变量 θ 有关从而与 π 相关。假定 z 具有正态分布，均值为零，方差为 σ_z^2。考虑下列线性合同：

$$s(\pi, z) = \alpha + \beta(\pi + \gamma z)$$

其中 β 代表激励强度（代理人的收入如何随观测到的 π 和 z 而变化）；γ 表示代理人的收入与 z 的关系：如果 $\gamma=0$，代理人的收入与 z 无关。委托人的问题是选择最优的 α、β 和 γ。

在这个合同下，代理人的确定性等价收入为：

$$\alpha + \beta a - \frac{1}{2}\rho\beta^2 \mathrm{var}(\pi + \gamma z) - \frac{b}{2}a^2$$

$$= \alpha + \beta a - \frac{1}{2}\rho\beta^2(\sigma^2 + \gamma^2\sigma_z^2 + 2\gamma \mathrm{cov}(\pi, z)) - \frac{b}{2}a^2$$

这里，$\mathrm{cov}(\pi, z)$ 是 π 和 z 的协方差。对于任何给定的支付合同 $s(\pi, z)$，代理人选择 a 最大化上述确定性等价收入。最优化的一阶条件为：

$$a = \frac{\beta}{b}$$

与前面的结果相同。这一点是自然的，因为 z 与 a 无关，γ 不

影响代理人的努力水平的选择。

委托人的期望收入为：

$$E(\pi - \alpha - \beta(\pi + \gamma z)) = -\alpha + (1 - \beta)a$$

(因为 $Ez=0$。)将参与约束和激励相容约束 $a=\beta/b$ 代入上式，得委托人的最优化问题为：

$$\max_{\beta,\gamma} \frac{\beta}{b} - \frac{1}{2}\rho\beta^2(\sigma^2 + \gamma^2\sigma_z^2 + 2\gamma\mathrm{cov}(\pi,z)) - \frac{1}{2b}\beta^2 - \overline{w}$$

最优化的两个一阶条件为：

$$\frac{1}{b} - \rho\beta(\sigma^2 + \gamma^2\sigma_z^2 + 2\gamma\mathrm{cov}(\pi,z)) - \frac{\beta}{b} = 0 \quad (15)$$

$$\gamma\sigma_z^2 + \mathrm{cov}(\pi,z) = 0 \quad (16)$$

注意，因为 z 与期望收入无关，委托人选择 γ 只是使风险成本最小化。

解(15)和(16)得：

$$\beta = \frac{1}{1 + b\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)} \quad (17)$$

$$\gamma = -\frac{\mathrm{cov}(\pi,z)}{\sigma_z^2} \quad (18)$$

注意，因为 $\sigma^2\sigma_z^2 \geqslant \mathrm{cov}^2(\pi,z)$，(17)分母中括号内的项为正，$0<\beta<1$。

现在让我们来看条件(17)和(18)的涵义。如果 π 与 z 不相关，$\mathrm{cov}(\pi,z)=0$，π 是充足统计量，z 不提供有关 a 的任何信息，因此 $\gamma=0$，即 z 不进入合同。此时，$\beta=1/(1+b\rho\sigma^2)$，与条件(14)相同。如果 π 与 z 正相关，$\mathrm{cov}(\pi,z)>0$，$\gamma<0$。$z>0$ 可能意味着较好的外部条件(较大的 θ)，任何给定的 π 可能更多地反映了代理人碰到了好运气而不是作出了高水平的努力。类似地，$z<0$ 可能意味着较差的外部条件(较低的 θ)，任

何给定的 π 可能更多地反映了较高的努力水平。$\gamma<0$ 将所有这些可能性考虑进去：外部因素不利时增加代理人的报酬，外部因素有利时减少代理人的报酬。另一方面，如果 π 与 z 负相关，$\text{cov}(\pi,z)<0,\gamma>0$；$z>0$ 更可能意味着较不利的外部环境，$z<0$ 更可能意味着较有利的外部环境；因此，通过在 $z>0$ 时增加代理人的报酬，在 $z<0$ 时减少代理人的报酬，可以剔除更多的外部环境的影响。

将条件(17)与条件(14)比较可以看出，当 $\text{cov}(\pi,z)\neq 0$ 时，通过将 z 写进合同，一方面可以提高代理人分享的剩余份额：

$$\beta=\frac{1}{1+b\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)}>\frac{1}{1+b\rho\sigma^2}$$

从而提高合同的激励强度（记住，激励约束意味着 $a=\beta/b$）；另一方面，又可以减少代理人承担的风险，因为

$$\begin{aligned}\text{var}(s(\pi,z)) &= \beta^2(\sigma^2+\gamma^2\sigma_z^2+2\gamma\text{cov}(\pi,z)) \\ &= \frac{\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2}{(1+b\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2} \\ &< \frac{\sigma^2}{(1+b\rho\sigma^2)^2}=\text{var}(s(\pi))\end{aligned}$$

容易证明，只要 z 与 θ 是相关的，将 z 写进合同就可以减少代理成本。在 $s(\pi,z)$ 下，与对称信息相比，风险成本为：

$$\begin{aligned}\Delta RC &= \frac{1}{2}\rho\text{var}(s(\pi,z)) \\ &= \frac{\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)}{2(1+b\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}\end{aligned}$$

期望产出的净损失为：

$$\Delta E\pi=\Delta a=\frac{1}{b}-\frac{\beta}{b}=\frac{\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)}{1+b\rho(\sigma^2-\text{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)}$$

努力成本的净节约为：

$$\Delta C = C(a^*) - C(a) = \frac{1}{2b} - \frac{1}{2b(1 + b\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}$$

$$= \frac{2\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2) + b(\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}{2(1 + b\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}$$

因此，总激励成本为：

$$\Delta E\pi - \Delta C = \frac{b(\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}{2(1 + b\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))^2}$$

总代理成本为：

$$AC = \Delta RC + (\Delta E\pi - \Delta C)$$

$$= \frac{\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2)}{2(1 + b\rho(\sigma^2 - \mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2))}$$

将上述结果与合同只依赖于 π 相比，无论风险成本还是激励成本（从而总代理成本）都降低了。只有当 $\mathrm{cov}(\pi,z)=0$ 时，代理成本才相同（因为此时 π 是充足统计量，z 不进入合同）。

一种极端的情况是，当 z 与 θ 完全相关（正的或负的）时，$\sigma^2=\mathrm{cov}^2(\pi,z)/\sigma_z^2$，$\beta=1$，即代理人是唯一的剩余索取者，从而努力水平等于帕累托最优水平（$a=1/b$）；但是，$\mathrm{var}(s(\pi,z))=0$，即代理人不承担任何风险。就是说，当 z 与 θ 完全相关（正的或负的）时，将 z（最优地）写进合同可以使代理成本变成零，实现帕累托最优结果。

上述结果可以一般化：对于任何观测到的新的变量 x，只要 x 包含比原有变量 π 和 z 更多的有关 a 或 θ 的信息，将 x 写进激励合同就可以降低代理成本。当然，这里的前提是观测 x 没有成本。如果观测 x 要花费成本，只有当观测成本小于由此带来的代理成本的降低时，x 才是有价值的。

进一步阅读

Hart 和 Holmstrom (1987)被公认为是有关委托—代理理论文献最好的综述。Rees (1985)是一个很适合初学者入门的技术性综述。

练习题

1. 在公司制企业中，股东、经理、债权人、工人、顾客、供货商等都被称为“利益相关者”(stake holders)。分析不同利益相关者之间的委托—代理关系。特别地，解释在什么意义可以说“工人是委托人，经理是代理人”?

2. 考虑两个人之间的最优风险分担。假定两人总收入 y 是一个完全由外生因素决定的随机变量，每个人具有不变绝对风险规避度量(但风险规避度可能不同)。证明：最优风险分担合同满足 $\beta=\rho_2/(\rho_1+\rho_2)$，其中 $\rho_i\geqslant 0$是第 i 个人的绝对风险规避度，β 是第一个人的剩余份额。

3. (Rasmusen)假定代理人的效用函数为 $U=\sqrt{w}-a$，其中 w 是工资收入，a 是努力水平；a 有两个可能的值：$a=0$ 或 $a=7$。假定有两个可能的产出水平：$\pi=0$或 $\pi=1000$；代理人的努力水平影响不同产出出现的概率，如表5A.1所示。委托人和代理人都能观察到产出，但只有代理人知道自己的努力水平。假定委托人是风险中性的，代理人的保留效用为 $\overline{U}=4$，但代理人有绝对的讨价还价能力从而委托人只能得到零期

望利润。回答下列问题:(1)什么是实现高努力的激励相容约束、参与约束和零利润约束?(2)如果工资是固定的,不依赖于产出水平,什么是代理人的效用水平?(3)什么是最优激励合同和最优合同下代理人的效用水平?(4)如果努力是可观察的,什么是代理人的效用水平?不可观测性使得代理人承担了多大的成本?

表 5A.1

努力	不同产出出现的概率	
	$\pi=0$	$\pi=1000$
$a=0$	0.9	0.1
$a=7$	0.2	0.8

4. 企业的利润有两个可能的水平:π_1 和 π_2,$\pi_1<\pi_2$;企业经理可以选择工作(H)或不工作(L)。如果经理选择工作,利润等于 π_2 的概率为 x;如果经理选择不工作,利润等于 π_2 的概率为 y,其中 $0<y<x<1$。假定股东是风险中性的,经理是风险规避的,经理的效用函数为 $U=u(w-c)$,其中 w 是工资收入,$c=\varnothing$(如果工作),$c=0$(如果不工作);经理的保留工资为 w_0。假定股东希望经理选择工作而不是不工作。(1)如果股东可以观测到经理的选择,什么是最优工资合同?(2)如果股东不能观测到经理的选择,什么是最优工资合同?(3)比较两种情况,计算出不完全信息导致的代理成本。

4. (Mas-Colell-Whinston-Green)考虑如下模型:经理有三个可能的行动 $a=\{a_1,a_2,a_2\}$,企业有两个可能的利润水平:$\pi_H=10$ 和 $\pi_L=0$;对应不同选择的利润的概率分布分别

为：$f(\pi_H|a_1)=2/3$，$f(\pi_H|a_2)=1/2$ 和 $f(\pi_H|a_3)=1/3$。假定经理的效用函数为 $U=\sqrt{w}-g(a)$，其中 w 是工资收入，$g(a_1)=5/3$，$g(a_2)=8/5$，$g(a_3)=4/3$；经理的保留效用为 $\overline{U}=0$。回答：(1)如果经理的选择是可观测的，什么是最优工资合同？(2)证明，如果经理的选择是不可观测的，那么，没有合同可以使得经理选择 a_2；当 $g(a_2)$取什么值时，a_2 是可以实现的？(3)什么是经理的选择不可观测时的最优激励合同？(4)假定 $g(a_1)=\sqrt{8}$，并且 $f(\pi_H|a_1)=x\in(0,1)$。那么，如果经理的选择是可观测的，什么是当 $x\rightarrow 1$ 时的最优合同？如果经理的选择不可观测呢？

5. 一个经理的效用函数为 $U=2\sqrt{l}+y$，其中 l 为闲暇时间，y 为其他消费品；他要考虑将总量为 T 的时间用于闲暇消费，还是工作。如果他工作 a 小时，企业的利润为 $\pi=\lambda a+\varepsilon$；而当企业利润为 π 时，他的消费水平为 $y=\alpha+\beta\pi$。假定该经理的初始消费品存量为 $y_0=0$。(1)经理时间的最优分配如何随 β 的变化而变化？(2)什么是使股东期望收入最大化的合同(α,β)？(经理的保留效用假定为 $2\sqrt{T}$，即经理将全部时间用于闲暇时的效用。)

6. 一个佃农为地主养一头猪，地主交给佃农相当于价值 50 元的饲料粮，佃农可以选择把饲料粮贪污或喂地主的猪。如果佃农选择贪污，有 0.5 的概率猪的价值为 100 元，0.5 的概率猪的价值为 200 元；如果佃农把饲料喂猪，有 0.4 的概率猪的价值为 100 元，0.6 的概率猪的价值为 500 元。地主不能观测到佃农的选择，但可以知道猪的价值。令 x 为猪的价值，$w(x)$为地主对佃农的支付合同。假定佃农是风险规避的，地主是风险中性的。给定 $w(x)$，如果贪污，佃农的效用为

$U(w(x)+50)$；如果不贪污，佃农的效用为$U(w(x))$。假定佃农的保留效用为$U(100)$。证明：存在一个合同$w(x)$，使得帕累托最优可以实现(佃农不承担任何风险，但有积极性选择地主希望的行动)。解释为什么佃农的报酬与猪的价值之间的关系不是单调的？

7. 为保险公司当顾问的王教授买了一辆价值20万元的车。他知道自己的车有被盗的可能，但被盗的概率与他自己把车停放在什么地方有关。他可以把车停放在马路边，也可以停放在收费停车场。如果停放在马路边，被盗的概率为0.75；如果停放在停车场，被盗的概率为0.5。假定把车停在停车场的费用为ε(停放路边的费用为0)；车被盗的话，王教授的财产由20万变为零。王教授是一个害怕风险的人，所以他找到保险公司的总经理，希望得到一个优惠的保险(尽可能低的保险费但尽可能高的赔偿金)。总经理让王教授自己设计一个合同，只要公司不亏损就行(期望利润为零)。假定保险公司不可能知道王教授把车停在何处，但不同情况下被盗的概率是共同知识。王教授应该为自己设计一个什么样的合同呢？(提示：使用状态空间图形划出无差异曲线和等利润曲线。)

8. 一个老板雇佣两个经理，$i=1,2$；每个经理经营一个企业。经理i的利润为$\pi_i=a_i+\theta+\omega_i$，其中$a_i$是努力水平，$\theta$是均值为0和方差为$\sigma_\theta^2$的随机变量，$\omega_i$是均值为0和方差为$\sigma_\omega^2$的随机变量，$\omega_1$和$\omega_2$是独立分布的。假定经理$i$的效用函数为$U(w_i-a_i^2/2)$，其中$w_i$是工资收入，$U(.)$是一个具有不变绝对风险规避度的负指数函数；经理的保留工资均为w_0；企业老板是风险中性的；老板只能观测到π_1和π_2。设计一个线性合同$w_i=\alpha+\beta\pi_i+\gamma\pi_j$，解释为什么经理$i$的工资应该依赖

经理 j 的利润，并且 γ 与 σ_m^2 有关？

参考文献

教科书类

Kreps, David, 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapter 16, Princeton University Press.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston and Jerry R. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapters 14, Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapter 7, Cambridge: Blackwell Publisher.

Tirole, Jean, 1988, *Theory of Industrial Organization*, Chapter 0 (chapter of "Theory of the Firm" sections 2-3), MIT Press.

经典文献及其他

Grossman, S., and O. Hart, 1983, "An Analysis of the Principal-Agent Problem", *Econometrica* 51: 7-45.

Hart, O., and B. Holmstrom, 1987, "Theory of Contracts", in *Advances in Economic Theory: fifth world congress*, edited by T. Bewley. Cambridge University Press.

Holmstrom, B., 1979, "Moral Hazard and Observabili-

ty", *Bell Journal of Economics* 10:74—91.

Holmstrom, B., and P. Milgrom, 1987, "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives", *Econometrica* 55:303—28.

Mirrlees, J., 1974, "Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty", in *Essays on Economic Behavior under Uncertainty*, edited by Michael Balch, Daniel McFadden and Shif-yen Wu. Amsterdam: North-Holland.

Mirrlees, J., 1975, "The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behavior: Part I", Nuffield College, Oxford, Mimeo.

Mirrlees, J., 1976, "The Optimal Structure of Authority and Incentives within an Organization", *Bell Journal of Economics* 7:105—31.

Rees, Ray, 1985, "The Theory of Principal and Agent: Part I", *Bulletin of Ecomomic Research*.

Rogerson, W., 1985, "The First-Order Approach to Principal-Agent Problems", Econometrica 53:1357—68.

Myerson, R., 1991, *Game Theory: Analysis of Conflict*, Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Ross, S., 1973, "The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem", *American Economic Review* 63:134—9.

Spence, M., and R. Zechhauser, 1971, "Insurance, Information and Individual Action", *American Economic Review (Papers and Proceedings)* 61:380—7.

Wilson, R. , 1969, "The Structure of Incentive for Decentralization under Uncertainty", *La Decision* 171.

6

委托—代理理论(II)

上一章我们讨论了委托—代理理论的基本模型。在基本模型中，我们假定：委托人与代理人的关系是一次性的；一个委托人只面对一个代理人；每个代理人只从事一项工作；可进入合同的信息是给定的；委托人的作用是不说自明的；等等。本章讨论基本模型的扩展，看看放松这些假设如何影响上一章的基本结论。第1节将基本模型扩展到多阶段动态模型，讨论在委托—代理关系重复多次情况下的隐性激励机制的作用；第2节讨论在面临委托人道德风险时，锦标制度或提拔制度如何解决激励问题；第3节讨论当一个代理人从事多项工作时的激励问题及专业化分工和资产所有权在解决激励问题上的作用；第4节讨论效率工资理论和最优监督问题；第5节讨论团队生产中的激励问题和委托人所起的作用；第6节讨论

团队生产情况下最优委托权安排问题。[1]

6.1 多阶段博弈动态模型

在博弈论部分我们已经看到，参与人在动态博弈中的行为可能完全不同于静态博弈中的行为。这一结论对委托—代理关系同样成立。在上一章的静态模型中，我们证明，如果委托人不能观测代理人的行动，为了诱使代理人选择委托人所希望的行动，委托人必须根据可观测的行动结果来奖惩代理人。这样的激励机制可以称为"显性激励机制"(explicit incentive mechanism)。但如同重复博弈可能解决囚徒困境一样，如果委托—代理关系不是一次性的而是多次性的，即使没有显性激励合同，"时间"本身可能会解决代理问题。当然这一点并不意味着激励问题在动态博弈中就不存在。进一步，多次博弈可能带来另一类激励问题(如"棘轮效应"(ratchet effects)，见下文)。

伦德纳(Radner，1981)和罗宾斯泰英(Rubbinstein，1979)使用重复博弈模型证明，如果委托人和代理人之间保持长期的关系，双方都有足够的耐心(贴现因子足够大)，那么，帕累托一阶最优风险分担和激励可以实现。直观地讲，在长期关系中，一方面，根据大数定理，外生的不确定可以剔除，委托

[1] 委托—代理理论的最新发展还包括多个委托人模型(multi-principal model，或称 common agency model)，本书未来得及将这类模型写进来，有兴趣的读者请读 Bernheim 和 Whinston (1986)、Tirole (1994)和 Martimort(1996)等。

人可以相对准确地从观测到的变量中推断代理人的努力水平，代理人不可能用偷懒的办法提高自己的福利；另一方面，通过长期合同向代理人提供保险的办法，委托人可以免除代理人的风险。进一步，即使合同不具法律上的可执行性（enforceable），出于“声誉效应”的考虑，委托人和代理人双方都会自觉遵守合同。弗得伯格（Fudenberg）等（1990）证明，如果代理人可以在与委托人同样的利率条件下自由进入资本市场，一系列的短期合同可以达到与长期合同同样的效果。莱瑟尔（Lazear，1979）证明，在长期的雇佣关系中，“工龄工资”制度可以遏制员工的偷懒行为。直观地讲，在工作的早期阶段支付的工资低于边际生产率，二者的差额等于一种“保证金”；当被发现偷懒时，偷懒者被开除，损失了保证金；因此，偷懒的成本增加，努力工作的积极性提高。这个模型为强制退休制度的存在提供了解释：到一定年龄阶段，工资大于边际生产率（或保留工资），自然没有人愿意退休，因此，必须强制退休。

本节我们不详细讨论重复博弈的委托—代理模型，有兴趣的读者请参阅原文。我们讨论另外两类动态模型，一类是代理人市场—声誉模型，另一类是棘轮效应模型。这两类模型给出相反的结论。第一类模型证明在动态博弈中，激励问题至少部分地可以通过“隐性激励机制”（implicit incentive mechanism）得到缓解；第二类模型证明，如果委托人使用从代理人过去的业绩中获得的信息，代理人的工作积极性会相对降低。当然，这两类模型适应于不同的现实情况。我们还将证明，引入“相对业绩比较”（充足统计量结果）对两种情况的影响完全不同。

6.1—1 代理人市场—声誉模型

法玛(Fama, 1980)认为，激励问题在委托--代理文献中被夸大了。在现实中，"时间"可以解决问题。但他的解释与伦德纳和罗宾斯泰英的解释不同。法玛强调的是代理人市场对代理人行为的约束。他认为，在竞争的经理市场上，经理的市场价值(从而收入)决定于其过去的经营业绩，从长期来看，经理必须对自己的行为负完全的责任；因此，即使没有显性激励合同，经理也有积极性努力工作，因为这样做可以改进自己在经理市场上的声誉，从而提高未来的收入。

霍姆斯特姆(Holmstrom, 1982a)模型化了法玛的上述思想。我们现在用一个简单的模型来证明这一点。①

假定只有两个阶段，$t=1,2$，每个阶段的生产函数如下：

$$\pi_t = a_t + \theta + u_t,\ t = 1,2$$

这里，π_t 可以理解为产出，a_t 是经理的努力水平，θ 可以理解为经理的经营能力(假定与时间无关)，u_t 是外生的随机变量(如技术或市场的不确定性)。假定 a_t 是经理的私人信息，π_t 是共同信息，θ 和 u_t 是正态独立分布的，均值均为 0($E\theta=Eu_t=0$)，方差分别为 σ_θ^2 和 σ_u^2；进一步，假定随机变量 u_1 和 u_2 是独立的，即 $\mathrm{cov}(u_1,u_2)=0$。

假定经理是风险中性的，并且贴现率为 0。因此，经理的效用函数如下：

$$U = w_1 - c(a_1) + w_2 - c(a_2)$$

这里 w_t 是经理在 t 期的工资，$c(a_t)$是努力的负效用。假定 $c(a_t)$是严格递增的凸函数，且 $c'(a_t)=0$。

① 下面的模型主要参考了迈耶和维克斯(Meyer and Vickers, 1994)。

在上述假定下，如果股东可以与经理签订一个显性激励合同 $w_t=\pi_t-y_0$，其中 y_0 不依赖于 π_t，帕累托一阶最优可以实现：风险成本等于零，经理的最优努力水平为：

$$c'(a_t)=1,\quad t=1,2$$

因此，为了使我们的讨论有意义，假定这样的显性激励合同不存在（一个可能的原因是，尽管股东和经理都能观测到 π_t，但法院无法证实 π_t，因而将 w_t 与 π_t 联系起来是不可行的），经理只能拿固定工资。

显然，如果委托一代理关系只是一次性的，经理将不会有任何努力工作的积极性：$c'(a_t)=0\Rightarrow a_t=0$。但是，我们现在要证明，当代理关系持续两个时期时，尽管经理在 $t=2$ 期的最优努力仍为 $a_2=0$，因为博弈没有第三阶段，经理无须考虑声誉问题，但是经理在第一阶段的最优努力水平大于零。原因是，经理在第二阶段的工资 w_2 依赖于市场（股东）对经理经营努力 θ 的预期，而 a_1 通过对 π_1 的作用影响这种预期。

假定资本市场是完全竞争性的，经理的工资等于预期产出：

$$w_1=E(\pi_1)=E(a_1)=\bar{a}_1;$$

$$w_2=E(\pi_2|\pi_1)$$

这里，$\bar{a}_1$ 是市场对经理在时期 1 的努力水平的预期，$E(\pi_2|\pi_1)$ 是给定时期 1 的实际产出为 π_1 的情况下市场对时期 2 的产出的预期。在我们的假设下，

$$E(\pi_2|\pi_1)=E(a_2|\pi_1)+E(\theta|\pi_1)+E(u_2|\pi_1)=E(\theta|\pi_1)$$

（因为 $E(a_2|\pi_1)=E(u_2|\pi_1)\equiv 0$。）

假定市场具有理性预期(rational expectation)。那么在均衡时，$\bar{a}_1$ 等于经理的实际选择，当观测到 π_1 时，市场知道

$\theta+u_1=\pi_1-\bar{a}_1$。但市场不能把 θ 与 u_1 分开；就是说，市场不知道除经理的努力外，π_1 是经理经营能力的结果还是外生的不确定因素 u_1 的结果。市场要根据 π_1 来推断 θ。令

$$\tau=\frac{\text{var}(\theta)}{\text{var}(\theta)+\text{var}(u_1)}=\frac{\sigma_\theta^2}{\sigma_\theta^2+\sigma_u^2}$$

即 τ 为 θ 的方差与 π_1 的方差的比率。σ_θ^2 越大，τ 越大。根据理性预期公式，

$$E(\theta|\pi_1)=(1\text{-}\tau)E(\theta)+\tau(\pi_1-\bar{a}_1)=\tau(\pi_1-\bar{a}_1)$$

（因为我们假定 $E\theta=0$。）就是说，给定 π_1 下市场预期的 θ 的期望值是先验期望值 $E\theta$ 和观测值$(\pi_1-\bar{a}_1)$)的加权平均：市场根据观测到的信息修正对经理能力的判断。事前有关能力的不确定性越大，修正越多。这一点是很自然的，因为 τ 反映了 π_1 包含的有关 θ 的信息：τ 越大，π_1 包含的信息量越多。特别地，如果没有事前的不确定性($\sigma_\theta^2=0$)，$\tau=0$，市场将不修正；另一方面，如果事前的不确定性非常大($\sigma_\theta^2\to\infty$)，或者如果没有外生的不确定性($\sigma_u^2=0$)，$\tau=1$，市场将完全根据观测到的 π_1 修正对 θ 的判断。一般来说，τ 介于 0 与 1 之间。

给定 $\tau>0$，均衡工资 $w_2=E(\theta|\pi_1)=\tau(\pi_1-\bar{a}_1)$)意味着时期 1 的产出越高，时期 2 的工资越高。将 w_1 和 w_2 代入，经理的效用函数为：

$$U=\bar{a}_1-c(a_1)+\tau(a_1+\theta+u_1-\bar{a}_1)-c(a_2)$$

经理最优化的一阶条件为：

$$c'(a_1)=\tau>0\Rightarrow a_1>0 \qquad (1)$$

就是说，尽管经理的最优工作努力没有对称信息下那么大(满足 $c'(a_1)=1$)，出于声誉的考虑，经理在时期 1 的努力水平严格大于 0(这在单阶段模型中是不可能的，除非是激励合同

是可行的)。τ 越大,声誉效用越强。注意,$\bar{a}_1$ 不进入一阶条件;但在理性预期假设下,$\bar{a}_1$ 满足这个条件。

上述模型假定经理只工作两个时期,但上述结果很容易一般化。一般地,如果经理工作 T 期,那么,除最后一期的努力 a_T 为零外,所有 $T-1$ 期之前的努力 a_t 均为正。并且,容易推断,努力随年龄的增长而递减,即:$a_1>a_2>\cdots>a_{T-1}>a_T$,因为越接近退休年龄,努力的声誉效应越小(时期 1 的努力 a_1 影响所有以后($T-1$)期的工资,但时期($T-1$)的努力 a_{T-1} 只影响 w_T)。这可能是为什么越是年轻的经理工作越卖劲的重要原因之一。[①] 进一步,可以证明,如果能力 θ_t 服从随机行走(random walk),当 $T\rightarrow\infty$时,稳态的(stationary)一阶条件满足:

$$c'(a)=\beta=\frac{\delta\tau}{1-(1-\tau)\delta}$$

其中 δ 为贴现因子,τ 是长期修正系数。注意,当 $\delta=1$,$c'(a)=1$;就是说,如果经理对未来不贴现,帕累托一级最优可以实现,尽管并不存在显性的激励合同。

当然,说帕累托一级最优在无限期代理关系中可以实现本身是没有多大意义的,因为它要求一些特殊的假设,特别是,经理是风险中性的,并且不对未来收益贴现。但重要的是,

① 但是,如果经理选择的不是努力水平,而是投资水平,经理对声誉效应的考虑可能导致投资决策的扭曲,因为经理关心的是通过投资来显示自己的能力,而股东关心的是投资的货币回报。没有理由认为投资的两个回报是吻合的。Holmstrom 和 Ricart I Costa(1986)证明,出于职业声誉的考虑,越是年轻的经理越有过度投资的冲动。这可能是为什么企业内投资决策相对集中化的原因之一。

上述模型证明，声誉效应可以在解决代理问题中起作用，隐性激励机制可以达到显性激励机制同样的效果（比如说，假定显性合同为 $s_t(\pi_t)=\alpha+\beta\pi_t$）。

在上一章我们证明，如果不同企业的经营环境受到某些共同因素的影响，根据充足统计量结果，使用"相对业绩比较"（即代理人的报酬不仅依赖于自己的业绩而且依赖于其他代理人的业绩）可以改进激励机制，减少代理成本。一个有趣的问题是，这一结论在动态模型中是否成立？迈耶和维克斯（Meyer and Vickers，1994）证明，答案是不确定的。

考虑两个经理 i 和 j；假定他们具有相同的偏好和技术。我们使用与前面相同的符号，但用第二个下标代表对应的经理（如u_{tj}表示经理 j 在 t 期面临的外部不确定因素）。令 $\eta=\mathrm{corr}(\theta_i,\theta_j)$ 表示他们之间的经营能力的相关系数，$\rho=\mathrm{corr}(u_{ti},u_{tj})$表示外部不确定因素的相关系数。充足统计量结果意味着，只有当 η 和 ρ 至少一个不为零时，将 i 经理的报酬 w_{ti}与 j 经理的产出 π_{tj}联系起来才是有价值的（如果 $\eta=\rho=0$，π_{tj}不包含有关 i 的任何信息）。

让我们继续假定显性激励合同是不可行的。因此，$a_{2i}=a_{2j}=0$；时期 2 的工资 w_{2i}等于预期的能力 θ_i，但现在，市场不仅根据 π_{1i}而且根据 π_{1j}修正对 θ_i 的判断。令 $E(\theta_i|\pi_{1i},\pi_{1j})$为给定 π_{1i}和 π_{1j}的情况下 θ_i 的条件期望。根据最小二乘法，我们有

$$w_{2i}=E(\theta_i|\pi_{1i},\pi_{1j})$$
$$=\frac{\tau}{1-k^2}((1-\eta\kappa)(\pi_{1i}-\bar{a}_{1i})+(\eta-\kappa)(\pi_{1j}-\bar{a}_{1j}))$$

其中 $\kappa=(1-\tau)\rho+\tau\eta$ 为$(\pi_{1i}-\bar{a}_{1i})$和$(\pi_{1j}-\bar{a}_{1j})$之间的"交叉"

相关系数，τ 的定义与前面相同。将上述等式代入 i 经理的效用函数，解得最优化的一阶条件为：

$$c'(a_{1i}) = \tau\left(\frac{1-\eta\kappa}{1-\kappa^2}\right) \equiv \varphi < 1 \qquad (2)$$

将上述条件与单个经理的情况（$c'(a_{1i})=\tau$）比较容易看出，当且只当 $\kappa(\rho-\eta)>0$ 时，“相对业绩比较”才带来帕累托改进；否则，最优努力水平和总效率都会下降。

因为我们将 θ 解释为经营能力，u_t 解释为外部环境因素，我们可以合理地假定 $\eta>0$ 和 $\rho>0$，因此，$\kappa=(1-\tau)\rho+\tau\eta>0$。那么，上述条件简化为 $\rho>\eta$。如果 $\eta=0$ 但 $\rho>0$（即能力不相关但外生因素相关），相对业绩比较可以改进激励机制，因为观测到 π_{1j} 可以降低外生因素 u_{1i} 的方差，从而增加 π_{1i} 在估计 θ_i 中的权数。这个结果很类似于静态模型中相对业绩比较的效应：观测到 j 的产出增加对 i 的努力估计的准确性，从而减少 i 的风险，强化激励机制。另一方面，如果 $\eta>0$ 但 $\rho=0$，观测到 π_{1j} 实际上降低 θ 的“先验”方差，从而降低 π_{1i} 在估计 θ_i 中的权数，弱化激励机制。直观地讲，隐性激励机制之所以起作用，是因为现期的努力通过对产出的影响改进市场对能力的判断，因此任何弱化这个声誉效应的都会弱化激励机制。

6.1—2 棘轮效应（“鞭打快牛”）

现实中激励机制设计面临的一个非常棘手的问题是如何建立代理人业绩的评价标准。委托人总是希望评价标准尽可能客观一些，因为评价标准越客观，对代理人的努力水平的推断越准确，激励机制越强。比如说，如果代理人是一个搬运工，单位时间内有一个最大的平均搬运量，这个平均搬运量就是

一个标准。如果委托人知道这个标准，他就可以将代理人的实际搬运量与这个标准搬运量比较，决定对代理人的奖惩。建立业绩标准的一个办法是由工程师进行“时间—动作研究”。另一个办法是使用其他人的业绩，即“相对业绩比较”。但在许多情况下，上述两种方法是不适用的，因为，如果代理人面临一些独特的外部环境，“时间—动作”式研究是不可能的（比如说，如果代理人是销售员，每个市场的情况不同，很难得出一个标准的销售量），其他人的业绩也很难是一个“标准”。特别地，如果代理人是一个企业的总经理，而不是一个装配线上的工人的话，上述两种方法更难适用。在这种情况下，最有效的方法可能是将同一代理人过去的业绩作为标准，因为过去的业绩包含着有用的信息量。问题是，过去的业绩与代理人的主观努力有关。代理人越努力，好业绩出现的可能性越大，“标准”也就越高。当代理人预测到他的努力将提高“标准”时，他努力的积极性也就下降。这种标准随业绩上升的趋向被称为“棘轮效应”。“棘轮效应”一词最初来自对苏联式计划经济制度的研究（魏茨曼，1980）。在计划体制下，企业的年度生产指标根据上年的实际生产不断调整，好的表现反而由此受到惩罚（因此，聪明的经理用隐瞒生产能力来对付计划当局）。在中国，类似的现象被称为“鞭打快牛”。当然，这种现象在西方市场经济中同样存在。比如说，西方国家政府对垄断企业的价格管制就存在类似的问题（企业生产成本越低，价格越低）；企业内部对员工的奖惩也存在同样的问题。

现在让我们来看在一个两阶段动态模型中“棘轮效应”是如何弱化激励机制的。假定生产函数与上一部分相同：

$$\pi_t = a_t + \theta + u_t, \quad t = 1, 2$$

但现在，我们将 θ 解释为企业的"内在生产能力"(intrinsic productivity)，而不是经理的经营能力。假定 θ 服从正态分布，均值为 $E(\theta)=\bar{\theta}>0$，方差为 σ_θ^2。其他变量的涵义和特征与以前一样。委托人在每期结束时观测到产出 π_t，但不能观测到 θ 和 u_t。因此，委托人根据观测到的 π_t 调整对 θ 的判断。在理性预期假设下，

$$E(\theta|\pi_1) = (1-\tau)\bar{\theta} + \tau(\pi_1 - \bar{a}_1)$$

假定经理是风险中性的，效用函数为：

$$U = w_1 - c(a_1) + w_2 - c(a_2)$$

与上一部分不同的是，我们现在假定显性合同是可行的，但委托人无法承诺长期合同(即第二期的合同只能在观测到 π_1 后制定)。那么，最优激励机制要求经理承担全部风险，委托人只在每一期收取一个固定的"上缴额" α_t，即：

$$w_t = \pi_t - \alpha_t$$

因为企业属于委托人所有，α_t 将被规定等于企业的期望内在生产能力①：

$$\alpha_1 = E(\theta) = \bar{\theta};$$

$$\alpha_2 = E(\theta|\pi_1) = (1-\tau)\bar{\theta} + \tau(\pi_1 - \bar{a}_1)$$

将 α_1 和 α_2 代入，得经理的效用函数为：

$$\begin{aligned} U &= \pi_1 - \alpha_1 - c(a_1) + \pi_2 - \alpha_2 - c(a_2) \\ &= ((1-\tau)a_1 + (1-\tau)\theta + (1-\tau)u_1 - c(a_1)) \\ &\quad + (a_2 + \theta + u_2 - c(a_2)) - (2-\tau)\bar{\theta} + \tau\bar{a}_1 \end{aligned}$$

① 代理人的参与约束不会影响我们下面的结论，因为不同的保留工资只影响一个固定的转移支付 α_0。

最优化的一阶条件意味着：

$$c'(a_1) = 1-\tau < 1;$$
$$c'(a_2) = 1 \qquad (3)$$

（注意，第二期的努力水平 a_2 是在第一期之后第二期的合同给定后选择的。）

上述条件表明，经理在时期 2 的努力水平是帕累托一级最优的，但时期 1 的努力水平低于帕累托一级最优。给定经理是唯一的剩余索取者，在时期 2，经理选择 a_2 使得边际产出（$E\pi_1'(a_1)=1$）等于边际成本（$c'(a_1)=1$）。但在时期 1，情况不同。经理不仅要考虑增加努力的直接收益（时期 1 产出的增加），而且要考虑努力的间接效应：增加一单位的 a_1 将使委托人对企业内在生产能力 θ 的期望值提高 τ 单位（因为 $E(\theta|\pi_1) = (1-\tau)\bar{\theta}+\tau(a_1+\theta+u_1-\bar{a}_1)$），从而使"上缴额"$a_2$ 提高 τ 单位。因此，a_1 的净边际收益为 $1-\tau(<1)$。这就是"棘轮效应"。棘轮效应与上一部分讨论的声誉效应正好相反。在声誉模型中，经营能力 θ 的不确定性越大，τ 越大，激励效应越大。对比之下，在棘轮效应模型中，企业内在生产率 θ 的不确定性越大，τ 越大，激励损失越大。

棘轮效应之所以出现，是因为委托人（或代理人）不能承诺长期合同。容易证明，委托人在时期 1 开始时的期望收入为 $a_1+a_2=\bar{\theta}+\bar{\theta}=2\bar{\theta}$。如果在博弈开始前规定 $a_1=a_2=\bar{\theta}$（委托人的期望收入不受影响），并且有办法保证合同将得到遵守，经理的最优化意味着 $c'(a_1)=c'(a_2)=1$，即两个时期都有正确的激励。假定 $c(a_t)=a_t^2/2$，那么，$a_1^*=a_2^*=1$，经理的期望效用为：

$$EU = a_1^* - c(a_1^*) + a_2^* - c(a_2^*)$$

$$= 1 - 1/2 + 1 - 1/2 = 1$$

对比之下，当委托人不能承诺长期合同时，$a_1^* = 1 - \tau, a_2^* = 1$，经理的期望效用为：

$$EU = (1 - \tau) - (1 - \tau)^2/2 + 1 - 1/2 = 1 - \tau^2/2 < 1$$

净福利损失为 $\tau^2/2$（记住，委托人的收入没有变化）。

问题是，为什么委托人和代理人无法承诺长期合同？原因是长期合同不满足动态一致性要求（或代理人参与约束条件）。根据长期合同，委托人在时期2的固定收入为 $\alpha_2 = \bar{\theta}$。但到时期2时，给定 π_1，企业内在生产率的预期为 $E(\theta|\pi_1) = (1-\tau)\bar{\theta} + \tau(\pi_1 - \bar{a}_1)$。因此，如果 $(1-\tau)\bar{\theta} + \tau(\pi_1 - \bar{a}_1) > \bar{\theta}$，即 $(\pi_1 - \bar{a}_1) > \bar{\theta}$，通过重签合同，委托人可以增加自己的收入（代理人的参与约束满足），委托人有积极性这样做。相反，如果 $(\pi_1 - \bar{a}_1) < \bar{\theta}$，代理人会要求重签合同以减少上缴额 α_2（或者说，为了满足代理人的参与约束，委托人必须修改合同以降低上缴额 α_2）。因此，没有任何一方会相信对方会信守合同。在任何情况下，a_1 每增加一单位，期望上缴额 α_2 就增加 τ 单位（即 $(\pi_1 - \bar{a}_1) > \bar{\theta}$ 时，多上缴 τ 单位；$(\pi_1 - \bar{a}_1) < \bar{\theta}$ 时，少下降 τ 单位），代理人不可能有完全的积极性。[①]当然，在现实中，为了获得长期合同的好处，当事人会尽可能地建立"说话算数"声

① 如果代理人的参与约束不起作用，只有委托人有权修改合同（但由于收入刚性，代理人的收入不能低于原合同水平），那么，只有当 $\pi_1 - \bar{a}_1 > \bar{\theta}$ 时，合同才被修改。此时，增加努力会提高合同被修改的概率。另一方面，如果只有代理人有权提出修改合同，并且只有当 $\pi_1 - \bar{a}_1 < \bar{\theta}$ 时才有理由提出，那么，增加努力会降低合同被修改的概率。在两种情况下，代理人都不可能有完全的激励。只有当没有任何一方有权修改合同时，代理人才会有完全的激励。

声誉，以弱化棘轮效应。

引入“相对业绩比较”将如何影响棘轮效应？迈耶和维克斯（1994）证明，引入相对业绩比较后，经理最优努力的一阶条件变为：

$$c'(a_{1i}) = 1 - \tau\left(\frac{1-\eta\kappa}{1-\kappa^2}\right) = 1 - \varphi < 1 \qquad (4)$$

（符号的含义与(2)相同。）将上述条件与(3)比较说明，与声誉模型中的情况相反，在棘轮效应模型中，当且只当 $\kappa(\rho-\eta)<0$ 时，引入相对业绩比较才会强化激励机制。假定 $\rho>0, \eta>0$，那么条件简化为 $\rho<\eta$。直观地讲，如果 $\rho<\eta$（即企业内在生产率之间的相关度大于外生随机变量之间的相关度），引入相对业绩比较将降低第一阶段的业绩在推断内在生产率上的权数，从而弱化棘轮效应。如果 $\rho>\eta$，相反的情况将出现。

现在我们来总结一下本节讨论的两类动态模型。在声誉效应模型中，根据代理人过去的业绩推断经理的经营能力将强化激励机制；在棘轮效应模型中，根据代理人过去业绩推断企业的内在生产率将弱化激励机制。引入相对业绩比较在两类模型中对激励机制的影响也正好相反。两类模型中动态激励机制的不同可以归因于过去的业绩所传递的信息的“所有权”不同。在声誉效应模型中，过去的业绩传递的是有关经理经营能力的信息，经营能力的所有权属于经理。经营业绩越好，市场所认为的经营能力越高，经理的报酬也越高，因此，经理努力工作的积极性也就越大。引入相对业绩比较弱化经理自己的业绩在评价经理经营能力上的作用（如果 $\rho<\eta$），因而弱化激励机制。相反，在棘轮效应模型中，过去的业绩传递的是有关企业内在生产能力的信息，企业内在生产能力的所有

权属于委托人。经营业绩越好，委托人认为的企业的内在生产能力越高，经理给委托人上缴的份额越高，因此，经理努力工作的积极性越低。引入相对业绩比较弱化经理自己的业绩在评价企业内在生产能力上的作用（如果 $\rho<\eta$），因而强化激励机制（弱化棘轮效应）。[①]两类模型中绝对努力水平的差异来自我们有关直接激励的效应的假设。在声誉模型中，我们假定显性激励合同不可行（当期的工资与当期的产出无关，经理不承担风险）；在棘轮效应模型中，我们假定显性激励合同是可行的（当期的工资决定于当期的产出，经理承担完全的风险）。

在现实中，过去的业绩可能同时传递两种信息，经理既拿取固定工资（与业绩无关，但与预期的能力有关），也分享剩余（与业绩相关，但必须在完全一定的目标之后）。上述结论可以一般化如下。令 b 为经理对自己的经营能力的所有权份额（或讨价能力），β_t 为经理在 t 期的产出中占有的剩余份额。那么，经理在时期 1 努力的边际收益（或称有效激励，effective incentive）为 $(\beta_1+(b-\beta_2)\varphi)$，其中 β_1 为直接激励，$(b-\beta_2)\varphi$ 为隐性激励（第一阶段努力对第二阶段的收益的影响），$b\varphi$ 度量声誉效应（强化激励），$\beta_2\varphi$ 度量棘轮效应（弱化激励）。如果 $b=1$，$\beta_t=0$，只有声誉效应，没有棘轮效应，努力的边际收益为 φ（如前面的声誉模型）。如果 $b=0$，$\beta_t=1$，只有棘轮效应，没有声誉效应，努力的边际收益为 $1-\varphi$（如前面的棘轮效应模型）。引入相对业绩比较改变权数 φ，从而既影响声誉效应也

---

① 尽管理论上讲，相对业绩比较在两个模型中的效应相反，但在现实中，相对业绩比较在两种情况下的效应都可能是正的。这是因为，在第一种情况下，$\rho>\eta$ 的假设更为现实；而在第二种情况下，$\eta>\rho$ 的假设可能更为现实。

影响棘轮效应。因为相对业绩比较对两种效应的作用正好相反，总的激励作用不仅取决于它对 φ 的影响，而且取决于两种效应的相对大小。

当然，上述模型有很大局限性，因为它没有考虑显性激励机制的设计问题。并且，因为我们假定代理人是风险中性的，我们忽略了相对业绩比较的保险功能。但上述模型的基本结论在一般模型中也是成立的。有兴趣的读者请参阅迈耶和维克斯(1994)。

6.2 委托人的道德风险与锦标制度

相对业绩比较的一种特殊形式是所谓的"锦标制度"(rank-order tournaments)。在锦标制度下，每个代理人的所得只依赖于他在所有代理人中的排名，而与他的绝对表现无关。n 个代理人有 n 个奖品，$w_1 \geq w_2 \geq \cdots \geq w_n$，业绩最好的代理人得到 w_1，第二名得到 w_2，如此等等。根据充足统计量结论，如果代理人的业绩不相关(不受共同的不确定约束的影响)，锦标制度肯定劣于每个人的所得只依赖于自己的业绩的合约，这是因为，代理人之间互相竞争除了使每个人面临更大的不确定性外，并不能增加有关每个人努力水平的信息量。但是，莱瑟尔和罗森(Lazear and Rosen，1981) 证明，如果代理人的业绩是相关的，锦标制度是有价值的，因为它可以剔除更多的不确定因素从而使委托人对代理人努力水平的判断更为准确，既降低风险成本，又强化激励机制。然而，正如霍姆斯特姆(Holmstrom，1982b)指出的，除非代理人面临的不确定因

素是完全相关的，或者代理人的业绩只能用序数度量，否则，锦标制度并没有使观测变量包含的信息量得到充分利用，因为单纯的业绩排序并不是充足统计量。如果将相对排序和绝对业绩变量结合起来使用，委托人可以进一步改进效率。霍姆斯特姆进一步证明，如果生产技术具有如下形式：

(I) $x_i(a_i, \theta_i) = a_i + \eta + \varepsilon_i$

或

(II) $x_i(a_i, \theta_i) = a_i(\eta + \varepsilon_i), i = 1, 2, \cdots, n$

其中 $\theta_i = (\eta, \varepsilon_i)$，$\eta$ 是共同不确定因素，ε_i 是特殊风险，η，$\varepsilon_1, \cdots \varepsilon_n$ 是独立正态分布的，那么，最优激励合同 $\{s_i(x)\}$ 只依赖于 x_i 和加权平均值 $\bar{x}$。

尽管代理人的道德风险问题是委托—代理理论的主题，但在有些情况下，委托人方面也存在着道德风险问题。建立在代理人业绩上的激励合同要求有关代理人业绩的信息（或其他可观测的信息）是对称的，因为只有在这种情况下，委托人和代理人双方才都知道前者应该支付给后者多少，合同才具有法律上的可执行性。然而，在许多雇佣关系中，有关代理人业绩的信息是非对称的：度量有很大的主观随意性，代理人可能无法证实委托人观测到的东西，或者，即便当事人之间的信息是对称的，但这种信息无法在法庭上证实（当事人与法庭之间信息不对称）。在这种情况下，就出现了委托人的道德风险问题：根据合同，当观测到的产出高时，委托人应该支付给代理人高的报酬，但委托人可能谎称产出不高而逃避履约责任，从而把本该支付给代理人的收入占为己有。在有些情况下，委托人可能顾忌名声而不这样做，但情况并不总是如此。特别是，如果根据合同，委托人必须支付的数额很大的话，委托人

可能有很大的诱惑不履行承诺。如果代理人预期到委托人可能要赖，也就不会有积极性努力工作。

马尔科森(Malcomson，1984)证明，类似锦标制度的激励合同可能是解决委托人道德风险问题的一个有效办法。设想一个企业主雇佣多个工人，合同规定一定比例的工人将被支付较高的工资，工人和法庭都可以证实业主是否履行了合同。那么，既然业主必须对给定比例的工人支付较高的报酬，他完全有积极性将较高的工资支付给表现较好的工人，因为这样可以激励工人努力工作但不增加成本。提升制度(给定比例的工人将被提升到较高的职位)与这种合同类似。我们现在来看看马尔科森的模型。

考虑一个由不同年龄代工人组成的企业，除年龄外所有工人是相同的。假定每个工人工作两个时期(因而在任何给定的时点有两代工人工作)。我们用 $t=1,2$ 表示工龄。每个工人的效用函数为 $U(a_1,w_1,a_2,w_2)$，其中 a_t 表示努力水平，w_t 表示工资，$U_a<0$，$U_w>0$，$U_{aa}<0$，$U_{ww}\leqslant 0$(下标代表一阶导数和二阶导数)；保留效用为 $\overline{U}$。假定劳动力市场是完全竞争性的，企业可以在 $EU=\overline{U}$ 的期望效用水平上雇佣到任何数量的工人。假定生产函数具有规模报酬不变的特征，产出与努力水平成比例。特别地，假定每个工人在时期 t 的产出函数为

$$\pi_t = a_t + \varepsilon_t, \quad t = 1,2$$

其中 ε_t 是均值为零的随机变量。我们将 ε_t 解释为企业对工人产出的测量误差，因此，a_t 解释为实际产出，π_t 解释为观测到的产出。令 ε_t 的分布函数和密度函数分别为 $F(\varepsilon_t)$ 和 $f(\varepsilon_t)$；因此，给定努力(从而实际产出)为 a_t 时观测到产出为 π_t 的分布函数和密度函数分别为 $F(\pi_t-a_t)$ 和 $f(\pi_t-a_t)$。假定工人必

须付出的最小努力为 $\underline{a}>0$(比如说,工人必须按时上下班)。

假定工人不能证实 π_t,因此根据 π_t 支付工资 w_t 的激励合同不可行,唯一可行的是事前规定的标准工资,只要 $a_t \geqslant \underline{a}$,工人就能得到标准工资。因为 $U_a<0$,固定工资不可能激励工人选择任何大于 $\underline{a}$ 的努力水平。然而,以相对业绩为基础的工资制度不仅是可行的,而且可以激励工人努力工作。为了说明这一点,考虑如下合同:只要工人的努力不小于 $\underline{a}$,工人就可以得到工资 w_L 或 w_H,$w_L<w_H$;得到高工资的工人的比例为 P。那么,只要实际得到高工资的工人的比例 P 是可以证实的,这样的合同就是可执行的。进一步,因为 π_t 和 a_t 是正相关的,只要得到高工资的工人是被观察到高产出的那部分工人,这样的合同就可以激励工人努力工作。因为企业的总工资支付是给定的(人均期望工资等于 $Pw_H+(1-P)w_L$),企业当然有积极性将高工资支付给业绩好的工人。

如果企业规模足够大,上述合同等价于企业事前宣布一个观测值 π^*,所有 $\pi_t \geqslant \pi^*$ 的工人都得到 w_H,所有其他工人得到 w_L。P 和 π^* 满足下列关系:

$$P = 1 - F(\pi^* - a_t) \tag{5}$$

注意,为了使合同确实产生激励效应,P 必须大于 0 但小于 1:$0<P<1$,因为如果没有人得到高工资($P=0$)或所有人都得到高工资($P=1$),没有人有积极性努力工作。

现在考虑与上述合同类似的提拔制度(promotion)。假定企业不是提供 1- 阶段合同,而是如下 2- 阶段合同:第一阶段所有工人得到相同的工资 w_1;第二阶段,P 比例的工人被提升,被提升的工人得到工资 w_H,没有被提升的工人得到工资 w_L。就第一阶段而言,这样的 2- 阶段合同的激励机制与 1-

阶段合同类似。但在现实中，我们有很好的理由认为 2- 阶段合同更可行。比如说，1- 阶段要求工资支付在期末进行，因为业绩评估并不是没有成本的，这样的评估只能有限次地进行。但工人必须在期间消费，一般来说，企业进入资本市场的成本更低，由企业预付工资可能更为有效。但预付工资显然不能依赖于本期的业绩。在 2- 阶段合同下，本期的业绩只影响下期的工资，企业无须等到期末再支付工资。

当然，因为工人在第二阶段后就退休，没有继续提升的可能，这样的 2- 阶段合同不能提供第二阶段的激励，工人将选择 $a_2=\underline{a}$。弥补的办法之一是根据第二阶段的表现发放不同的退休金（一定比例的工人得到高的退休金，其他工人得到低的退休金）。但就我们的目的而言，这一点是不重要的。我们的目的是要证明，即使所有的工人在第一阶段都拿相同的工资，提升制度也能对第一阶段产生激励效应。如果我们假定工人工作 T 期，而不是 2 期，如果每个阶段都有 P 比例的工人被提升，那么，除最后阶段外，所有 $T-1$ 期工人都有努力工作的激励。

让我们考虑如上定义的 2- 阶段合同如何影响工人在第一阶段的工作努力 a_1。参与约束意味着，只有当期望效用大于保留效用 $\overline{U}$ 时，工人才将接受合同。如果工人接受了合同，他在时期 1 为工资 w_1 工作。如果企业观测到他的产出努力 π_1 大于 π^*（由公式(1)定义），他将被提升，时期 2 得到工资 w_H；否则，不被提升，时期 2 的工资为 w_L。给定企业由大量工人组成，每个工人的工作努力对平均产出影响可以忽略（平均产出通过提升比例 P 决定 π^*），因此，他在选择 a_1 时假定 π^* 给定（类似完全竞争的厂商在选择产量时不考虑自己的产量

对价格的影响)。

工人在时期 2 可能不想继续为原来的企业工作,如果他在原企业能得到的工资小于其他企业给的工资的话(我们称其他企业给的工资为"保留工资")。如果合同是强制的,企业可以逼使工人继续工作。但更为现实地,我们假定企业不能强制工人继续工作或强制合同的成本过高使得企业不愿这样做。令 $\overline{w}$ 为保留工资,定义 $w_2^* = \max\{w_L, \overline{w}\}$。那么,工人在决定时期 1 的努力水平 a_1 时将假定如果他不能被提升的话,他在时期 2 将得到工资 w_2^*。当然,我们假定 $w_H > w_2^*$,否则提升是没有意义的。因为如我们已经指出的,时期 1 后不再有提升,$a_2 = \underline{a}$。因此,工人的期望效用为:

$$V(a_1, w_1, w_2^*, w_H, \pi^*) = F(\pi^* - a_1)U(a_1, w_1, \underline{a}, w_2^*) + (1 - F(\pi^* - a_1))U(a_1, w_1, \underline{a}, w_H)$$

其中 $F(.)$ 为不提升的概率,$1-F(.)$ 为提升的概率。工人选择 a_1 最大化上述期望效用函数,满足约束 $a_1 \geq \underline{a}$。如果内点解存在,最优化的一阶条件为:

$$f(\pi^* - a_1)(U(a_1, w_1, \underline{a}, w_H) - U(a_1, w_1, \underline{a}, w_2^*)) + F(\pi^* - a_1)U_{a1}(a_1, w_1, \underline{a}, w_2^*) + (1 - F(\pi^* - a_1))U_{a1}(a_1, w_1, \underline{a}, w_H) = 0 \qquad (6)$$

假定上述解是唯一的,令解为 $a_1^* = g(w_1, w_2^*, w_H, \pi^*)$,那么

$$a_1 = \max\{a_1^*, \underline{a}\}$$

注意,因为 $U_a < 0, U_w > 0$,只有当 $w_H > w_2^*$ 和 $f(\pi^* - a_1) > 0$ 从而提升概率 $1-F$ 严格为正时,内点解才存在。

我们关心的是变量 w_1、w_2^*、w_H 和 π^* 如何影响最优选择 a_1。合同并不直接决定 π^*,而只规定提升比例 P,P 通过等式

(5)决定 π^*。单个工人在选择 a_1 时假定 π^* 给定。P 通过等式(5)(从而 π^*)影响工人的工作努力;其他变量 w_1、w_2^* 和 w_H 也类似。因此,我们将努力函数重写如下:

$$a_1 = h(w_1, w_2^*, w_H, P)$$

对等式(5)进行全微分得:

$$dP = f(\pi^* - a_1)(d\pi^* - da_1) \qquad (7)$$

对一阶条件(6)进行全微分并将等式(7)代入,得:

$$\left(V_{11} + V_{15}\frac{da_1}{da_1^*}\right)da_1^* + V_{12}dw_1 + V_{13}dw_2^* + V_{14}dw_H$$

$$- \frac{V_{15}}{f(\pi^* - a_1)}dP = 0 \qquad (8)$$

这里,为了书写的方便,在表述导数时我们用数字代替字母,这样,比如说,$V_{15} = V_{a_1\pi^*} = \frac{\partial^2 V}{\partial a_1 \partial \pi^*}$;$a_1$(不是 a_1^*)进入密度函数,因为它是决定 π^* 的实际努力水平。

为了简化起见,假定效用函数在时间上是相加可分离的,即

$$U(a_1, w_1, \underline{a}, w_H) = U^1(a_1, w_1) + U^2(\underline{a}, w_H)$$

那么,根据隐函数定理,$\frac{\partial a_1^*}{\partial x} = -\frac{\partial V}{\partial x}\Big/\frac{\partial V}{\partial a_1}$,我们有下列比较静态结果:

$$\frac{\partial a_1^*}{\partial w_1} = h_1(.) = -\frac{U_{12}}{U_{11}}\begin{cases} \geqslant 0, & U_{12} \geqslant 0 \\ < 0, & U_{12} < 0 \end{cases}$$

$$\frac{\partial a_1^*}{\partial w_2^*} = h_2(.) = f(\pi^* - a_1)\frac{U_4}{U_{11}} < 0$$

$$\frac{\partial a_1^*}{\partial w_H} = h_3(.) = -f(\pi^* - a_1)\frac{U_4}{U_{11}} > 0$$

$$\frac{\partial a_1^*}{\partial P}=h_4(.)$$

$$=\frac{f'(\pi^*-a_1)\big(U(a_1,w_1,\underline{a},w_H)-U(a_1,w_1,\underline{a},w_2^*)\big)}{f(\pi^*-a_1)U_{11}}$$

$$\begin{cases}\geqslant 0, f'(\pi^*-a_1)\leqslant 0\\ <0, f'(\pi^*-a_1)>0\end{cases}$$

（假定 $w_H>w_2^*$；如果 $w_H=w_2^*$，$h_4=0$。）这里，第二个等式里 U_4 在 w_2^* 取值，第三个等式里 U_4 在 w_H 取值。

上述比较静态结果表明，如果效用函数对收入和努力是相加可分离的，$U_{12}=0$，$h_1=0$，最优努力水平 a_1^* 与时期 1 的工资 w_1 无关。这是自然的，因为 a_1^* 不影响 w_1。$h_2<0$ 意味着，保留工资 $\overline{w}$ 或时期 2 低工资 w_L 的上升将导致最优努力水平 a_1^* 的下降。这里的原因是，w_2^* 越高，被提升的好处越小，工人越不害怕不被提升。$h_3>0$ 意味着，被提升后的工资水平 w_H 越高，工人工作越努力，因为被提升的好处越大。第四个结果表明，工人对提升比例 P 的反应不是单调的。如果给定的提升比例使得 $f'(\pi^*-a_1)<0$，a_1^* 随 P 的上升而上升，意味着提升的可能性越大，工人工作越努力；但是，当提升比例超过某个临界点之后，a_1^* 随 P 的上升而下降。比如说，如果 ϵ_t 是正态分布的（均值为 0），当 $P<1/2$ 时，$f'(a^*-a_1)<0$，a_1^* 随 P 的上升而上升；当 $P>1/2$ 时，$f'(\pi^*-a_1)>0$，a_1^* 随 P 的上升而下降。因此 $P=1/2$ 就是一个临界点。这个结果也是预料之中的：奖励面过大并不利于调动员工的积极性。当然，如果 P 过小，满足最优化的一阶条件（6）的 a_1^* 会小于最低努力水平 $\underline{a}$，工人也不会有积极性努力工作。

给定工人的上述最优化行为，企业的问题是选择合同

$\{w_1, w_L, w_H, P\}$最大化期望利润，满足在该合同下工人的期望效用$V(a_1, w_1, w_2^*, w_H, \pi^*)$不低于保留效用$\overline{U}$。如果$w_L \geq \overline{w}$（因而$w_2^* = w_L$），没有被提升的工人在时期2仍将留在企业工作；如果$w_L < \overline{w}$（因而$w_2^* = \overline{w}$），没有被提升的工人将离开企业。因此，企业从每个工人得到的期望利润为：

$$\prod(w_1, w_L, w_H, P) = \begin{cases} h(w_1, w_L, w_H, P) - w_1 \\ \qquad + \beta(\underline{a} - Pw_H - (1-P)w_L), & w_L \geq \overline{w} \\ h(w_1, \overline{w}, w_H, P) - w_1 \\ \qquad + \beta P(\underline{a} - w_H), & w_L < \overline{w} \end{cases}$$

这里β是企业的贴现因子。企业的问题是选择$\{w_1, w_L, w_H, P\}$最大化上述期望利润，满足$V \geq \overline{U}$和$0 \leq P \leq 1$。

企业当然也可以选择1-阶段固定工资合同。在这种情况下，工人在两个阶段的努力水平均为$\underline{a}$；企业的期望利润为：

$$\prod(w_1, w_2) = \begin{cases} \underline{a} - w_1 + \beta(\underline{a} - w_2), & w_2 \geq \overline{w} \\ \underline{a} - w_1, & w_2 < \overline{w} \end{cases}$$

但上述1-阶段合同等价于2-阶段合同中$P=0$的情况。因此，2-阶段合同绝不会劣于1-阶段合同，我们只需考虑2-阶段合同。只要选择$0<P<1$时的期望利润大于$P=0$时的期望利润，最优的2-阶段合同就严格优于1-阶段固定工资合同。

我们在这里不详细讨论企业的最优化问题，有兴趣的读者请参阅马尔科森的原文。马尔科森证明，只要工人第二阶段收入的边际效用U_4相对于第一阶段努力的边际负效用的变

化率U_{11}足够大,2-阶段合同的期望利润就严格大于1-阶段固定工资合同(满足$0<P<1, w_H>w_2^*$)。直观地讲,从工人的最优化行为的比较静态结果看,对于任何给定的$0<P<1$,$-U_1/U_{11}$决定a_1如何随w_H的上升而上升;如果$-U_1/U_{11}$足够大,所增加的a_1(从而π_1)就弥补额外的工资成本$w_H-w_2^*$有余。

马尔科森用上述模型解释现实中观测到的企业雇佣制度的如下5个特征:

1. 等级工资结构:企业中高工资职工的人数少于低工资职工的人数;

2. 内部提拔制度:相当比例的高工资—高职位的职工从内部低工资—低职位的职工中提拔而来;新职工只在等级结构的特定位置(如最低层)进入企业;

3. 年工序列:工资更多地是随工龄和工作经验(而不是生产率)而上升;

4. 工资差距随工龄和工作经验而上升;

5. 职位工资制:工资水平主要取决于干什么工作而不是谁干。

当然,在马尔科森(1984)之前,文献中并不缺乏对上述5个特征的解释,但大部分模型只能解释其中的一个或两个特征。① 马尔科森的贡献主要在于用一个统一的模型同时对5个特征给出解释。

---

① 参见马尔科森引证的文献。

6.3 多项任务委托—代理模型与资产所有权

简单的委托—代理模型假定代理人只从事单一的工作、代理人的努力选择是一维的。在这一假设下，模型证明，如果委托人不能观测代理人的选择，代理人的报酬必须依赖于观测到的业绩（或与业绩相关的其他变量），因为只有这样，代理人才有积极性努力工作。但在现实中，在许多情况下，代理人从事的工作不止一项，或者，即使一项工作也涉及多个维度；进一步地，同一代理人在不同工作之间的分配精力上是有冲突的。比如说，生产线上工人的业绩不仅取决于其生产的数量，而且取决于所生产产品的质量，因此工人必须在增加数量与保持质量之间分配精力；企业经理不仅要注重当期的利润，而且要考虑企业资产的增值和企业未来的盈利能力，当期利润与长期利润之间可能存在着矛盾（如拼设备可以增加当期利润但却损害企业未来的生产能力）；企业销售人员不仅要拉客户增加销售量，而且要负责售后服务，向客户提供如何使用产品的咨询服务，收集有关竞争对手的信息；一个教师不仅要教给学生基础知识，而且要注重培养学生的创造能力和想象力；如此等等。当同一代理人从事不同的工作时，委托人对不同工作的监督能力是不同的，有些工作可能比另一些工作更难监督。比如说，监督工人生产的产品数量显然比监督产品质量容易得多；观测企业的当期利润比观测企业的资产价值和未来盈利能力更容易；如果代理人是销售人员，最易于监督的是代理人花在直接销售活动上的努力，因为这种努力直接增

加可观测的销售量，其他的活动虽然也会导致销售的增加，但有一定的时间滞后；如果代理人是教师，委托人可以通过学生的考试成绩判断学生学到的知识（尽管不完全准确），但要测量学生的创造力和想象力从而知道教师在这方面花费了多少精力是很困难的。当不同工作的监督的难易程度不同时，对易于监督的工作的过度激励会诱使代理人将过多的努力花在这些方面而忽视其他方面，从而导致资源配置的扭曲。比如说，计件工资有利于调动工人增加产品数量的积极性，但不利于维持和改进产品质量（除非质量很容易监督）；将经理的报酬过多地依赖于利润可能会诱使经理只注重短期利润而不注重长期投资和资产的增值；只根据销售额奖惩销售人员会使销售人员忽视其他有价值的活动；将教师的报酬与学生的考试成绩或升学率挂钩可能导致教师不注意花精力培养学生的创造力和想象力。霍姆斯特姆和米尔格罗姆（Holmstrom and Milgrom，1991）证明，当代理人从事多项工作时，从简单的委托—代理模型得出的结论可能是不适用的。特别地，在有些情况下，固定工资合同可能优于根据可观测的变量奖惩代理人的激励合同。他们的模型还解释了如下问题：(1)为什么资产的所有权是重要的；(2)为什么有时候雇佣制度优于独立合同制度（即市场交易），即使前者本身并没有专业化优势，并且资本市场是完全的；(3)为什么政府官员行动的自由度受到更多的限制；(4)为什么有时候让一个人专业化于一项工作可能更为有效，即使专业化本身并没有技术上的优势。

现在让我们来较详细地讨论霍姆斯特姆和米尔格罗姆的模型。为了简单起见，假定代理人只从事两项工作（或两种活动），努力水平的选择是一次性的（因而是一个静态模型）。我

们用 $a=(a_1,a_2)$ 表示代理人的努力向量，其中 a_1 是花在第一项工作上的努力，a_2 是花在第二项工作上的努力；$B(a_1,a_2)$ 表示努力的期望收益（直接所有权属于委托人），$C(a_1,a_2)$ 表示努力的成本（直接的承受者是代理人）。假定 $B(a_1,a_2)$ 是严格递增的凹函数(concave)，$C(a_1,a_2)$ 是严格递增的凸函数(convex)。代理人的努力选择决定如下可观测的信息向量：

$$x=\mu(a_1,a_2)+\varepsilon$$

假定 $\mu:R_1^2\to R^k$ 是凹函数，其中 R 表示实数，上标表示维度（$k\geqslant 0$ 表示可观测信息的数量，即两个努力变量决定了 k 个可观测信息）；ε 是服从正态分布的随机向量，均值为 0，协方差矩阵为 Σ（因此，x 服从均值向量为 $\mu(a_1,a_2)$、协方差矩阵为 Σ 的正态分布）。一种简单的情况是：

$$x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\end{pmatrix};$$

$$x_1=\mu_1(a_1)+\varepsilon_1;$$

$$x_2=\mu_2(a_2)+\varepsilon_2$$

即不同的努力变量产生不同的信息（但不同的信息可能是相关的，如果 ε_1 和 ε_2 是相关的话）：x_1 反映了 a_1，x_2 反映了 a_2（比如说，如果 a_1 代表代理人花在"数量"上的努力，a_2 代表代理人花在"质量"上的努力，那么，x_1 可以理解为观测到的"数量"，x_2 可以理解为观测到的质量）。

假定委托人是风险中性的，代理人是风险规避的。特别地，假定代理人具有不变绝对风险规避的效用函数，努力成本 $C(a_1,a_2)$ 为货币等价物。那么，如果代理人的工资函数为

$s(x)$，取线性形式 $s(x)=\alpha+\beta_1x_1+\beta_2x_2+\cdots\beta_kx_k=\alpha+\beta^Tx$，其中，$\beta^T=(\beta_1,\cdots,\beta_k)$（上标 T 表示转置），代理人的确定性等价收入为①：

$$CE=\alpha+\beta^T\mu(a_1,a_2)-\frac{1}{2}\rho\beta^T\Sigma\beta-C(a_1,a_2)$$

这里，$\alpha+\beta^T\mu(a)$ 为期望工资，ρ 为绝对风险规避度量，$\beta^T\Sigma\beta$ 为收入方差，$\rho\beta^T\Sigma\beta/2$ 为风险成本。

委托人的期望利润为：

$$B(a_1,a_2)-E\{s(x)\}=B(a_1,a_2)-\alpha-\beta^T\mu(a_1,a_2)$$

如我们在5.5节所看到的，固定工资部分 α 只影响总收入在委托人和代理人之间的分配，不影响 β^T 和 (a_1,a_2)；给定 β^T 和 (a_1,a_2)，α 由代理人的保留效用 $\bar{u}$ 决定。因此，委托人的问题是选择 $\beta^T=(\beta_1,\cdots,\beta_k)$ 最大化总的确定性等价收入：

$$TCE=B(a_1,a_2)-\frac{1}{2}\rho\beta^T\Sigma\beta-C(a_1,a_2) \qquad (9)$$

满足代理人的激励相容约束条件：

$$(a_1,a_2)\in \operatorname{argmax}\ \beta^T\mu(a_1,a_2)-C(a_1,a_2) \qquad (10)$$

为了简单起见，让我们假定 $\mu(a_1,a_2)=(a_1,a_2)^T$，即观测变量为 $x_i=a_i+\varepsilon_i, i=1,2$。如果所有的 a_i 严格为正（$a>>0$），激励约束(10)简化为：

$$\beta_i=\frac{\partial C(a)}{\partial a_i}=C_i(a), i=1,2 \qquad (11)$$

上式隐含地决定了努力函数 $a_i=a_i(\beta^T)$。对(11)求导，得：

① 参见5.5节。

$$\frac{\partial\beta}{\partial a}=[C_{ij}]\text{ 和 }\frac{\partial a}{\partial\beta}=[C_{ij}]^{-1}\text{（根据逆函数定理）}\quad(12)$$

这里，

$$\frac{\partial\beta}{\partial a}=\begin{bmatrix}\frac{\partial\beta_1}{\partial a_1} & \frac{\partial\beta_1}{\partial a_2}\\ \frac{\partial\beta_2}{\partial a_1} & \frac{\partial\beta_2}{\partial a_2}\end{bmatrix};[C_{ij}]=\begin{bmatrix}C_{11} & C_{12}\\ C_{21} & C_{22}\end{bmatrix}$$

式(12)的第二个等式告诉我们"价格"β' 的变化如何影响努力水平 a 的"供给"。比如说，如果成本函数为 $C(a_1,a_2)=\frac{1}{2}a_1^2+\frac{1}{2}a_2^2$，那么，$C_i=a_i$，$C_{ii}=1$，$C_{ij}=C_{ji}=0$，$\partial a_i/\partial\beta_i=1$，$\partial a_i/\partial\beta_j=0$，$i\neq j$。即：

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial\beta_1}{\partial a_1} & \frac{\partial\beta_1}{\partial a_2}\\ \frac{\partial\beta_2}{\partial a_1} & \frac{\partial\beta_2}{\partial a_2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$$

就是说，如果两种努力的边际成本是独立的，那么，对第 j 种工作的奖励不影响代理人在第 i 种工作上的努力。

使用(11)和(12)，我们得到委托人最大化(9)的一阶条件为：

$$\beta=(I+\rho[C_{ij}]\Sigma)^{-1}B'\quad(13)$$

这里 I 是恒等矩阵(对角线上的元素为1，非对角线上的元素为0)，$B'=(B_1,B_2)^T$，是一阶偏导数向量(即 $B_i=\frac{\partial B}{\partial a_i}$是第 i 种工作上努力的边际收益)。在我们的假设下，(13)也是最优化的充足条件。注意，如果 a 和 x 都是一维变量，条件(13)变为

$$\beta=\frac{B'}{1+\rho C''\sigma^2}$$

这是我们在5.5节看到的最优化条件(如果 $B=a,C=ba^2/2$，那么 $B'=1,C''=b$)。

作为一个特例，如果随机向量 ϵ 是独立分布的(即 Σ 是对角矩阵)，两种努力的成本函数是独立的(即 $C_{ij}=0,i\neq j$)，那么，条件(13)简化为：

$$\beta_i=\frac{B_i}{1+\rho C_{ii}\sigma_i^2},i=1,2$$

在这种情况下，最优 β 是相互独立的，因为代理人在给定工作上的最优努力独立于在其他工作上的努力。如5.5节一样，β_i 是绝对风险规避度 ρ、边际成本的变化率 C_{ii} 和方差 σ_i^2 的递减函数。

一般来说，成本函数 $C(a_1,a_2)$ 的交叉偏导 C_{ij} 进入最优化条件(13)(但收益函数 $B(a_1,a_2)$ 的交叉偏导不进入(13))，代理人努力成本的相互依存性(即 $C_{ij}\neq 0$)在决定最优工资合同 $s(x)$ 上有着重要作用。为了说明这一点，假定代理人是教师，a_1 为教师花在基本知识教育上的活动，a_2 为教师花在培养学生创造力和想象力上的活动。假定后一种活动是不可测度的。因此，唯一的信息是：

$$x=x_1=a_1+\varepsilon$$

(即 $\sigma_2^2=\infty,\sigma_{12}=0$。) 那么，如果 $a>>0$，下列条件必须满足：

$$\beta_1=\frac{B_1-B_2C_{12}/C_{22}}{1+\rho\sigma_1^2(C_{11}-C_{12}^2/C_{22})} \tag{14}$$

如果 $C_{12}<0$，$|C_{12}|$ 越大，β_1 越大。就是说，如果花在基本知识教育上的活动与花在创造力教育上的活动在成本上是互补的，基本知识教育活动的激励应该得到加强。相反，如果 $C_{12}>0$，即两种活动在成本上是替代的，对基本知识教育活动的激

励应该弱化，因为较高的 β_1 将诱使教师把过多的精力花在基本知识教育上而忽视对学生创造力和想象力的培养。

一般来说，$C_{12}>0$。委托人有两种办法诱使代理人增加在任何给定活动上的努力。或者直接奖励该种活动，或者减少该活动的机会成本（即弱化对其他活动的激励）。在上例中，因为 a_2 不可度量，因此，激励教师在培养学生创造力方面花精力的唯一办法是减少 β_1（即弱化对基本知识教育的激励）。

注意，(14)意味着，如果 $B_1<B_2C_{12}/C_{22}$，$\beta_1<0$ 是最优的，即使 $B_1>0$。当然，这个结论成立的前提是 $a>>0$，即在两种活动上都有正的努力。但(14)意味着，如果委托人不能使代理人在第二种工作上花费最小的努力 $a_2>0$，即使代理人在第一种工作上的努力是可以直接观测的（$\sigma_1^2=0$），$\beta_1=0$ 也可能是最优的。比如说，如果 $B_1(a_1,0)=B_2(0,a_2)=0$（即只有当 a_1 和 a_2 均严格大于0时，B 才严格大于0），$\sigma_2^2=\infty$ 意味着 $\beta_2=0$，因而 $a_2=0$（假定 $C_2(0)=0$），那么，激励代理人在第一种工作上努力是没有任何意义的，因此 $\beta_1=0$ 是最优的，尽管 $\beta_1>0$ 可以诱使代理人选择 $a_1>0$。当 $\beta_1=\beta_2=0$ 时，$a_1=a_2=0$，总的确定性等价为 $B(0,0)-\frac{1}{2}\rho\text{var}(0)-C(0,0)=0$。另一方面，如果 $\beta_1>0$，$a_1>0$，总的确定性等价为 $B(a_1,0)-\frac{1}{2}\rho\beta_1^2\sigma_1^2-C(a_1,0)=-\frac{1}{2}\rho\beta_1^2\sigma_1^2-C(a_1,0)<0$. 只有当收益函数 $B(a_1,a_2)$ 表现为每种努力都有独立的价值时（如 $B(a_1,a_2)=B^1(a_1)+B^2(a_2)$），对第一种工作的激励才是有价值的。

一种特殊但并不是不现实的情况是 $C(a_1,a_2)=$

$C(a_1+a_2)$，即两种努力在成本函数上是完全替代的。此时，代理人的激励约束(11)意味着 $\beta_1=\beta_2$(即代理人在不同工作上努力的边际收益必须相等[1])，否则，代理人将不会在边际收入低的工作上作任何努力(比如说，如果 $\beta_1>\beta_2$，则 $a_2=0$)。如果 $\sigma_2^2=\infty$，则 $\beta_1=\beta_2=0$。

上述模型的一个基本结论是，当一个代理人从事多项工作时，对任何给定工作的激励不仅取决于该项工作本身的可观测性，而且取决于其他工作的可观测性。特别地，如果委托人期待代理人在某项工作上花费一定的精力而该项工作又不可观测，那么，激励工资也不应该用于任何其他工作。我们现在使用上述模型解释现实中观测到的几种制度安排。

1．固定工资制度。简单的委托—代理模型告诉我们，如果委托人不能观测代理人的努力但可以观测到与努力相关的变量，那么根据观测到的变量支付代理人的激励合同严格优于固定工资合同。但在现实中，尽管可观测的变量总是存在的，但固定工资合同很普遍。上述模型为这种现象提供了一种解释。[2]比如说，如果工人的努力不仅决定产品数量，而且决定产品质量，如果质量是重要的但又难以监督，那么，计时工资(固定工资)就可能优于计件工资(激励工资)。教师的情况也如此。

---

① Milgrom 和 Roberts(1992)称之为"等报酬原则"(equal compensation principle)。当然，$\beta_1=\beta_2$ 来自线性假定 $x_1=a_1+\varepsilon_1$ 和 $x_2=a_2+\varepsilon_2$。一般地，如果 $x_1=\mu_1(a_1)+\varepsilon_1$ 和 $x_2=\mu_2(a_2)+\varepsilon_2$，最优化的一阶条件为：$\beta_1\mu'_1(a_1)=C_1$ 和 $\beta_2\mu'_2(a_2)=C_2$；如果努力在成本函数上是完全替代的，$C_1=C_2$，上述条件意味着 $\beta_1\mu'_1(a_1)=\beta_2\mu'_2(a_2)$。

② 当然，如我们所知道的，还有其他的解释。

当然，为了使上述解释成立，我们必须假定即使在固定工资下，代理人也会选择一个严格正的努力水平。这个假设当然是非常现实的，或者因为委托人有办法监督代理人完成一个起码的工作量，或者因为在努力小于某个水平时工作并不带来负效用，或者两种因素同时作用。比如说，对委托人来讲，约束代理人按时上下班并不是一件很困难的事；而对代理人来讲，给定自己已在班上，不干任何事可能比干点事更痛苦。激励只是在要鼓励代理人更努力工作时才需要。

让我们考虑一个简单的例子。假定两种活动在成本函数上是完全替代的，即 $C(a_1,a_2)=C(a_1+a_2)$。令 $\underline{a}>0$ 为固定工资下代理人的努力水平，满足 $C(\underline{a})=0$。特别地，假定成本函数为 $C(a_1+a_2)=(a_1+a_2-\underline{a})^2/2$，收益函数为 $B(a_1,a_2)=a_1^{1/2}a_2^{1/2}$，第一种活动（“产品数量”）可以观测（$0<\sigma_1^2<\infty$），第二种活动（“产品质量”）不可观测（$\sigma_2^2=\infty$）。那么，在固定工资下，总努力 $\underline{a}$ 的最优分配为 $a_1=a_2=\underline{a}/2$。因为总努力如何分配并不影响代理人的效用水平，我们假定代理人将会根据委托人的意志选择 $a_1=a_2=\underline{a}/2$。总的确定性等价为

$$B(a_1/2,a_2/2)-C(\underline{a})=a/2-0=\underline{a}/2$$

另一方面，如果 $\beta_1>0$，代理人将选择 $a_1=\underline{a}+\beta$，$a_2=0$。显然，对于任何 $\beta_1>0$，$a_1>\underline{a}$，即将代理人的收入与观测到的变量 $x_1=a_1+\varepsilon_1$ 挂钩可以激励代理人更努力地工作。但激励工资诱使代理人将原来用于第二种工作的努力 $\underline{a}/2$ 转移到第一种工作上。结果是，总确定性等价变为：

$$B(a+\beta,0)-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma_1^2-C(\beta)=-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma_1^2-\frac{1}{2}\beta^2$$

$$=-\frac{1}{2}\beta^2(\rho\sigma_1^2+1)<0$$

显然，固定工资合同优于激励合同。

上述分析可以用图6.1来说明。图(a)中的粗线是代理人的努力曲线，其中斜率为−1的线段代表固定工资的情况，与横坐标轴重叠的水平线段代表激励工资的情况；U^0曲线是无差异曲线（"等总确定性等价收入曲线"）。从图中可以看出，最高的无差异曲线在固定工资合同下达到，尽管激励合同增加总的努力水平（如图(b)所示）。图(a)中的虚线代表不同努力不完全替代的情况，代理人在第二种活动上的努力只随β_t逐渐下降。但从图中可以看出，即使这种情况下，固定工资合同也可能优于激励合同。

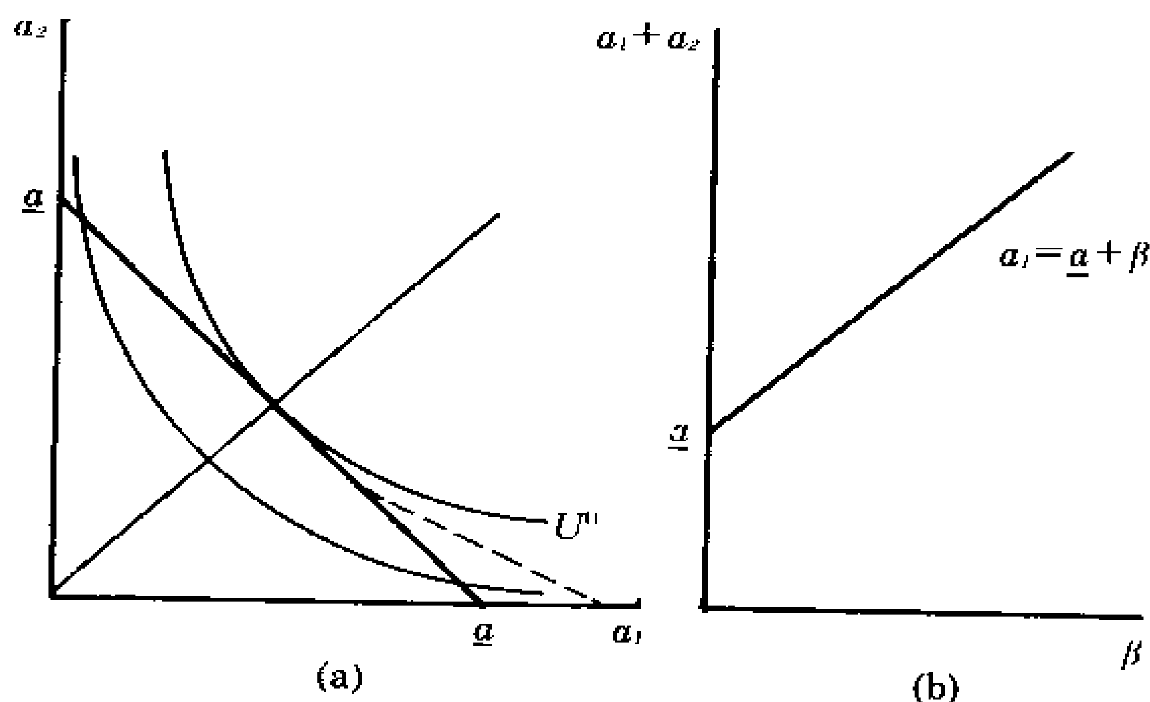


图6.1 固定工资合同优于激励合同

如果我们将上述模型中的第一种工作解释为一个组织中代理人个人负责的工作，第二种工作解释为几个代理人集体负责的工作，如果我们假定个人对集体的贡献不可度量，那

么，上述模型告诉我们，如果我们想使个人有兴趣对集体作贡献，固定工资（大锅饭）是最优的。[①]

2. 资产所有权的安排。上述模型也可以解释什么情况下代理人使用的资产应该属于委托人所有，什么情况下应该属于代理人所有。这里，所有权解释为所有者在契约结束后重新安排资产用途的权利。比如说，如果出租车属于出租车公司所有，在司机与公司契约结束后，公司可以将车继续交给原来的司机使用（假定该司机愿意接受续约），也可以将车交给另一个司机使用，或者将车卖掉；而如果出租车的所有权归司机本人，契约结束后，司机可以与原来的公司续约，也可以带着车与另一个公司签约，或者将车卖掉。

设想代理人的第一项工作是使用资产创造利润，第二项工作是维护和保养资产。假定期望收益函数为 $B(a_1)+V(a_2)$，其中 $B(a_1)$ 为期望利润，$V(a_2)$ 为期望资产价值；观测到的实际利润为 $B(a_1)+\varepsilon_b$，实际资产价值为 $V(a_2)+\varepsilon_v$，其中 ε_b 和 ε_v 是服从正态分布的随机变量，均值为 0，方差分别为 σ_b^2 和 σ_v^2，协方差为 0。利润 $B(a_1)+\varepsilon_b$ 归委托人所有，资产价值 $V(a_2)+\varepsilon_v$ 归资产的所有者所有。假定 $B(a_1)$ 和 $V(a_2)$ 都是严格递增的凹函数，再假定 a_1 和 a_2 在效用函数上是完全替代的，最小努力水平为 $\underline{a}$。

因为资产价值很难评估，我们假定，尽管代理人花在维护和保养资产方面的努力 a_2 影响资产价值 $V(a_2)+\varepsilon_v$，但委托人没有可观测的信息评价 a_2。因此，委托人可得到的唯一观测变量是实际利润 $x=B(a_1)+\varepsilon_b$。如果资产属于委托人所

① 更多的例子请参阅霍姆斯特姆和米尔格罗姆的原文。

有，激励合同是 $s(x)=\alpha+\beta x$。给定 a_1 和 a_2 在效用函数上是完全替代的，为了使代理人在资产的维护和保养上也花精力，委托人的最优选择是 $\beta=0$，即不给代理人任何激励。此时，代理人将 $\underline{a}$ 最优地分配于两种工作（分别用 $\underline{a}_1$ 和 $\underline{a}_2$ 表示），总的确定性等价收入为：

$$B(\underline{a}_1)+V(\underline{a}-\underline{a}_1)-\frac{1}{2}\rho\mathrm{var}(0)-C(\underline{a})=B(\underline{a}_1)+V(\underline{a}_2) \tag{15}$$

另一方面，如果代理人是资产的所有者，代理人有内在的积极性维护和保养资产，因为资产的价值归他自己所有。为了使代理人选择 $a_1>0$，委托人必须根据观测到的利润奖惩代理人（即 $\beta>0$）。另一方面，给定 $\beta>0$，代理人选择的总努力水平 a_1+a_2 大于 $\underline{a}$。比如说，如果 $B(a_1)=a_1$，$V(a_2)=a_2^{1/2}$，$C(a_1+a_2)=(a_1+a_2-\underline{a})^2/2$，那么，对于任何的 $\beta>0$，代理人最优化的一阶条件为：

$$\frac{\partial V}{\partial a_2}=\frac{1}{2}a_2^{-1/2}=C_2=a_1+a_2-\underline{a}$$

$$\frac{\partial B}{\partial a_1}=\beta=C_1=a_1+a_2-\underline{a}$$

解得：

$$a_1=\beta_1+\underline{a}-(1/2\beta)^2,a_2=(1/2\beta)^2,a_1+a_2=\beta+\underline{a}$$

一般地，令 $a_1^*(\beta)$ 和 $a_2^*(\beta)$ 为给定 β 情况下资产所有权属于代理人时的最优努力水平，总的确定性等价收入为：

$$B(a_1^*)+V(a_2^*)-\frac{1}{2}\rho(\beta\sigma_b^2+\sigma_v^2)-C(a_1^*+a_2^*-\underline{a}) \tag{16}$$

比较(16)和(15)，如果(16)的最大值大于(15)的值，资产所有

权归代理人是最优的；否则，委托人所有是最优的。

一般地，给定 $B(a_1)$、$V(a_2)$ 和 $C(a_1+a_2)$，最优的所有权安排决定于 σ_b^2、σ_v^2 和绝对风险规避度 ρ。代理人拥有所有权有利于激励他在维护和保养资产方面的努力，但增加他的风险成本（包括分享利润的风险成本 $\rho\beta^2\sigma_b^2/2$ 和资产风险 $\rho\sigma_v^2/2$）。最优的所有权安排要在二者之间平衡。如果 σ_b^2 和 σ_v^2 小于某个临界值，代理人拥有资产的激励效应大于由此带来的风险成本，所有权归代理人是最优的；如果 σ_b^2 和 σ_v^2 大于某个临界值，风险成本主导着激励效应，所有权归委托人是最优的。给定 σ_b^2 和 σ_v^2，代理人的绝对风险规避度 ρ 越大，风险成本越高，因此，代理人拥有资产所有权的价值越低。

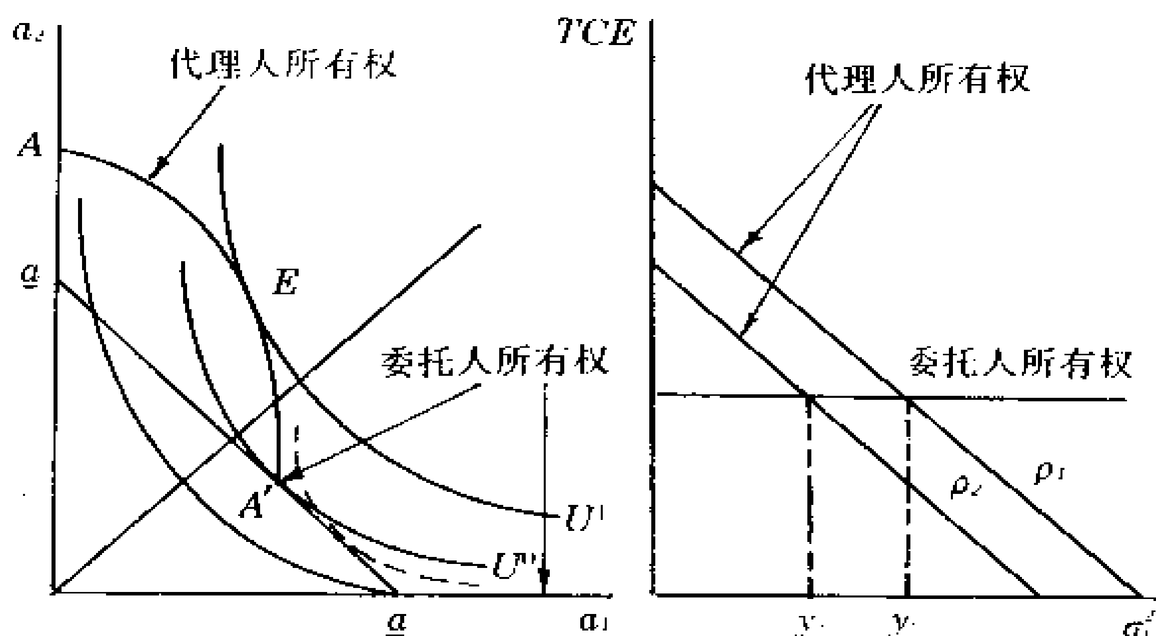


图6.2 最优资产所有权的安排

图6.2(a)中，粗线段 AA' 代表代理人所有权情况下的努力供给曲线，委托人将选择 β 达到最高的无差异曲线（E 为均

衡点)；A' 点为委托人所有权下最优点($\beta=0$)；与横坐标轴重叠的粗线段是委托人所有权下的努力供给曲线($\beta>0$)。在给定的 σ_b^2、σ_v^2 和 ρ 下，代理人所有权加最优激励合同优于无激励合同的委托人所有权($\beta=0$)，后者又优于有激励合同的委托人所有权($\beta>0$)。图6.2(b)说明了最优所有权安排与 σ_v^2 和 ρ 的关系(其中 $\rho_1<\rho_2$)。当 $\rho=\rho_1$ 时，如果 $\sigma_v^2<y_1$，代理人所有权是最优的；否则，委托人所有权是最优的。当 $\rho=\rho_2$ 时，如果 $\sigma_v^2<y_2$，代理人所有权是最优的，否则，委托人所有权是最优的。$\rho_1<\rho_2$ 意味着 $y_1>y_2$(图(a)中的虚线对应较高的 σ_b^2、σ_v^2 或 ρ 的无差异曲线，代理人所有权不是最优的)。

我们可以使用出租汽车所有权的例子说明上述结论。单从调动司机多拉客、多赚钱的角度看，出租车公司应该对司机实行激励合同(如承包制)。但如果出租车属于公司所有，激励合同会使司机不注意车辆的维护和保养(事实上，导致对车辆的过度使用)，因为维护和保养影响赚钱，公司又没有好的办法监督司机在这方面的工作。如果公司期望司机在维护和保养方面花足够的精力，承包制可能是不可取的；但如果司机的收入与赚钱多少无关，他就不会有积极性赚钱(甚至把过多的精力花在维护和保养上，如“修车停运”)。解决矛盾的办法是让司机把车买下来，同时实行承包制(司机只上缴固定的“管理费”)。这样做当然增加了司机的风险(包括收入风险和车价变化的风险)，但如果市场波动不大，激励效应主导着风险效应。但是，如果市场波动很大，比如说，小汽车的市场价格是非常不确定的，司机可能很不愿意把车买下来。[1]

[1] 其他的例子请见霍姆斯特姆和米尔格罗姆的原文。

3. 对第二职业和外部活动的限制。在现实中，一个人不仅从事本职工作，而且还有本职工作之外的其他活动，甚至第二职业。比如说，企业的销售人员在销售本企业产品的同时，也可能销售其他企业的产品；维修人员可能在下班后利用企业的设备揽私活赚钱；办公室的工作人员在上班时间常常打私人电话；等等。一般来说，委托人对代理人从事本职工作之外的活动（特别是第二职业）都有一些限制。但观测表明，对外部活动的限制依工作性质的不同而不同。比如说，本职工作有明确责任的代理人（如销售人员）一般拥有较多的自由度从事其他活动，而团队成员的自由度要小得多。本节的模型也可以解释这种现象。

我们首先假定，委托人完全禁止代理人从事某项活动比监督或部分限制该项活动要容易得多。比如说，禁止雇员从事第二职业是很普遍的，这可能并不是因为一定程度的第二职业必然损害本职工作，而是因为禁止条款比——比如说——允许有 10%的时间从事第二职业更容易执行。

假定代理人有有限个潜在的外部活动，这些活动给代理人带来个人好处（因而是“私活”），委托人可以通过禁止条款控制代理人从事其中的任何一项活动。我们用 $K=\{1,\cdots,N\}$ 表示所有这些外部活动的集合，A 表示委托人允许代理人从事的活动的集合，$A\subset K$。代理人可以按自己的意愿从事 A 中的任何一种、多种或所有活动，但不能从事 A 之外的活动。为了集中于考虑本职工作与外部活动的关系，假定代理人只有一种本职工作。令 a 为代理人在本职工作上的努力，a_k 为代理人在第 k 项外部活动上的努力（如果 $k\notin A, a_k=0$），$v_k(a_k)$ 为第 k 项外部活动带给代理人的确定收益。假定 $v_k(a_k)$

是严格凹函数，$v_k(0)=0$；总成本函数 $C(a+\sum_k a_k)$ 为严格凸函数。因此，

$$c(a,a_1,\cdots,a_N)=C(a+\sum_k a_k)-\sum_k v_k(a_k) \quad (17)$$

是代理人的净成本（总成本减去从外部活动中得到的私人收益）。

假定委托人的收益函数和观测信息分别为：

$$B(a,a_1,\cdots a_N)=pa;$$

$$x(a,a_1,\cdots a_N)=a+\varepsilon \quad (18)$$

其中 ε 是均值为0和方差为 σ^2 的随机变量。(18)意味着，外部活动不给委托人带来直接的收益，委托人也观测不到有关代理人在外部活动上的努力。

委托人的问题是选择佣金 β 和允许的外部活动集合 A。我们的分析分两步进行。首先考虑给定 β 时 A 的最优选择（用 $A(\beta)$ 表示），然后考虑最优的 β。

给定 β 和 A，代理人选择 $(a,a_1,\cdots a_N)$ 最大化自己的确定性等价收入：

$$\alpha+\beta a+\sum_A v_k(a_k)-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2-C(a+\sum_A a_k)$$

假定内点解存在，最优化的一阶条件是：

$$\beta=C'(a+\sum_A a_k);$$

$$v'_k(a_k)=C'(a+\sum_A a_k)$$

因此，

$$\beta=v'_k(a_k) \quad (19)$$

上述条件意味着，代理人在第 k 项外部活动上的努力只依赖于 β，与 A 无关（假定 $k\in A$）；并且，总努力 $a+\sum_A a_k$ 也与 A

无关。因此，给定 β，如果允许从事更多的外部活动，代理人将把更多的努力从本职工作转移到外部活动。这个结果来自线性假设(18)和完全替代成本函数假设。

假定代理人的参与约束等式成立，那么，代理人在外部活动得到的收益每增加一单位，委托人支付给代理人的工资就可以减少一单位（通过调整固定工资 α），委托人选择 A 最大化总的确定性等价收入。因为第 k 项活动的收益是 $v_k(a_k(\beta))$，机会成本是 pa_k（见(18)），因此，最优的 A 为：

$$A(\beta) = \{k \in K \mid v_k(a_k(\beta)) > pa_k(\beta)\} \tag{20}$$

就是说，当且只当 $v_k(a_k(\beta)) > pa_k(\beta)$，委托人才允许代理人从事第 k 项活动。

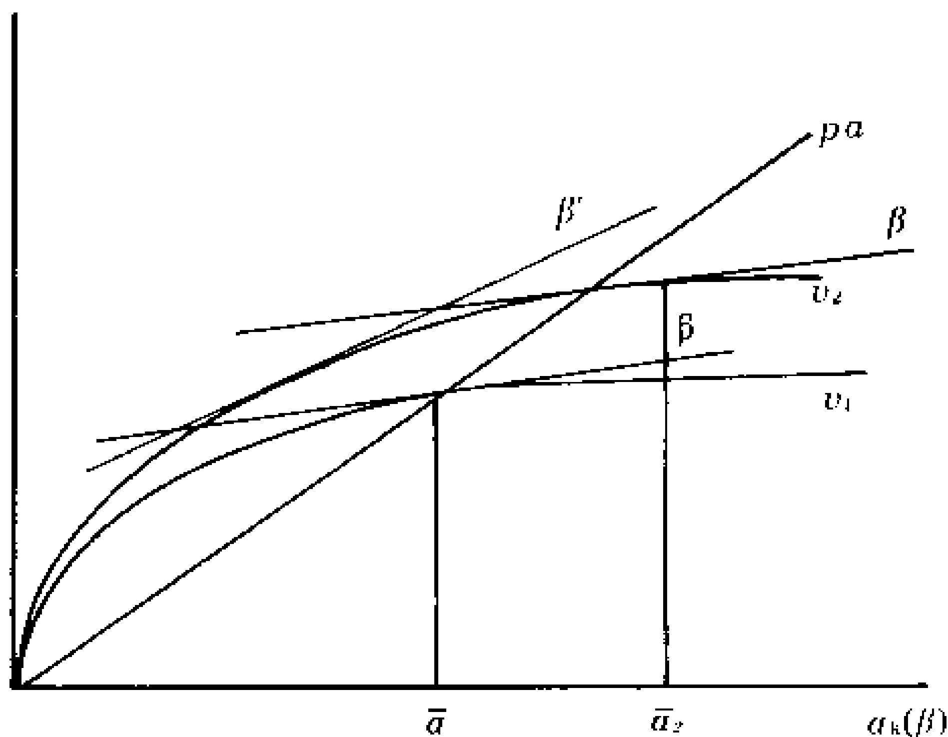


图 6.3 最优的 $A(\beta)$ 的决定

图 6.3 说明最优的 $A(\beta)$ 是如何决定的。直线 pa 代表本

职工作的收益(斜率为 p),曲线 v_1 和 v_2 分别代表两种外部活动的收益。因为在区间 $[0,\bar{a}_k]$,$v_k>pa$,因此两种活动都是有价值的,如果 $a_k\in[0,\bar{a}_k]$ 的话。但是,给定 β,条件(19)意味着代理人将选择 $a_1(\beta)$ 和 $a_2(\beta)$,$v_1(a_1(\beta))>pa_1$,$v_2(a_2(\beta))<pa_2$,因此,只有第1种活动是值得进行的,第2种活动不值得进行。

从图6.3可以看出,$A(\beta)$ 随 β 的上升而扩大;就是说,代理人从本职工作中得到的边际收益(佣金)越大,代理人被允许从事的外部活动越多。比如说,如果代理人从本职工作得到的边际收入是 β' 而不是 β,那么,允许代理人从事第2种活动也是最优的。这里的原因是,给定 v_k 是凹函数,代理人在 k 项活动上的时间 $a_k(\beta)$ 随 β(边际机会成本)而下降;因此,较高的 β 将使更多的 $a_k\in[0,\bar{a}_k]$。

上述结论与现实中观测到的下述制度设计原则是相符的:代理人在本职工作中的责任越明确,他从事外部活动的自由度越大。极端地,如果 $\beta=p$,委托人就没有任何必要限制代理人从事其他活动的自由。比如说,如果出租车公司对司机实行承包制(因此司机对自己的业绩负完全的责任),公司就没有必要限制司机从事其他活动的自由,司机完全可以根据自己的意愿决定什么时候出车,什么时候收车,甚至出车还是去干其他私活;如果企业对销售人员实行佣金制,销售人员就可以自由地分配自己的时间于任何活动。在这两个例子中,β 本身就是对代理人行为的最好限制。相反,政府官员就不能自由地上下班,因为他们对自己的本职工作并不承担直接责任(β 接近于0)。

值得强调的是,给定 β,$A(\beta)$ 与代理人的风险规避度 ρ

和观测变量 x 的方差 σ^2 无关，这些变量只是通过 β 才作用于 A。

现在我们来考虑 β 的确定。委托人的问题是解下列最优化问题：

$$\max_{\beta}(pa+\sum\nolimits_{A(\beta)}v_k(a_k)-\frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2-C(a+\sum\nolimits_{A(\beta)}a_k))$$

$$\text{s.t.}\ \beta=C'(a+\sum\nolimits_{A(\beta)}a_k)$$

$$\beta=v'_k(a_k)$$

最优化的一阶条件为：

$$\beta=\frac{p}{1+\rho C''\sigma^2} \tag{21}$$

这个结果是(13)的一个特例。注意，最优的 β 与 $v_k(.)$ 无关，这是因为，$v_k(.)$ 只影响固定工资部分 α。

式(21)意味着 σ^2 越大(即本职工作越难监督)，代理人的激励越小。将这个结论与前面关于 $A(\beta)$ 的结论结合起来，我们得到：本职工作越难监督，代理人的激励越小，从而委托人对代理人从事外部活动的限制越多。极端地，如果委托人能完全观测到代理人在本职工作上的努力($\sigma^2=0$)，那么，委托人将让代理人对自己的工作负完全的责任($\beta=p$，但代理人实际上没有风险)，代理人可以自由地从事任何自己想从事的活动；另一方面，如果本职工作没有任何可监督性($\sigma^2=\infty$)，则 $\beta=0$，委托人将禁止代理人从事任何外部活动(因为否则的话，代理人会将全部精力用于非本职工作)。

上述结果与观测到的现象是完全一致的。现实中，本职工作容易监督的代理人总是比本职工作难以监督的代理人享有更多的外部活动的自由，甚至允许从事第二职业。如果对本职工作难以监督的代理人不加约束，那么，代理人将把大部分时

间和精力用于干私活。比如说，设想代理人是企业中从事研究与开发的技术人员，他们的工作有很大的不确定性，很难被监督。如果允许他们从事第二职业，他们很容易将本企业的研究成果拿到别的企业出卖，以中饱私囊。这是为什么大部分企业不允许技术人员从事第二职业的主要原因之一。再比如，如果允许政府官员自由地支配上班时间，办公室里干的可能都是私活。

4. 专业化分工和工种设计。霍姆斯特姆和米尔格罗姆的多项任务模型也为专业化分工和工种设计从激励角度提供了新的解释。这里，专业化分工是指不同的代理人从事不同的工作；工种设计(grouping tasks into jobs)是指将不同的任务(task)划分成不同的工作(job)从而让不同的代理人从事(如四个任务分成两种工作有两个不同的代理人从事)。在文献里，这两方面统称为工作设计(job-design)。

首先考虑专业化分工。假定有两种工作，两个具有相同特征的代理人。我们用 $k=1,2$ 表示工作，i 和 j 代表代理人；这样，a_{1i}和 a_{2i}分别表示代理人 i 在第 1 种工作和第 2 种工作上的努力；a_{1j}和 a_{2j}分别表示代理人 j 在第 1 种工作和第 2 种工作上的努力。因为两个代理人是相同的，我们有关 i 的结论对 j 也成立。

假定努力的成本函数为 $C(a_{1i}+a_{2i})=(a_{1i}+a_{2i})^2/2$；代理人的总期望收益函数为 $B(a_{1i}+a_{1j})+B(a_{2i}+a_{2j})$，$B(.)$是凹函数；可观测的信息为 $x_1=(a_{1i}+a_{1j})+\varepsilon_i$ 和 $x_2=(a_{2i}+a_{2j})+\varepsilon_2$(即 x_1 反映在第 1 项工作上的总努力信息，x_2 反映在第 2 项工作上的努力)，其中 ε_1 和 ε_2 服从独立正态分布，均值为 0，方差分别为 σ_1^2 和 σ_2^2。

首先考虑共同负责的情况(即没有分工,每个代理人两种工作都干)。[1]代理人 i 的工资为 $w_i=\alpha_i+\beta_{1i}x_1+\beta_{2i}x_2$。为了保证代理人在每种工作上都花精力(即 $a_{1i}>0,a_{2i}>0$),代理人的最优化条件要求 $\beta_{1i}=\beta_{2i}=\beta_i$(等报酬原则)。因为两个代理人是相同的,最优化意味着 $\beta_i=\beta_j=\beta$。因此,代理人 i 的确定性等价收入为:

$$CE_i=\alpha_i+\beta(a_{1i}+a_{1j}+a_{2i}+a_{2j})$$
$$-\frac{1}{2}\rho\beta^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)-C(a_{1i}+a_{2i})$$

总的确定性等价收入(委托人的加两个代理人的)为:

$$TCE^{joint}=B(a_{1i}+a_{1j})+B(a_{2i}+a_{1j})-\rho\beta^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)$$
$$-C(a_{1i}+a_{2i})-C(a_{1j}+a_{2j})$$

(上标英文词 joint 表示“共同负责”的意思。)委托人的问题是选择 β 最大化上述的确定性等价收入,满足代理人的下述最优化一阶条件:

$$\beta=C'(a_{1i}+a_{2i})=a_{1i}+a_{2i};$$
$$\text{和 } \beta=C'(a_{1j}+a_{2j})=a_{1j}+a_{2j}$$

将约束条件代入,委托人的问题可以表述为:

$$\max_{\beta}2\left(B(\beta)-C(\beta)-\frac{1}{2}\rho\beta^2(\sigma_1^2+\sigma_2^2)\right)$$

解一阶条件得:

$$\beta=\frac{B'}{1+\rho(\sigma_1^2+\sigma_2^2)}$$

---

① 共同负责可能带来团队生产的“搭便车问题”。但因为委托人可以打破预算平衡约束(breaking budget constraint),搭便车问题在这里不会出现。见 Holmstrom(1982b)和 6.5 节的讨论。

现在考虑专业化分工的情况。假定代理人 i 负责工作 1，代理人 j 负责工作 2。因为随机变量 ϵ_1 和 ϵ_2 是独立的，充足统计量结论意味着 $\beta_{2i}=\beta_{1j}=0$（即不应该使用相对业绩比较）。总的确定性等价收入为：

$$TCE^{sole}=B(a_{1i})-\frac{1}{2}\rho\beta_{1i}^2\sigma_1^2-C(a_{1i})+B(a_{2j})$$
$$-\frac{1}{2}\rho\beta_{2j}^2\sigma_2^2-C(a_{2j})$$

（上标英文词 sole 表示单独负责。）代理人的激励约束为：

$$\beta_{1i}=C'(a_{1i})=a_{1i};$$
$$\beta_{2j}=C'(a_{2j})=a_{2j};$$

最优化的一阶条件意味着：

$$\beta_{1i}=\frac{B'}{1+\rho\sigma_1^2};$$
$$\beta_{2j}=\frac{B'}{1+\rho\sigma_2^2}$$

比较两种情况可以看出，$\beta<\beta_{1i}$ 和 $\beta<\beta_{2j}$；就是说，专业化分工使两个代理人的激励机制都强化了。进一步，专业化分工下的总确定性等价收入严格大于非专业化下的总确定性等价收入（这个结论可以使用包络定理(envelope thereom)直接比较两个确定性等价收入得到）。因此，专业化分工帕累托优于共同负责制。直观地讲，在专业化分工下，每个代理人只面对一种风险(σ^2)，而在共同负责制下，每个代理人都面对两种风险($\sigma_1^2+\sigma_2^2$)；风险的降低反过来通过提高 β 强化代理人更努力地工作。

一种极端的情况是，如果委托人对两项工作中的一项工作没有办法监督，专业化的优越性就更大。比如说，假定第 2

项工作不可监督($\sigma_2^2=\infty$),那么,在共同负责制下,为了使代理人在该项工作上也花精力,最优化意味着委托人应该对两个代理人都实行固定工资(即 $\beta=0$);此时,每个代理人将总努力水平 $\underline{a}$ 最优地分配于两种工作。但在专业化下,委托人只须对代理人 j 实行固定工资,而对代理人 i 实行激励工资($\beta>0$);代理人 j 的努力水平为 $\underline{a}$,代理人 i 的努力水平严格大于 $\underline{a}$。

现在考虑工种设计。设想有四种任务($k=a,b,c,d$)分配于两个代理人,每个代理人干两件。假定任务 a 和 b 的观测信息的方差均为 σ^2,任务 c 和 d 的方差均为 $m\sigma^2$。委托人应该如何分配任务呢?考虑两种方案:方案 I:代理人 i 干 a 和 b,代理人 j 干 c 和 d;方案 II:代理人 i 干 a 和 c,代理人 j 干 b 和 d. 在方案 I 下,

$$\beta_i=\frac{B'}{1+2\rho\sigma^2};\ \beta_j=\frac{B'}{1+2m\rho\sigma^2}$$

总风险成本为

$$RC(\text{I})=\frac{1}{2}\rho(\frac{B'}{1+2\rho\sigma^2})^2 2\sigma^2+\frac{1}{2}\rho(\frac{B'}{1+2m\rho\sigma^2})^2 2m\sigma^2$$
$$=\rho(\frac{B'}{1+2\rho\sigma^2})^2\sigma^2+\rho(\frac{B'}{1+2m\rho\sigma^2})^2 m\sigma^2 \qquad (22)$$

在方案 II 下,

$$\beta_i=\beta_j=\frac{B'}{1+\rho(1+m)\sigma^2}$$

总风险成本为

$$RC(\text{II})=\rho\left(\frac{B'}{1+\rho(1+m)\sigma^2}\right)^2(1+m)\sigma^2 \qquad (23)$$

比较(22)和(23),如果 $m=1$(即四种任务观测信息的方

差相同)，$RC(\mathrm{I})=RC(\mathrm{II})$；另一方面，如果 $m\neq 1$，$RC(\mathrm{I})<RC(\mathrm{II})$。因此，我们有如下结论：如果委托人有四种任务分配于两个代理人，其中每两种的观测方差相同，那么，最优工种设计是将具有相同方差的任务分配给同一代理人。这个结果可以一般化为：工种的设计应该根据任务的监督的难易进行，最易于监督的交给一个代理人，最难以监督的交给另一个代理人。就是说，如果 $\sigma_a^2<\sigma_b^2<\sigma_c^2<\sigma_d^2$，那么，$a$ 和 b 应该交给一个人，c 和 d 应该交给另一个人。这里的道理类似于"广种薄收不如精耕细作"：与其弱化对所有人的激励不如只弱化对部分人的激励。比如说，假定一部分任务可以监督，另一部分不可监督。那么，如果每个人都既干可监督的任务也干不可监督的任务，没有任何人有激励努力工作。相反，如果将不可监督的任务交给一部分人，可监督的交给另一部分人，那么，只是前一部分人没有激励而已。[①]

6.4 效率工资与监督力度

至目前为止，我们一直假定委托人拥有的信息量是给定的，并且没有成本。在现实中的许多情况下，信息量是可以选择的，但不是没有成本的。比如说，通过雇佣监工或花更多的时间和精力，委托人可以获得更多有关代理人行动的信息，从

① 但 Meyer、Olsen 和 Torsvik (1996)证明，在动态模型中，由于"棘轮效应"的作用，如果长期合同不可行，上述结论并不总是成立的。直观地讲，静态模型中的显性激励越大，动态模型中的棘轮效应越大(见 6.1 节)。

而加强对代理人的激励和监督。本节讨论最优监督问题。我们将在两个框架内讨论这个问题，一是效率工资理论，二是我们前面发展的激励理论。在效率工资理论框架内，我们假定委托人的选择变量是发现代理人"偷懒"的概率；在激励理论框架内，我们假定委托人的选择变量是有关代理人行为的观测信息的方差。

6.4-1 效率工资下的监督问题

"效率工资"(efficiency wage)一词最初来自发展经济学。根据新古典经济学，工资决定于工人的边际生产率。但发展经济学家发现，在发展中国家，二者的关系似乎正相反：边际生产率决定于工资。一种可能的解释是，在发展中国家，由于人们营养普遍不良，较高的工资可以改善工人的营养，从而提高劳动生产率。但后来人们发现，"边际生产率决定于工资"的现象在发达国家也存在。特别地，企业支付的工资高于工人的市场保留工资的现象与新古典理论的预测不相符。索罗(Solow, 1979)和夏皮罗和斯蒂格里兹(Shapiro and Stiglitz, 1984)将较高的工资解释为企业为防止工人偷懒而采取的激励办法。[1] 直观地讲，当企业不可能完全监督工人的行为时，工资构成工人偷懒被发现，从而被解雇的机会成本：工资越高，机会成本越高；因此，较高的工资有利于减少工人偷懒的倾向性。

让我们考虑一个简单的静态模型。假定代理人是风险中性的，效用函数为

---

① 他们的目的都是解释非自愿失业的出现。

$$U(w,a) = w - C(a)$$

这里 w 是工资，a 是努力水平，$C(a)$是成本函数，$C'>0$，$C''>0$，且 $C(0)=0$。为了简化起见，我们假定 a 只有两个取值：$a=0$ 或 $a=1$；$a=0$ 表示偷懒，$a=1$ 表示工作。假定企业除了发现工人是否在偷懒外，没有别的信息可作为奖惩工人的依据(比如说，因为每个工人只是许多工人中的一员)，因此企业不可能对工人实行激励工资，而只能实行固定工资。令 p 为给定工人偷懒的情况下企业发现工人偷懒的概率。如果工人选择不偷懒，工资为 w，努力的成本为 $C(1)$，总效用为 $U(w,1)=w-C(1)$。如果工人选择偷懒，发现后被开除，得到保留工资 w_0，总效用为 $U(w_0,0)=w_0$；如果偷懒不被发现，得到工资 w，总效用为 $U(w,0)=w$。因此，工人选择偷懒的期望效用为 $pw_0+(1-p)w$。当且仅当下列条件成立时，工人才将选择工作($a=1$)而不是偷懒($a=0$)：

$$w - C(1) \geqslant pw_0 + (1-p)w$$

解得

$$w(p) \geqslant w_0 + \frac{C(1)}{p} \tag{24}$$

因为如果企业可以完全监督工人，参与约束意味着工资等于 $w_0+C(1)$，条件(24)意味着只要企业不可能对工人有完全的监督(即 $p<1$)，为了诱使工人努力工作，企业支付给工人的工资就必须大于工人的保留工资(加努力成本)。特别地，监督越困难(即 p 越小)，企业需要支付的工资就越高；如果监督完全没有可能(即 $p=0$)，任何工资都不可能诱使工人工作。我们可以将 $\Delta(p)=w+C(1)/p-(w+C(1))=C(1)(1-p)/p$解释为工人工资中包含的“贿赂金”。显然，监

督越困难，企业要支付的贿赂金越高。

以上我们假定偷懒被发现的概率 p 是给定的，现在我们考虑 p 是如何决定的。p 的值与委托人在监督方面的投入有关。通过增加在监督方面的投入，比如说，花更多的时间于监督工作和安装“闭路监视器”，委托人可以提高 p。令 $M(p)$ 为 p 的成本函数，假定 $M'(p)>0, M''(p)>0$，且 $M(0)=0$，$M(1)=\infty$；就是说，p 越高，成本越大，并且 p 的边际成本是递增的。$M(0)=0$ 意味着，如果在监督方面没有投入，偷懒被发现的概率为 0；$M(1)=\infty$ 意味着，如果委托人想使偷懒被发现的概率达到 1，成本为无穷。[①] 那么，企业的代理成本包括两部分：“贿赂金”$\Delta(p)$ 和监督成本 $M(p)$。提高 p 可以节约“贿赂金”$\Delta(p)$，但增加监督成本 $M(p)$。企业选择 p 最小化总代理成本：

$$AC(p)=\frac{1-p}{p}C(1)+M(p)$$

最优化的一阶条件为：

$$-\frac{1}{p^2}C(1)+M'(p)=0$$

其中第一项 $C(1)/p^2$ 为提高 p 的边际收益，第二项 $M'(p)$ 为提高 p 的边际成本。最优化意味着边际收益等于边际成本。

图 6.4 是最优化监督水平决定的几何解释。图中，边际收益曲线向下倾斜，边际成本曲线向上倾斜。当 $p=p^*$ 时，边际收益等于边际成本，因此 p^* 是最优点。从图中也可以看出，工人工作的成本 $C(1)$ 越高，最优的 p 也越高（请读者自己划出

---

① $M(0)=0$ 和 $M(1)=\infty$ 的假设并没有必要；只要在没有投入时 p 足够小和 $p=1$ 时 M 足够大就行。

新的边际成本曲线)，原因是，$C(1)$越高，对于任何给定的 p，企业要支付的贿赂金也越高，因此，监督带来的边际收益也越高。

在上述分析中，我们隐含地假定企业从雇佣工人中得到的总收益 $B(1)$大于工资支出 $w(p^*)$。如果这个假设不能成立，企业将不会雇佣工人。

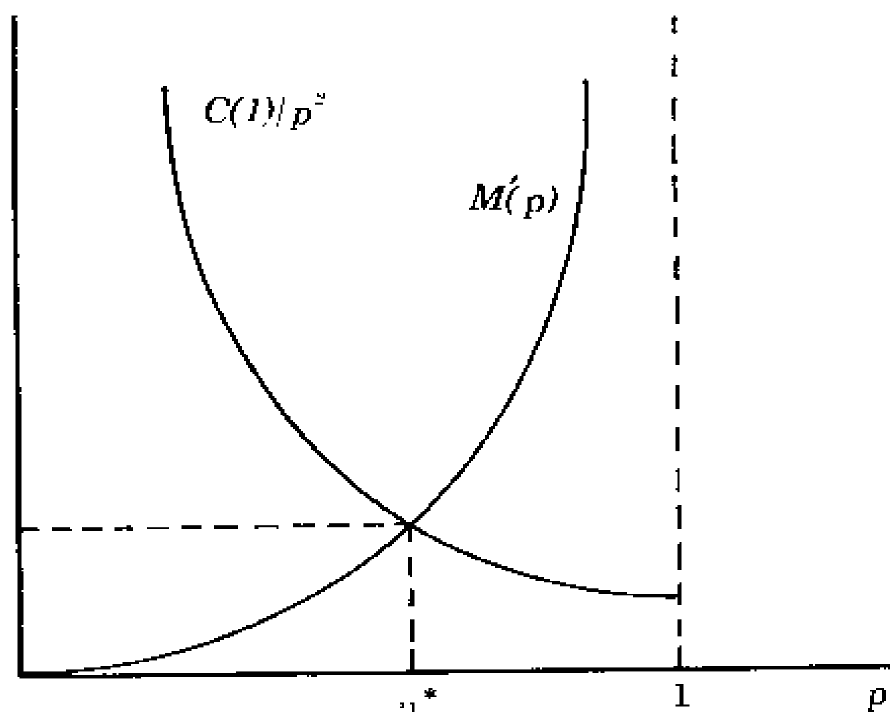


图6.4　最优监督水平的决定

上述模型可以用来解释所谓的"高禄养廉"的问题。为此，我们将 a 解释为代理人(政府官员)是否滥用职权：$a=1$代表不滥用职权，$a=0$代表滥用职权。假定政府官员的本职工资为 w，政府官员离开政府部门后的市场工资为 w_0，滥用职权带来的额外收入为 $R(\lambda)$，滥用职权被发现的概率为 p，被发现后的罚金为 F。我们将 λ 解释为政府官员的权力，假定权力越

大，滥用权力带来的额外收入越大（即 $R'(\lambda)>0$）。政府官员滥用职权的期望收益为：

$$p(w_0-F)+(1-p)(w+R(\lambda))$$

不滥用职权的收入为工资 w，因此，政府官员不滥用职权的约束条件为：

$$w\geqslant p(w_0-F)+(1-p)(w+R(\lambda))$$

解得：

$$w\geqslant(w_0-F)+\frac{1-p}{p}R(\lambda)$$

显然，给定 w_0、F 和 $p(<1)$，政府官员的权力 λ 越大（从而滥用职权的额外收入 R 越高），他的工资也应该越高，否则，他就会去寻找腐败的机会。注意，政府官员的市场工资 w_0 也可能与权力 λ 正相关，因为越是权力大的官员，越有机会发展关系网，离开政府后的就业机会也越好（如果"老关系"可以利用，市场价格会更高）。①

政府有几种可选择的办法约束官员的腐败行为。一是提高工资 w，二是增加惩罚 F，三是加强监督提高 p。但给定政府工作的特殊性，监督是很困难的，或者说监督的成本是很高的，惩罚也有个极限。

6.4.2 激励工资下的监督问题

以上我们讨论了固定工资下的监督问题，现在我们来讨

① 这一点或许可以部分地解释为什么目前有些政府官员腐败行为变得日益严重的问题。经济的市场化一方面提高了滥用职权额外收入 $R(\lambda)$，另一方面也提高了官员的市场价格 w_0（并且越是高职位的官员，提高的幅度越大），所以，官员们越来越不害怕离开政府。

论激励工资下的监督问题。假定代理人选择努力水平 a 时，委托人的期望收益为 $B(a)$，观测信息为 $x=a+\varepsilon$，其中 ε 服从正态分布，均值为 0，方差为 σ^2。假定工资合同为 $w=\alpha+\beta x$。如果代理人具有不变绝对风险规避度，总的确定性等价收入为：

$$TCE = B(a) - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - C(a)$$

最优化意味着：

$$\beta = C'(a)\text{（代理人）}$$

$$\beta = \frac{B'}{1+\rho C''\sigma^2}\text{（委托人）}$$

上述条件意味着，σ^2 越大，代理人得到的激励越小，总的确定性等价收入越低（或者说，代理成本越高）。

为了简单起见，让我们首先假定 $B(a)=a$，$C=a^2/2$，因而 $B'=1$，$C'=a$，$C''=1$。那么，总的确定性等价收入为：

$$TCE = \beta - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - \frac{1}{2}\beta^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\rho\sigma^2}\right)$$

显然，如果委托人能降低方差 σ^2，总的确定性等价收入就可以提高。降低 σ^2 的办法是加强监督，但监督是要花费成本的，委托人必须在收益与成本之间求得平衡。令 $M(\sigma^2)$ 为监督的成本函数，满足 $M(\infty)=0$，$M(0)=\infty$，$M'(\sigma^2)<0$ 和 $M''(\sigma^2)>0$。净福利函数为：

$$W(\sigma^2) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\rho\sigma^2}\right) - M(\sigma^2)$$

委托人的问题是选择 σ^2 最大化上述福利函数。最优化的一阶条件为：

$$\frac{1}{2}\frac{\rho}{(1+\rho\sigma^2)^2} = -M'(\sigma^2) \tag{25}$$

等式(25)左边是降低 σ^2 的边际收益，右边是降低 σ^2 的边际成本。注意，当 $\rho=0$ 时，没有代理成本，所以委托人没有必要花成本降低 σ^2。但如果 $\rho>0$，通过降低 σ^2，委托人可以强化对代理人的激励(提高 β)，从而降低代理成本。

图 6.5 中，降低 σ^2 的边际成本随 σ^2 的下降而上升，降低 σ^2 的边际收益也随 σ^2 的下降而上升，但边际成本的上升速度快于边际收益的上升速度(当 $\sigma^2\to0$ 时，边际收益趋向于 $\rho/2$，但 $-M'\to\infty$)；如果 $\rho=\rho_1$，最优的 σ^2 是 y_1：当 $\sigma^2>y_1$ 时，边际收益大于边际成本；当 $\sigma^2<y_1$ 时，边际成本大于边际收益。类似地，如果 $\rho=\rho_2$，最优的 σ^2 为 y_2。当然，如果边际成本曲线处处低于边际收益曲线，委托人将选择 $\sigma^2=0$；另一方面，如果边际收益曲线处处低于边际成本曲线，委托人将不会花任何成本去降低 σ^2。

注意，代理人的绝对风险规避度 ρ 与最优方差的关系不

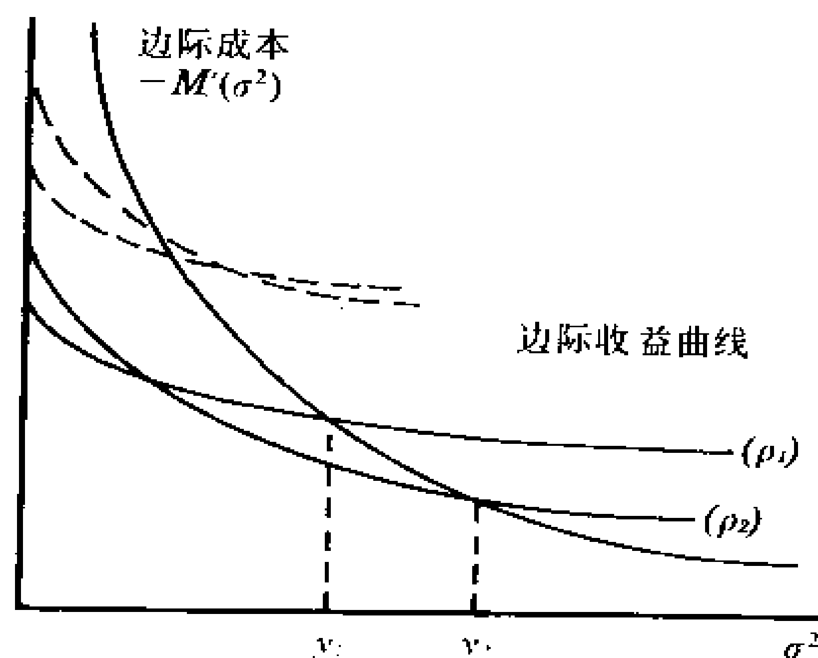


图 6.5 最优方差的决定

是单调的。比如说，如果 $M=1/\sigma^2$，$-M'=1/(\sigma^2)^2$，最优的方差为 $\sigma^2=\sqrt{2}/(\sqrt{\rho}-\sqrt{2}\rho)$；如果 $\rho<1/8$，$\partial\sigma^2/\partial\rho<0$；如果 $\rho>1/8$，$\partial\sigma^2/\partial\rho>0$. 这里的原因在于，$\rho$ 和 σ^2 通过两个渠道共同作用于 TCE，一是通过对最优激励参数 β 的影响，二是通过对风险成本的直接影响。尽管 ρ 对 TCE 的总效应是负的，但从(25)可以看出，如果 ρ 足够小，ρ 对降低 σ^2 的边际收益的效应是正的，ρ 的上升降低最优的 σ^2（如图中的两条虚线表示的边际收益曲线所示）；如果 ρ 足够大，ρ 对降低 σ^2 的边际收益的效应是负的，ρ 的上升提高最优的 σ^2（如图中的两条实线表示的边际收益曲线所示）。特别地，在两种情况下，委托人是不会监督的。第一种情况是 $\rho=0$（即代理人是风险中性的），此时，代理人对自己的行为负完全的责任（$\beta=1$），因而有内在的动力努力工作，委托人没有必要监督。第二种情况是 $\rho=\infty$（即代理人是完全风险规避的），代理人拿固定工资（$\beta=0$），监督没有意义（给定委托人是风险中性的）。

上述简单化的分析遗漏了决定 σ^2 的一些重要因素。为了分析这些因素的效应，让我们现在假定 $B(a)=pa$，$C(a)=ba^2/2$ 和 $M(a)=m/\sigma^2$。这里，我们可以将 p 解释为努力的边际生产率，b 解释为努力的边际成本系数（b 越大，边际成本越高），m 解释为监督的困难程度（m 越大，监督越困难）。我们现在看看这些参数是如何影响最优的 σ^2 的决定的。

在上述参数下，代理人的最优化条件意味着 $\beta=ba$，即 $a^*=\beta/b$。委托人选择 β 的最优化条件意味着：

$$\beta=\frac{B'}{1+\rho C''\sigma^2}=\frac{p}{1+\rho b\sigma^2}$$

总的确定性等价收入为：

$$TCE = pa - \frac{1}{2}\rho\beta^2\sigma^2 - C(a)$$

$$- \frac{p^2}{2b}\left(\frac{1}{1+\rho b\sigma^2}\right)$$

委托人选择 σ^2的最优化的一阶条件为：

$$\frac{p^2}{2}\frac{\rho}{(1+\rho b\sigma^2)^2} = \frac{m}{(\sigma^2)^2}$$

解上述一阶条件得：

$$\sigma^2 = \left[\sqrt{\frac{p^2\rho}{2m}} - \rho b\right]^{-1} \qquad (26)$$

对(26)求导得：

$$\frac{\partial\sigma^2}{\partial p} < 0; \frac{\partial\sigma^2}{\partial m} > 0; \text{和} \frac{\partial\sigma^2}{\partial b} > 0$$

直观地讲，代理人的边际生产率越高，监督带来的边际收益越高，委托人监督的积极性也就越高；代理人努力的边际成本越高，任何给定激励下的努力供给越低（$a = \beta/b$），且给定 σ^2 下最优的激励也越低（$\beta = p(1+\rho b\sigma^2)^{-1}$），监督的边际收益越低，委托人监督的积极性自然也越低；监督越困难，监督的边际成本越高，委托人监督的积极性也越低。[①]

6.5 团队工作与委托人的作用

"团队"(team) 是指一组代理人，他们独立地选择努力水

① 就第三点而言，较多的监督仅指委托人将选择较低的 σ^2，并不意味着委托人在监督上花较多的支出(或精力)。

平，但创造一个共同的产出，每个代理人对产出的边际贡献依赖于其他代理人的努力，不可独立观测。[1]本节我们主要讨论霍姆斯特姆(Holmstrom，1982)的团队理论。

阿尔钦和德莫塞茨 (1972)的基本观点是，团队工作将导致个人的偷懒行为(shirking)；为了解决偷懒问题，应该引入一个监督者(monitor，或称委托人)；为了使监督者有积极性监督，监督者应该成为剩余索取者(residual claimant)。这就是古典资本主义企业的由来。霍姆斯特姆(1982b)证明，团队工作中的偷懒问题可以通过适当的激励机制解决；委托人的作用并不是监督团队成员，而是打破预算平衡(breaking budget)，使得激励机制得以发挥作用(至少在阿尔钦和德莫塞茨的确定性环境里是如此)。

首先让我们考虑确定环境的情况。假定有 n 个代理人，$i=1,2,\cdots,n$；代理人 i 选择不可观测的行动 $a_i\in A_i=(0,\infty)$，a_i 的个人成本为 $C_i(a_i)$，$C_i(a_i)$是严格递增的可微凸函数，满足 $C_i(0)=0$。我们用 $a=(a_1\cdots,a_n)=(a_i,a_{-i})$代表所有 n 个代理人的行动向量，其中 $a_{-i}=(a_1,\cdots,a_{i-1},a_{i+1},\cdots,a_n)$代表 i 之外的其他代理人的行动向量。n 个代理人的行动决定一个共同的产出 $x=x(a)$，假定 $x(a)$是严格递增的可微凹函数，满足 $x(0)=0$。总产出 x 在 n 个代理人之间分配。令 $s_i(x)$代表代理人 i 的份额。假定代理人是风险中性的，因此效用函数

[1] 因为每个人的贡献不可独立观测，相对业绩比较或锦标制度是不适用的。此外，应该指出的是，上述定义是阿尔钦和德莫塞茨(Alchian and Demsetz，1972)的定义；在文献中，“团队”也用于团队成员的边际生产率独立的情况。

为 $u_i(s_i,a_i)=s_i(x)-c_i(a_i)$（我们假定代理人的初始财富为零）。问题是有没有办法分配总产出 x 使得所导致的非合作博弈的纳什均衡结果是一个帕累托最优的？

首先假定预算平衡是满足的，即所有代理人的所得之和等于总产出：

$$\sum_{i=1}^{n} s_i(x) = x, \quad \forall\, x \tag{26}$$

将上述等式对 x 微分，得：

$$\sum_{i=1}^{n} s'_i(x) = 1 \tag{27}$$

此时，每个代理人 i 独立地选择 a_i 最大化效用函数 $u_i=s_i(x(a))-c_i(a_i)$。一阶条件为：

$$s'_i(x)x'_i = c'_i(a_i), i = 1,2,\cdots,n \tag{28}$$

这里 $s'_i=\partial s_i/\partial x, x'_i=\partial x/\partial a_i, c'_i=\partial c_i/\partial a_i$。

帕累托最优满足：

$$a^* = \underset{a}{\operatorname{argmax}}(x(a)-\sum_{i=1}^{n} c_i(a_i))$$

一阶条件为：

$$x'_i = c'_i(a_i),\ i = 1,2,\cdots,n \tag{29}$$

比较(28)和(29)可以看出，纳什均衡是帕累托最优要求对于所有的 i，$s'_i=1$；但这个要求与预算平衡约束(27)相矛盾。比如说，如果所有代理人是相同的，$s'_i=1/n$。因此，我们得到如下结论：满足预算平衡约束(27)的纳什均衡努力水平严格小于帕累托最优努力水平。就是说，只要我们坚持预算平衡约束，帕累托最优是不可能达到的。直观地讲，因为每个代理人只能得到自己的边际产出的 $s'_i<1$ 份，所以没有任何代理人有积极性选择最优的努力水平使得边际产出等于边际成

本。这就是我们所熟悉的搭便车问题(free-rider problem),或偷懒问题。

阿尔钦和德莫塞茨(1972)认为,团队工作中存在的搭便车问题可以通过引入委托人来解决。这样,合伙制就被古典资本主义的雇佣制所取代。霍姆斯特姆(1982)证明,搭便车问题不仅是代理人的贡献难以观测的结果,而且同样是预算平衡约束(26)的结果。如果我们放弃预算平衡约束,帕累托最优可以通过纳什均衡达到。因此,引入委托人的目的可能不是监督代理人,而是打破预算平衡(26)。

假定预算约束改为:

$$\sum_{i=1}^{n} s_i(x) \leqslant x \tag{30}$$

考虑如下可行的分配方案:

$$s_i(x) = \begin{cases} b_i, & \text{if} x \geqslant x(a^*) \\ 0, & \text{if} x < x(a^*) \end{cases} \tag{31}$$

这里 a^* 是由条件(29)决定的帕累托最优努力水平向量。简单地说,根据上述分配方案,如果总产出大于或等于帕累托最优产出,代理人 i 得到 b_i;如果总产出小于帕累托最优产出,代理人什么也得不到。

容易证明,在上述方案下,纳什均衡可以实现帕累托最优。选择 b_i 使得 $\sum_{i=1}^{n} b_i = x(a^*)$ 和 $b_i > c_i(a_i^*)$。因为根据帕累托最优,$x(a^*) > \sum_{i=1}^{n} c_i(a_i^*)$,这个条件是可以满足的。给定其他代理人选择 a_{-i}^*,如果代理人 i 选择 $a_i < a_i^*$,那么,$x(a_i, a_{-i}^*) < x(a^*, a_{-i}^*)$,$s_i(x(a_i, a_{-i}^*)) = 0$,$u(0, a_i) = -c_i(a_i) < 0$;相反,如果代理人 i 选择 $a_i = a_i^*$,那么,$x = x(a^*)$,$s_i(x(a^*)) = b_i$,

$u(b_i, a_i^*) = b_i - c_i(a_i^*) > 0$。显然，$a^* = (a_1^*, \cdots, a_n^*)$是一个纳什均衡。

上述方案并非实现帕累托最优的唯一方案。比如说，假定所有代理人是相同的，另一种可考虑的方案是：每个代理人在博弈前缴纳 $\gamma = x(a^*)(n-1)/n$ 的保证金，实际产出按 $s_i(x) = x$分配（因此$\sum_{i=1}^{n} s_i(x) = nx > x$，打破预算平衡约束）。那么，因为 $s'_i = 1$，根据(28)，纳什均衡是帕累托最优的。最终，每个人的净收入为 $x(a^*) - \gamma = x(a^*)/n$。[1]

打破预算平衡的目的是使得"团体惩罚"(group penalties)或"团体激励"(group incentive)足以消除代理人的搭便车行为。因为每个人都害怕受到惩罚（或渴望得到奖金），每个人都不得不选择帕累托努力水平 a_i^*，帕累托最优就作为纳什均衡出现。[2]类似的方案在现实中也确实存在。通常的形式是，个人的固定工资加团体奖金，奖金只有在一个给定的目标（类似这里的 $x^* = x(a^*)$）达到后才能得到。一种极端的形式是，如果企业的业绩不佳，董事会全部被解职。在动态关系中，方案(31)可能表现为中断合作关系的威胁。

但是，这样的团体惩罚方案可能无法通过团队成员自己实施。设想实际产出 x 低于帕累托产出 $x(a^*)$。那么，从事后

---

① 这个方案等价于激励工资 $s_i = \alpha + \beta x$，其中 $\alpha = -\gamma, \beta = 1$。参见 6.4 节有关专业化的讨论。

② 但阿罗(Arrow,1985)指出，上述分配方案存在多重均衡问题，因为许多行动组合都是最优反应。"如果有人偷懒，为了达到目标产出，其他人更努力工作（注：大于帕累托最优水平）是值得的。因此，这个方案并不能保证最优结果，尽管它允许最优结果。"

的角度看，浪费掉 x 不是任何一个团队成员的利益所在；最优的选择是按照某个方案在团队成员之间分配 x。但是，如果每个人都预期到"团体惩罚"不会实施，我们又回到预算平衡的情况，搭便车问题再次出现。上述第二种方案也存在类似的问题。用博弈论的语言讲，这些方案不是子博弈精炼均衡，或者说，不满足动态一致性要求。

解决问题的办法是引入一个索取剩余的委托人：如果实际产出低于 $x(a^*)$，产出归委托人所有（在第二种方案中，委托人从每个代理人处收取保证金，然后按 $s_i=x$ 支付给代理人，委托人的剩余为 $(x(a^*)(n-1)+x)-nx\geqslant 0$）。当然，委托人必须保证如果产出低于 $x(a^*)$ 时不与代理人重新签约（我们知道，委托人确实没有积极性重新签约）；并且，委托人本身不是团队成员。因此，与阿尔钦和德莫塞茨的论点不同，我们在这里看到，委托人的作用并不是监督代理人，而是保证不满足预算平衡的团体激励方案的实施。资本主义企业优于合伙制企业的原因在于它可以使用合伙制下不可行的激励方案。

读者可能注意到，在确定环境下，均衡结果并没有任何剩余留给委托人：在第一种方案下，$\sum_{i=1}^{n} b_i = x(a^*)$；在第二种方案下，$(x(a^*)(n-1)+x(a^*))=nx(a^*)$。因此，确定环境的解决办法并不是一个满意的答案。如果委托人实际上并得不到剩余，谁会愿意去当委托人？然而，霍姆斯特姆证明，即使在不确定环境下，团体惩罚（或团体激励）也可能是很有效的。

假定产出不仅取决于团队成员的努力，而且取决于外生因素 θ 的影响，因此 $x=x(a,\theta)$。使用分布函数的参数化模型方法（见 5.2 节），我们把 x 当作随机变量。令 $F(x,a)$ 和

$f(x,a)$分别为 x 的分布函数和分布密度，假定 $F(x,a)$满足一阶随机占优条件和凸性条件（见5.4节）。考虑如下分配方案：

$$s_i(x) = \begin{cases} s_i x, & \text{if} x \geqslant \bar{x} \\ s_i x - k_i, & \text{if} x < \bar{x} \end{cases} \qquad (32)$$

这里 $k_i>0$，$\sum s_i=1$。显然，(32)满足(30)。根据上述方案，如果产出达不到目标 $\bar{x}$，每个代理人受到 k_i 的处罚，否则，总产出全部分配。假定代理人是风险中性的。那么，代理人的期望效用函数为：

$$Eu_i = W_i + Es_i x(a) - k_i F(\bar{x},a) - c_i(a_i),\ i = 1,2,\cdots,n$$

这里，W_i 是代理人的初始财富，E 是期望算子，$F(\bar{x},a)$为给定 a 情况下 $x \leqslant \bar{x}$（因而代理人受到惩罚）的概率。令 a^* 为帕累托最优，即：

$$a^* \in \arg\max_a (Ex(a) - \sum_{i=1}^{n} c_i(a_i))$$

$$\Rightarrow E_i x(a^*) = c'_i(a_i^*),\ i = 1,2,\cdots,n$$

这里 $E_i x(a)=\partial Ex(a)/\partial a_i$. 纳什均衡的充要条件是：

$$s_i E_i x(a) - k_i F_i(\bar{x},a) - c'_i(a_i) = 0, i = 1,2\cdots,n \quad (33)$$

这里，$F_i(\bar{x},a)=\partial F(\bar{x},a)/\partial a_i$。假定分布函数是有界的，代理人的初始财富足够大，那么，通过调整 $\bar{x}$ 和 k_i 可以保证纳什均衡(33)的解是帕累托最优的。

为了说明这一点，让我们考虑一个简单的例子。假定有两个代理人，x 在$[0,2(a_1+a_2)]$上均匀分布（就是说，代理人的努力决定 x 的上界）。那么，

$$f(x,a) = 1/2(a_1 + a_2),$$

$$F(x,a) = x/2(a_1 + a_2);$$
$$Ex(a) = (a_1 + a_2)$$

假定成本函数 $c_i(a_i)=a_i^2/2$。帕累托最优努力水平为 $a_i^*=1,i=1,2$。再假定 $\bar{x}=a_1^*+a_2^*=2$,则 $F(\bar{x},a)=1/(a_1+a_2)$。纳什均衡条件为:

$$\frac{1}{2}(1) + \frac{k_i}{(a_1+a_2)^2} - a_i = 0,\ i = 1,2$$

根据对称性,在均衡时,$a_1=a_2$。上式可以重新写为:$2a_i^2(2a_i-1)-k_i=0$。$a_i=1$意味着 $k_i=2$。就是说,如果当产出 x 小于 $\bar{x}=2$时,每个代理人被罚款 $k_i=2$(此时每个代理人的收入为 $x/2-2=(x-4)/2<0$),分配方案(32)可以实现帕累托最优。一般地,如果 k_i 和 $\bar{x}$ 满足等式 $k_i=4/\bar{x}$,分配方案(32)可以实现帕累托最优(注意,惩罚的临界点 $\bar{x}$ 越低,惩罚额 k_i 越高)。

但是,通过纳什均衡实现帕累托最优的前提条件是代理人的初始财富 W_i 足够大。如果代理人的初始财富非常有限,帕累托最优可能是达不到的(除非 x 的分布非常集中)。比如说,在上述例子中,如果代理人的初始财富为零,那么,帕累托最优是不可能的。特别地,如果产出的分布随团队人数 n 的增加而迅速扩散(更为正确地讲,对所有的 x,$|F_i|\to 0$),那么,纳什均衡努力水平趋向于0。因此,与确定环境下不同,在不确定环境下,代理人的财富约束一般会限制团队的有效规模和实现帕累托最优的可能性。但是,如果委托人的初始财富足够大,通过将“团体惩罚”改为“团体激励”,帕累托最优仍然可以达到。考虑如下方案:如果 $x>\bar{x}$,委托人支付代理人奖金 b_i;如果 $x\leqslant\bar{x}$,委托人支付代理人 s_ix,($\sum s_i=1$)。那么,通过适

适当调整 b_i 和 $\overline{x}$，帕累托最优可以作为纳什均衡出现（证明过程与前面的类似）。

基于上述论点，霍姆斯特姆认为，委托人的监督只有在团队规模很大、代理人和委托人都面临初始财富约束和代理人是风险规避的时才是重要的（在上面的分析中，我们假定代理人是风险中性的）。直观地讲，通过直接监督代理人，委托人可以收集更多的信息，对代理人的奖惩不再仅基于团队产出作出，这样，一方面减少了团体惩罚（和激励）的必要（从而放松了财富约束），另一方面又降低了代理人承担的风险（如使用相对业绩比较）。

麦克阿斐和麦克米伦（McAfee and McMillan，1991）不仅考虑了团队工作中的道德风险问题（努力不可观测），而且考虑了团队工作中的逆向选择问题（能力不可观测）。他们证明，在适当的条件下，最优工资合同是团队产出的线性函数：$s_i(x)=\alpha_i+s_i x$。如果不存在逆向选择问题，帕累托最优可以通过规定 $s_i=1$ 和代理人向委托人缴纳保证金 $-\alpha_i$ 达到（我们已经讨论过这一点）。但如果存在逆向选择问题，最优的 s_i 小于 1（从而 $-\alpha_i$ 小于没有逆向选择时的水平），这是因为，通过将代理人的边际工资规定得低于边际产出，委托人可以从高能力的代理人身上榨取信息租金。他们证明，不论委托人是只观测团队产出 x 还是观测每个人的贡献，均衡结果是一样的（即使观测个人贡献没有成本）。个人贡献的不可观测性并不一定带来搭便车问题，监督并不是消除偷懒的必要手段。这个观点与霍姆斯特姆（1982b）是一样的。有趣的是，他们认为，监督的作用是约束委托人自己，而不是代理人。这个观点可以作如下说明。假定有 n 个相同的代理人，不存在逆向选择。根据

建立在总产出上的最优合同，每个代理人在事前向委托人缴纳$-a=x(a^*)(n-1)/n$的保证金，委托人在事后向每个代理人支付x，因此对n个代理人的总支付为nx，大于产出x；产出每增加一单位，委托人要支出n个单位；产出越低，委托人的支出越少。因此，委托人可能会故意破坏生产使代理人只能达到较低的产量。委托人也可能受诱惑在生产结束之前携代理人缴纳的保证金一走了事。解决委托人的这种道德风险问题的办法是，让委托人监督代理人而不是收取代理人的保证金。因为在监督的情况下，代理人的产出越高，委托人的剩余越多，委托人不会破坏生产，也没有保证金可以拿着逃跑（或只有较少的保证金可以带走）。

在本节的最后，我们还应该提到伊腾(Itoh, 1991)的模型。在文献中，绝大多数理论在提到"团队工作"时，假定团队本身是外生的（如由于生产技术上的原因），强调的是团队工作的"劣势"（"搭便车"），以及什么样的激励机制有助于解决团队成员的搭便车行为。伊腾(1991)考虑了一个相反的问题：在什么样的情况下，委托人应该通过激励机制诱使代理人互相帮助？因此，在伊腾模型中，团队是内生的。假定有两个代理人，两项工作，每个代理人主要负责一项工作，两种工作的业绩不相关（因此不存在相对业绩比较问题）。委托人要考虑的问题是，是否应该诱使每个代理人除在自己的工作上努力外，还应该花一定的精力帮助他的同伴？这个问题可以进一步分成两个问题。第一个问题是，将一个代理人的收入适当（正地）依赖于另一个代理人的业绩是否能够诱使代理人互相帮助？第二个问题是，如果互相帮助能出现，这样做是否是委托人的利益所在？关于第一个问题，伊腾证明，如果代理人帮

助别人的努力的边际成本在帮助努力等于零时为零(比如说,成本函数为$C(a,b)=C_1(a)+C_2(b)$,其中a是自己工作上的努力,b是帮助努力),答案是肯定的,因为适当帮助别人并不增加自己的边际成本。这种情况在两种工作的差异较大且代理人对不同工作有不同的偏好时会出现。但是,如果两种工作很类似,从而代理人只注重总努力水平(即$C(a,b)=C(a+b)$),答案是否定的。因为此时,帮助的边际成本在$b=0$时严格为正,即使对别人的小小的帮助都会增加自己工作的边际成本,代理人自然不愿意帮助别人。关于第二个问题,伊腾证明,给定第一个问题的答案是肯定的情况下,团队工作(互相帮助)是最优的充分条件是自身努力和帮助努力在如下意义上是战略互补的:来自别人的帮助越多,自己工作越努力。[①] 战略互补性在下述情况下更可能出现,即当别人帮助自己干一些较不重要的事情时,自己可以集中精力干更重要的事情。将上述两个问题结合起来,我们可以得出这样的结论:如果两种努力在成本函数上是独立的但在工作上是互补的,通过激励机制诱使"团队工作"是最优的。直观地讲,适当帮助努力并不增加多少成本,却可以通过使别人更努力工作提高产出。进一步,即使代理人对来自别人帮助的最优反应是减少自己的努力("搭便车",又称为"战略替代性"),如果所导致的自己努力的下降可以大大降低适当努力水平的效用成本,团

① 在博弈论里,正斜率的反应曲线意味着战略互补,负斜率的反应曲线意味着战略替代。比如说,价格竞争是战略互补的(如果你提高价格,我也提高价格),产量竞争是替代的(如果你提高产量,我将减少产量)。关于这个问题的详细讨论见弗得伯格和泰勒尔(1984),Bulow,Geanakoplos 和 Klemperer (1985)。

队工作仍是最优的。这种情况在本职工作特别单调乏味时会出现。[①] 但第一个问题的答案是否定的时，情况比较复杂。互补性不再是团队工作最优的充分条件。委托人必须考虑诱使代理人从事多项工作的成本，这种成本在 $b=0$ 和 $b>0$ 之间是非连续的。当两种努力在工作上的互补性很强时，最优的选择可能是两个极端：或者每个人只专业化于自己的工作，或者是很高程度的团队工作。诱使严格专业化的激励机制是每个人的工资只依赖于自己的工作业绩，诱使高度团队工作的激励机制是每个人的工资主要依赖于团队产出。这一点或许可以部分地解释现实观测到的企业的人事制度。

总结起来说，代理人之间的战略依存（互补或者替代）和他们对不同工作的态度，是决定团队是否最优的两个主要因素。

6.6 最优的委托权安排

在标准的委托—代理模型中，委托人和代理人的身份是给定的，问题是委托人不能观测到代理人的行为，因此不得不让代理人承担一定的风险以激励其努力工作。特别地，如果代理人是风险中性的，最优合同意味着代理人应该是唯一的剩余索取者，委托人只须满足于得到固定的收入。但从严格意义上讲，此时，代理人已变成了事实上的委托人（或者说从原来的委托人手中买断了委托权(principalship)，因为委

① 行为科学家的研究证明，丰富多采的工作内容可以激励个人更努力地工作。

托人之所以是委托人是因为他必须对代理人的行为后果承担责任。[1]尽管委托—代理理论加深了我们对许多制度安排的认识，但制度设计的一个更基本的问题或许是：在一个组织中，谁应该是委托人？谁应该是代理人？或者说，委托权应该如何在组织的不同成员之间进行分配？我们已经看到，如果没有信息不对称，委托权的安排是完全由参与人的风险态度决定的：[2]在有两个参与人的情况下，如果一个参与人是风险中性的，另一个参与人是风险规避的，委托权应该由前者独立拥有；如果两个参与人都是风险规避的，委托权应该在两人之间分享（合伙制）；如果两个参与人都是风险中性的，委托权如何分配是无所谓的。如果存在着信息不对称问题，委托权的分配就要复杂得多。此时，最优委托权安排不仅要考虑风险态度问题，而且要考虑激励问题。当然，风险与激励之间的关系正是标准的委托—代理理论的主题。但在标准的委托—代理理论中，信息不对称只是单方面的：只有代理人参与生产，委托人并不参与生产，因此，只有代理人有私人信息，委托人并没有私人信息。现实中的组织一般都具有团队工作的特点，在团队工作中，信息的不对称是相互的，产出是所有团队成员共同努力的结果，但没有任何成员对其他成员的行为有完全的知识。以企业为例，企业中不仅有直接生产者（"工人"），而且有制定生产经营决策的经营者；不仅经营者不能完全观测工人的行

① 在简单的说法中，我们将拥有私人信息的参与人称为代理人，没有私人信息的参与人称为委托人。但这样说的前提是前者的行为（或私人信息）影响后者的利益，否则，他们之间并不构成委托—代理关系。

② 当然，严格地讲，如果没有信息不对称问题，将风险承担人称为委托人是不恰当的，因为此时，没有任何人对其他人的行为本身承担责任。

为，工人更不容易观测经营者的行为。在标准的委托一代理理论中，经营者是委托人，工人是代理人。但更重要的问题是，为什么经营者是委托人，工人是代理人？

张维迎（1994，1995）建立了一个模型，试图解释企业内部（更一般地，“团队”）最优委托权安排的决定因素。我证明，企业成员在团队生产上的相对重要性和监督上的相对有效性是决定最优委托权安排（assignment of principalship）的重要决定因素。经营者之所以是委托人，是因为经营者的行为最为重要但又最难监督。以下是这个模型的简化表述。

假定企业由两个成员组成，一个是经营成员（用 M 表示），另一个是生产成员（用 P 表示）。为了集中于讨论激励问题，假定企业成员都是风险中性的，效用函数为：

$$U_i(y_i,a_i) = y_i - C_i(a_i) = y_i - \frac{1}{2}a_i^2, i = M,P$$

这里，y_i 是货币收入，a_i 是工作努力水平。

令 Y 为企业产出，生产函数为：

$$Y = f(a_M,a_P) + \varepsilon = a_M^{\alpha}a_P^{1-\alpha} + \varepsilon$$

这里，ε 是均值为零的随机变量。因此，期望产出为 $f(a_M,a_P) = a_M^{\alpha}a_P^{1-\alpha}$. 注意，上述柯布—道格拉斯生产函数反映了团队工作的特征：每个成员努力的边际生产率 $\partial Y/\partial a_i$ 都是另一个成员努力的递增函数。我们将产出对努力的弹性系数 α 和 $1-\alpha$ 解释为对应成员的相对重要性：$\alpha>1/2$ 意味着经营成员更重要，$\alpha=1/2$ 意味着两个成员同等重要，$\alpha<1/2$ 意味着生产成员更重要。总的重要性等于 1。

假定产出的分配方式取如下线性形式：

$$y_M = w_M + \beta(Y - w_M - w_P) = (1-\beta)w_M + \beta(Y - w_P)$$

$$y_P = w_P + (1-\beta)(Y - w_M - w_P)$$

$$= \beta w_M + (1-\beta)(Y - w_M)$$

这里，w_M 和 w_P 分别为经营成员和生产成员的固定工资，β 和 $1-\beta$ 分别为经营成员和生产成员的剩余份额。每个成员的总货币收入是固定工资和剩余收入的加权平均。

剩余索取权是委托权的基本内涵之一。与剩余索取权对应的是委托人的控制权 (control rights)或监督权 (authority of monitoring)。格鲁斯曼和哈特(Grossman and Hart，1986)将委托权(所有权)定义为控制权。但正如弗兰克·奈特(Knight，1921)指出的，没有人愿意替他人承担风险而不要求对他人的控制权，也没有人能不替他人承担风险就能取得对他人的控制权，我们假定委托权是剩余索取权和控制权的统一。[①]我们将控制权解释为委托人要求代理人干后者不会自愿干的事情的权力 (authority)(当然是在一定的限度之内)。这个解释反映了现实中观测到的如下事实：一个人干某件事或者因为他想干(wish to do)，或者因为他不得不干(have to do)。在委托—代理的关系内，委托人只干自己想干的事情，而代理人则必须干自己本来不想干但委托人要求干的事情。委托权安排之所以重要，正在于它影响代理人的行动。

更具体地讲，这里，我们将控制权解释为委托人要求代理人作出比没有监督时更大的工作努力的权力。比如说，如果没

---

① Harris 和 Raviv (1989)为剩余索取权和控制权的统一提供了新的解释。另见 Dewatripont 和 Tirole (1994)。

有委托人的监督，代理人将选择 a_i^0；但委托人的监督可以使代理人选择 $a_i > a_i^0$，如果这种监督在技术上是可行的话。将委托人的监督纳入模型的一个办法是将委托人的监督努力 b_j 作为委托人的选择变量，代理人的工作努力 a_i 作为委托人监督努力 b_j 的函数。b_j 与 a_i 的函数关系称为监督技术。[①]但为了简单起见，我们这里将监督努力隐去，代之以，假定委托人的工作努力起两种作用，一是直接贡献于生产，二是监督代理人。令 a_i^s 为自我努力（即没有监督时的努力），a_i^b 为被监督的工作努力。假设监督技术取如下线性形式：

$$(\text{i})\ a_M^b = \mu a_P^s; \quad (\text{ii})\ a_P^b = \rho a_M^s$$

就是说，M 每增加一单位的努力可以迫使 P 增加 ρ 单位的努力；类似地，P 每增加一单位的努力可以迫使 M 增加 μ 单位的努力。如果 $a_i^b \geqslant a_i^s$（即自我努力小于被监督的努力），i 将不得不选择 $a_i = a_i^b$，我们说 j 对 i 的监督是有效力的（binding）；否则 i 将选择 $a_i = a_i^s$，我们说 j 对 i 的监督是没有效力的。ρ 和 μ 的比较说明监督的相对有效性：$\rho > \mu$ 意味着由经营成员监督生产成员更有效；$\rho < \mu$ 意味着由生产成员监督经营成员更有效；$\rho = \mu$ 意味着由经营成员监督生产成员与由生产成员监督经营成员同等有效。因为监督不可能是完全的，我们假定 $\rho < 1$，$\mu < 1$。如果 $\rho = \mu = 0$，我们说监督在技术上是不可行的。

注意，因为我们的目的是分析最优委托权的决定，我们假定每个成员都可以监督另一个成员。但是，我们将证明，一个成员对另一个成员的监督是否是有效力的完全由剩余索取权 β 决定。因此，我们将 β 等价于委托权安排。$\beta = 1$ 意味着经营

① 见张维迎（1994，1995）。

成员是委托人，生产成员是代理人；$\beta=0$ 意味着生产成员是委托人，经营成员是代理人；$0<\beta<1$ 意味着两个成员互为委托人和代理人（即合伙制）。最优的 β 即为最优的委托权安排。我们的目的是找出什么因素决定最优的 β 和什么为最优的 β。

在我们的假设下，固定工资 w_i 不影响努力水平 a_i；通过调整 w_i，任何的最终收入分配格局都可以实现。因此，最优的 β 即最大化总福利 $W(\beta)$。这里，总福利 $W(\beta)$ 等于总期望产出减努力成本，即 $W=EY-C_M(a_M)-C_P(a_P)$。最优委托权安排的问题可以表述如下：

$$\max_{\beta} W = a_M^{\alpha} a_P^{1-\alpha} - \frac{1}{2}a_M^2 - \frac{1}{2}a_P^2$$

$$\text{s.t. (i) } a_M \in \arg\max_{a_M}\left((1-\beta)w_M + \beta(a_M^{\alpha} a_P^{1-\alpha} - w_P) - \frac{1}{2}a_M^2\right)$$

$$\text{s.t. } a_M \geqslant \rho a_P^{\varepsilon}$$

$$\text{(ii) } a_P \in \arg\max_{a_P}\left(\beta w_P + (1-\beta)(a_M^{\alpha} a_P^{1-\alpha} - w_M) - \frac{1}{2}a_P^2\right)$$

$$\text{s.t. } a_P \geqslant \mu a_M^{\varepsilon}$$

就是说，β 最大化 W，满足两个成员的激励约束：给定 β，每个成员选择 a_i 最大化自己的期望效用，满足监督约束。

上述最优化问题的求解过程可以分为两步。第一步是给定 β，解每个成员的最优化问题，得出 $a_M^*(\beta,\alpha,\mu,\rho)$ 和 $a_P^*(\beta,\alpha,\mu,\rho)$。第二步是给定 $a_M^*(\beta,\alpha,\mu,\rho)$ 和 $a_P^*(\beta,\alpha,\mu,\rho)$，求出最大化总福利的 $\beta^*(\alpha,\mu,\rho)$。

让我们首先考虑监督在技术上完全不可行的情况，即 $\rho=\mu=0$ 的情况。此时，给定 β，两个成员最优化的两个一阶条

件给出如下两个反应函数：

$$a_M = (\beta\alpha)^{\frac{1}{2-\alpha}} a_P^{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}}$$

$$a_P = ((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{1}{1+\alpha}} a_M^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} \tag{34}$$

上述两个反应函数表明，每个成员的努力随另一个成员努力的增加而增加（这是团队工作的结果）；给定对方的努力水平，经营成员的努力在 $\beta=1$ 时达到最大，生产成员的努力在 $\beta=0$ 时达到最大。这个结果是我们所熟悉的：一个人占有的剩余份额越大，工作越努力。

解(34)，我们得到纳什均衡的努力水平为：

$$a_M^{NE} = (\beta\alpha)^{\frac{1+\alpha}{2}}[(1-\beta)(1-\alpha)]^{\frac{1-\alpha}{2}} \tag{35}$$

$$a_P^{NE} = (\beta\alpha)^{\frac{\alpha}{2}}[(1-\beta)(1-\alpha)]^{\frac{2-\alpha}{2}} \tag{36}$$

从上述两式可以看出，纳什均衡努力水平对 β 不是单调的，而是先随 β 的上升而上升，在 β 达到某个点后，如果 β 继续上升，努力水平反而下降。特别地，如果 $\beta=0$ 或 $\beta=1$，$a_M^{NE}=a_P^{NE}=0$。就是说，无论剩余索取权是完全归经营成员还是完全归生产成员，两个成员的努力均为零。这个结果似乎与我们的直感相悖：为什么自己是唯一的剩余索取者时，反而没有积极性工作呢？原因在于，在团队生产情况下，团队成员的努力是相互作用的，即每个成员的努力依赖于其他成员的努力；给定其他成员的努力，每个成员在自己是唯一剩余索取者时作出最大努力，但因为当自己是唯一剩余索取者时，其他成员的努力等于零，自己的最大努力当然为零。直观地讲，尽管剩余完全归己，但如果自己的努力毫无价值，为什么要努力呢？换言之，委托人的积极性被代理人的零积极性摧毁了。这一点说明，在团队工作情况下，如果监督不可能，将委托权完全分配

给任何一个成员都不可能是最优的。[1]

将(35)和(36)分别对 β 求导并令导数为零，我们得到如下结果：经营成员的努力 a_M^{NE} 在 $\beta=(1+\alpha)/2$达到最大；生产成员的努力 a_P^{NE} 在 $\beta=\alpha/2$达到最大。就是说，使每个成员纳什均衡努力达到最大的剩余份额 β 随该成员的相对重要性的上升而上升(记住，经营成员的份额是 β，相对重要性是 α；生产成员的份额是$1-\beta$，相对重要性是$1-\alpha$)。如图6.6所示。直观地讲，一个成员在生产上越重要，其他成员的努力对他的边际生产率的影响越小。极端地，如果 $\alpha=1$，生产成员对生产没有任何贡献，经营成员的努力随 β 上升而上升，一直到 $\beta=1$时达到最大。

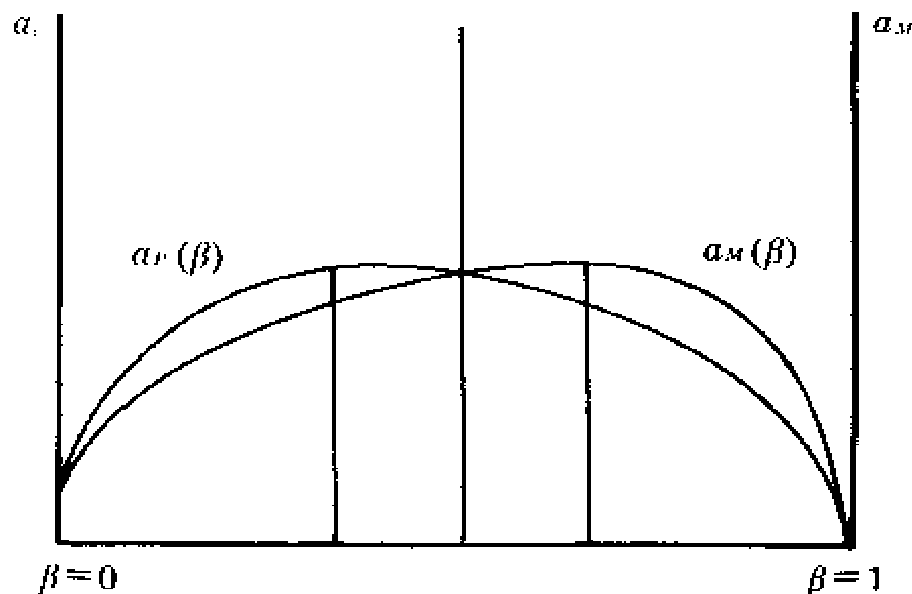


图6.6 最大努力水平与委托权安排的关系

---

① 在 $\beta=0$和 $\beta=1$时 $a_M^{NE}=a_P^{NE}=0$当然有些极端，这是来自柯布—道格拉斯生产函数的假设(更一般地说，来自 $f(a_M,0)=f(0,a_P)=0$)。但纳什均衡努力的非单调性却是一般的，只要生产涉及团队因素。

现在考虑最优的委托权安排 β^*。首先注意到，上述结论意味着，当 $\beta \leqslant \alpha/2$ 时，两个成员的努力都随 β 的上升而上升；当 $\beta \geqslant (1+\alpha)/2$ 时，两个成员的努力都随 β 的上升而下降。因此最优的 β 一定在区间 $[\alpha/2, (1+\alpha)/2]$，即 $\beta^* \in [\alpha/2, (1+\alpha)/2]$。将 a_M^{NE} 和 a_P^{NE} 代入福利函数，并经适当运算得：

$$\begin{aligned}W(\beta) = & (\beta\alpha)^{\alpha}((1-\beta)(1-\alpha))^{1-\alpha} \\ & -\frac{1}{2}(\beta\alpha)^{1+\alpha}((1-\beta)(1-\alpha))^{1-\alpha} \\ & -\frac{1}{2}(\beta\alpha)^{\alpha}((1-\beta)(1-\alpha))^{2-\alpha} \\ = & \frac{1}{2}(\beta\alpha)^{\alpha}((1-\beta)(1-\alpha))^{1-\alpha}(1-2\beta\alpha+\alpha+\beta)\end{aligned}$$

对 β 求导令其为零，整理后得一阶条件：

$$\beta^2(2\alpha-1)-\beta(\alpha+\alpha^2)+\frac{1}{2}(\alpha+\alpha^2)=0 \qquad (37)$$

或写为：

$$\beta^* = \frac{(\alpha+\alpha^2)-\sqrt{(\alpha+\alpha^2)(\alpha-2)(\alpha-1)}}{2(2\alpha-1)} \qquad (38)$$

(38)说明最优剩余份额（委托权安排）是由企业成员的相对重要性唯一决定的。仔细分析可知 $\partial\beta^*/\partial\alpha>0$，即企业成员的最优剩余份额随着自己在生产中的相对重要性的上升而上升，一个人越是重要，他占有的剩余份额应该越大。当只当两个成员同等重要时，最优剩余份额才相同（即 $\alpha=1/2 \Rightarrow \beta^*=1/2$）。直观地讲，给定两个成员具有一样的偏好，最优化要求更重要的成员作出更大的努力，而更大的努力只有更重要的成员占有更大的剩余份额时才能达到。进一步分析二阶导数 $\partial^2\beta^*/\partial\alpha^2$，可知：

$$\frac{\partial^2 \beta^*}{\partial \alpha^2}\begin{cases}< 0, \text{ if}\alpha < 1/2 \\ = 0, \text{ if}\alpha = 1/2 \\ > 0, \text{ if}\alpha > 1/2\end{cases} \tag{39}$$

就是说，尽管 β^* 随 α 的上升而上升，但二者的关系并不是线性的，更重要成员的剩余份额相对小于他的重要性，较不重要成员的剩余份额相对大于他的重要性。比如说，如果 $\alpha=0.4$（即生产成员更重要），$\beta^*=0.433$（经营成员的剩余份额大于他的相对重要性）；如果 $\alpha=0.6$（即经营成员更重要），$\beta^*=0.567$（经营成员的剩余份额小于他的相对重要性）。从微观经济学里我们知道，帕累托最优意味着要素在产出中的相对份额等于他的产出弹性，即 $\beta=\alpha$。上式结果表明，在团队生产情况下，最优产出的分配偏离帕累托最优分配（除非 $\alpha=1/2$）。这里的原因在于，更重要成员的边际产出正地依赖于较不重要成员的努力，较不重要从而剩余份额较低的成员有更大的

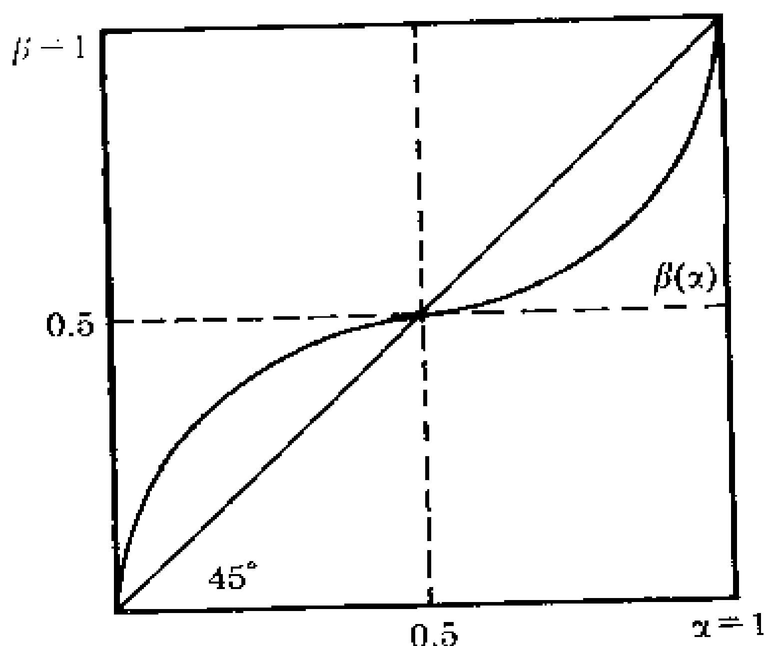


图6.7　最优剩余份额与相对重要性的关系

积极性偷懒，为了弱化他的“廉价”偷懒行为，有必要让他占有相对多一点的剩余份额。图6.7给出了 β^* 与 α 关系的直观描述。

以上我们讨论了监督在技术上不可行的情况，现在我们转向讨论监督在技术上可行的情况：$\rho>0,\mu>0$。当监督在技术上不可行时，最优化要求团队成员分享剩余。但当监督在技术上可行时，上述结论一般并不成立。特别地，我们将证明，如果监督足够有效，委托权的单方所有是最优的。

当 $\rho>0,\mu>0$时，两个成员的反应函数分别为：

$$a_M = \max\{(\beta\alpha)^{\frac{1}{2-\alpha}} a_P^{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}}, \mu a_P^s\}$$

$$a_P = \max\{((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{1}{1+\alpha}} a_M^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}, \rho a_M^s\} \qquad (40)$$

其中，括号内的第一项是由(34)决定的自我努力，第二项是由监督技术决定的被监督的努力。就是说，如果 i 的自我努力大于被 j 监督的努力，i 的实际努力等于自我努力，否则，i 的实际努力等于被监督的努力。

我们首先证明，存在一个 $\beta_P\in(0,1)$和一个 $\beta_M\in(0,1)$(且 $\beta_M>\beta_P$)使得：如果 $\beta\in[0,\beta_P]$，生产成员监督经营成员(即 $a_P=a_P^s, a_M=a_M^b=\mu a_P^s$)；如果 $\beta\in[\beta_M,1]$，经营成员监督生产成员(即 $a_M=a_M^s, a_P=a_P^b=\rho a_P^s$)；如果 $\beta\in(\beta_P,\beta_M)$，没有任何一个成员监督另一个成员，每个成员的努力都是自我努力(即 $a_M=a_M^s, a_P=a_P^s$)。我们将$[0,\beta_P]$称为生产成员的监督区域，$[\beta_M,1]$称为经营成员的监督区域，(β_P,β_M)称为非监督区域。

容易看出，当 $\beta=0$时，经营成员不可能有积极性(也没有必要)监督生产成员，但生产成员有积极性监督经营成员。类

似地，当 $\beta=1$ 时，生产成员不可能有积极性（也没有必要）监督经营成员，但经营成员有积极性监督生产成员。因为从反应函数可知，生产成员的自我努力 a_P^s 随 β 的上升而下降，经营成员的自我努力 a_M^s 随 β 的上升而上升，因此，一定有一个转换点 β_P 使得当 $\beta>\beta_P$ 时生产成员不再有积极性监督经营成员，和一个转换点 β_M 使得当 $\beta\geqslant\beta_M$ 时经营成员开始有积极性监督生产成员。因为当经营成员的自我努力大于被监督的努力时，生产成员的监督是没有意义的，因此，$\beta_P<\beta_M$。[①]

当 $\beta\leqslant\beta_P$ 时，

$$a_M=a_M^h=\mu a_P^s,a_P=a_P^s=((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{1}{1+\alpha}}a_M^{\frac{\alpha}{1+\alpha}}$$

解得：

$$a_P=(1-\beta)(1-\alpha)\mu^{\alpha};$$

$$a_M=(1-\beta)(1-\alpha)\mu^{1+\alpha} \tag{41}$$

显然，a_P 和 a_M 都随 β 和 α 的上升而下降，但随 μ 的上升而上升。就是说，生产成员占有的剩余份额越大，他在生产上越重要，他的监督越有效，他的自我努力和监督积极性越高。

当 $\beta\in(\beta_P,\beta_M)$ 时，纳什均衡与监督在技术上不可行时一样：

$$a_M=(\beta\alpha)^{\frac{1+\alpha}{2}}((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{1-\alpha}{2}}$$

$$a_P=(\beta\alpha)^{\frac{\alpha}{2}}((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{2-\alpha}{2}}$$

当 $\beta\geqslant\beta_M$ 时，$a_M=a_M^s=(\beta\alpha)^{\frac{1}{2-\alpha}}a_P^{\frac{1-\alpha}{2-\alpha}}$，$a_P=a_P^h=\rho a_M^s$。解得：

$$a_M=\beta\alpha\rho^{1-\alpha},$$

$$a_P=\beta\alpha\rho^{2-\alpha} \tag{42}$$

就是说，经营成员占有的剩余份额越大，在生产上越是重要，

① 在更为复杂的模型中，我们允许互相监督的可能性。见张维迎（1994，1995）。

监督越有效，他的自我努力和监督积极性越高。

因为 β_P 和 β_M 分别满足下述两个条件：

$$\beta_P: a_M^b = a_M^s$$

$$\Rightarrow (1-\beta)(1-\alpha)\mu^{1+\alpha} = (\beta\alpha)^{\frac{1+\alpha}{2}}((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{1-\alpha}{2}}$$

和

$$\beta_M: a_P^b = a_P^s$$

$$\Rightarrow \beta\alpha\rho^{2-\alpha} = (\beta\alpha^{\frac{\alpha}{2}})((1-\beta)(1-\alpha))^{\frac{2-\alpha}{2}}$$

因此，我们有：

$$\beta_P = \frac{(1-\alpha)\mu^{2(1+\alpha)}}{\alpha + (1-\alpha)\mu^{2(1+\alpha)}} \tag{43}$$

和

$$\beta_M = \frac{1-\alpha}{\alpha\rho^{2(2-\alpha)} + (1-\alpha)} \tag{44}$$

注意，对于所有的 $\rho<1$，$\mu<1$，$\beta_P+(1-\beta_M)<1$。这一点再次

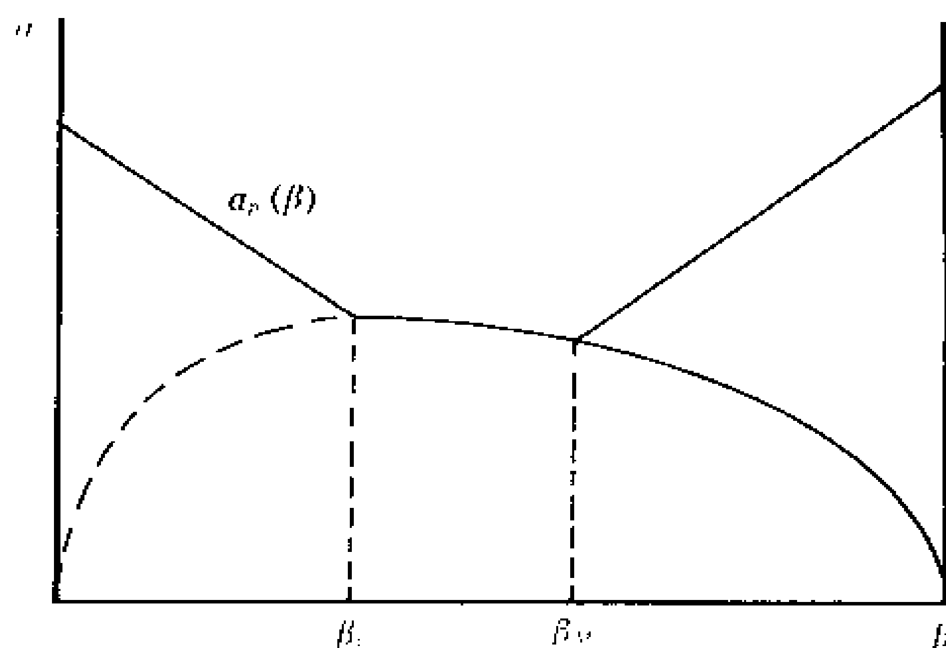


图6.8　生产成员的努力供给曲线

证明 $\beta_P<\beta_M$。只有当 $\rho=\mu=1$（即监督是完全的），$\beta_P=\beta_M=1-\alpha$，不存在非监督区域。

对(43)和(44)求导可知，$\partial\beta_P/\partial\mu>0$，$\partial\beta_M/\partial\rho<0$，$\partial\beta_P/\partial\alpha<0$，$\partial\beta_M/\partial\alpha<0$。就是说，每个成员的监督区域随自己监督的有效性和在生产上的相对重要性而扩大。图6.8和图6.9描述了两个成员的努力供给曲线（图中的虚线是自我努力曲线）。

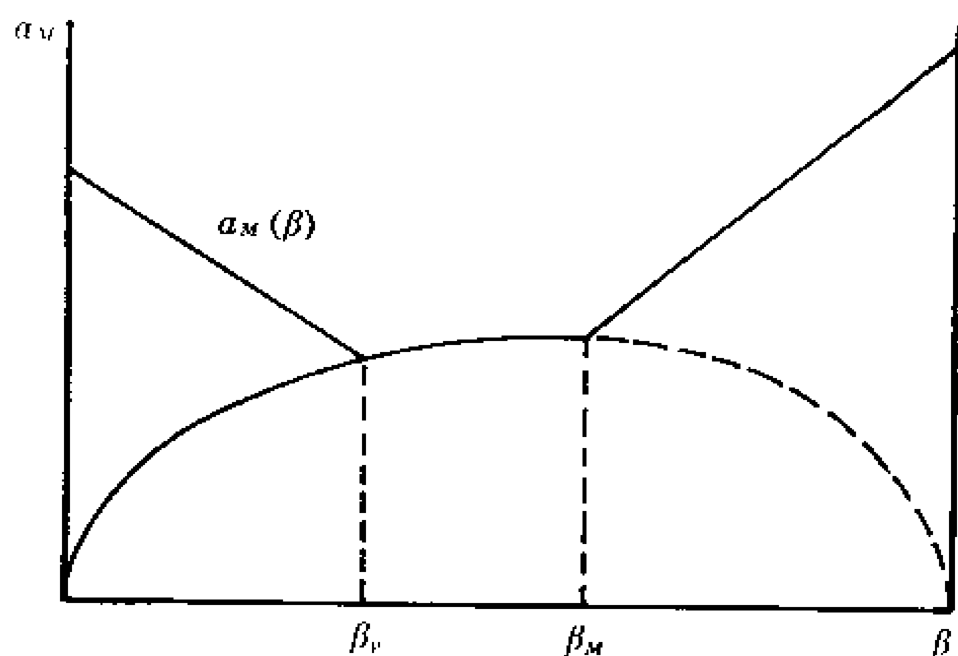


图6.9　经营成员的努力供给曲线

有了上述结果，我们现在来讨论最优委托权的安排。首先注意到，在生产成员监督区域$[0,\beta_P]$，两个成员的努力都随 β 的上升而下降，因此，$\beta=0$严格优于所有的 $\beta\in(0,\beta_P)$；类似地，在经营成员监督区域$[\beta_M,1]$，两个成员的努力都随 β 的上升而上升，因此，$\beta=1$严格优于所有的 $\beta\in(\beta_M,1)$。因此，我们只需要比较 $\beta=0$和 $\beta=1$及非监督区域 $\beta\in(\beta_P,\beta_M)$。进一步，因为在非监督区域，所有的 β 严格劣于由(38)决定的 β^*，我们只须比较 $\beta=0$、$\beta=1$和 β^*。

如果 $\beta^* \in [0,\beta_P]$或 $\beta^* \in [\beta_M,1]$，β^*严格劣于 $\beta=0$或 $\beta=1$。我们只须比较 $\beta=0$和 $\beta=1$。如果 $\beta^* \notin [0,\beta_P]$和 $\beta^* \notin [\beta_M,1]$，我们必须将 $\beta=0$、$\beta=1$和 β^*同时比较。要计算出每种安排下的福利函数是很困难的，但显然，如果监督足够有效（即 ρ 和 μ 足够大），β^*就劣于 $\beta=0$和 $\beta=1$。我们现在假定这一点成立。[1]比较 $\beta=0$和 $\beta=1$，将(41)和(42)分别代入福利函数得：

$$W(\beta=0)=(1-\alpha)\mu^{2\alpha}(1-0.5(1-\alpha)(1+\mu^2)) \quad (45)$$

和

$$W(\beta=1)=\alpha\rho^{2(1-\alpha)}(1-0.5\alpha(1+\rho^2)) \quad (46)$$

(45)和(46)表明，$W(1)$是大于还是小于 $W(0)$是由 α 和 (ρ,μ)决定的。换言之，最优委托权安排取决于企业成员的相对重要性和监督的相对有效性。容易检查证实，如果 $\alpha\geqslant 1/2$，$\rho>\mu$，则 $W(1)>W(0)$。就是说，如果经营成员在生产上更为重要，如果经营成员监督生产成员比生产成员监督经营成员更为容易，将委托权分配给经营成员是最优的。进一步，即使 $\alpha<1/2$(但不能太小)，但如果 ρ 充分大于 μ，或者，即使 $\rho<\mu$（但不能太小），但如果 α 足够大，经营成员拥有委托权仍是最优的。只有当 $\alpha=1/2$且 $\rho=\mu$ 时，谁拥有委托权才是不重要的（但如果监督足够有效，单方委托权优于委托权的分享制）。

我们的上述结论为观测到的古典资本主义企业中的委托权安排提供了一个解释。因为在不确定的环境里，决定企业生存和发展的关键因素是经营者的决策，经营者的行为又最难

---

① 如果监督在技术上是可能的，但不是非常有效，尽管存在监督区域，剩余分享制可能是最优的。

以监督(相对而言,监督工人要容易得多),因此,让经营者拥有委托权(剩余索取权和控制权)是最优的。当工人拿固定工资时,他们没有自我积极性,但这种自我积极性的损失可以由来自经营者的监督的积极性弥补。相反,如果让工人拥有委托权,他们无法有效地监督经营者,结果是,不仅经营者没有积极性,工人也没有积极性(给定经营者不努力,工人努力没有多大用处)。

上述理论也可以为合伙制(委托权分享制)提供解释。如果两个成员同等地重要($\alpha=1/2$),又同样难以被监督($\rho=\mu\to0$),合伙制是最优的。另一种可能的情况是,两个成员同等重要,但都非常容易被监督,此时,重要的是让一方拥有委托权,而谁拥有本身是不重要的。这样的企业可以称为阿尔钦—德莫塞茨企业。图6.10描述了不同情况下的总福利与委托权安排的关系。

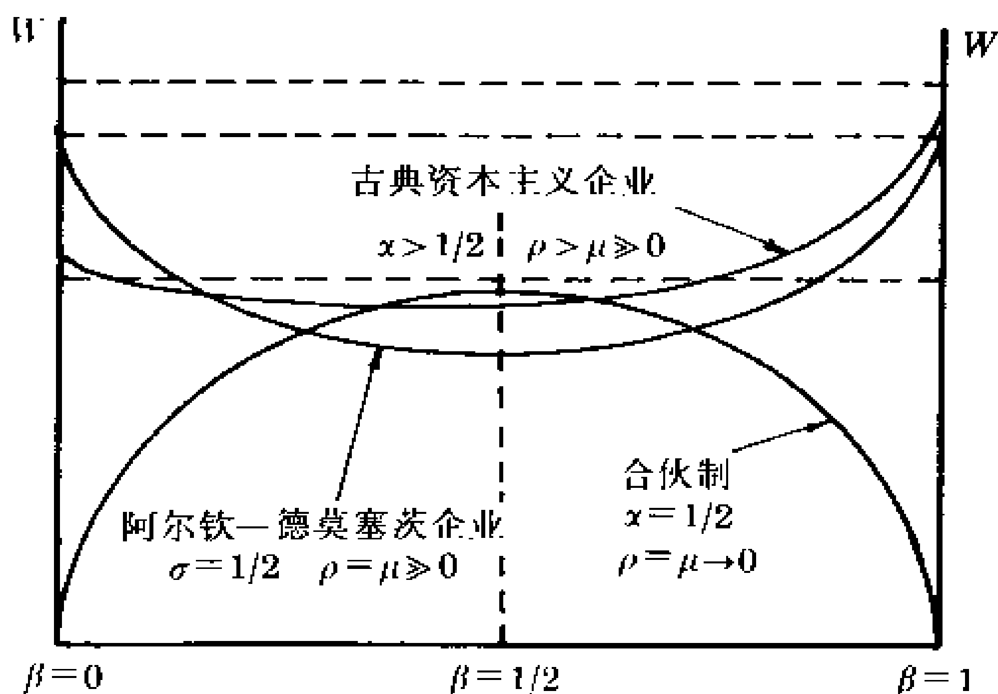


图6.10 对应不同情况的最优委托权安排

以上的分析中，我们忽略了团队成员的风险态度问题。一般来说，风险规避度与相对重要性和监督的相对有效性相互作用于委托权安排。但即使经营者比生产者更害怕风险，如果经营者的相对重要性足够大，对他监督非常困难，让经营者拥有委托权仍然优于让生产者拥有委托权。[①]

进一步阅读

本章的内容基本上都取自原始文献，不过，Milgrom 和 Roberts (1992)第7章是一个很好的参考读物。Putterman 和 Skillman (1988)分析了不同监督技术和报酬制度假设下监督对工作努力的影响。

练习题

1. 在6.1节中，证明：(1)声誉效应意味着，当工作三阶段时，经理在第一阶段的努力水平高于当只工作两阶段时的努力水平；(2)棘轮效应意味着，当工作三阶段时，经理在第一阶段的努力水平低于当只工作两阶段时的努力水平；(3)在两阶段模型中，假定经理对 θ(经营能力或企业内在生产力)的所有权为 b，经理的最优化行为意味着 $\partial c/\partial a_1=\beta_1+(b-\beta_2)\varphi$(所有符号的定义与正文中相同)。

① 参见张维迎(1994，1995)第2章第6节。

2.（下面的例子取自 Tirole，(1988)第41页，目的是说明，当货币激励对单个代理人并不是很有效时，引入"锦标竞争"可以改进激励机制。）一个经理负责一个项目的建设，项目的建设成本为$C=\theta-a$，其中$\theta\in[\underline{\theta},\overline{\theta}]$是一个期望值为$E\theta$的随机变量，$a$是经理的努力。经理的效用函数为$U(w,a)=u(w)-g(a)$，其中$g(a)$是努力的成本函数，满足$g'>0,g''>0$和$g'(0)>0$；$u(w)$是如下定义的效用函数：

$$u(w)=\begin{cases}-\infty & \text{if} w<\overline{w}\\ \overline{u}+\lambda(w-\overline{w}), & \text{if} w\geqslant\overline{w}\end{cases}$$

这里，$\overline{w}$可以解释为"生存工资"，λ是一个非常小的正数，对于所有的a，$\lambda\leqslant g'(a)$。就是说，经理是极端风险规避的，感兴趣的只是在最坏状况下的效应水平：$\min_\theta U(w,a)$。经理在签订合同之后但选择a之前观测到θ，委托人能观测到C，但不能观测到θ或a；因此，工资是C的函数（记为$w(C)$），经理的目标可以写成：

$$\min_\theta(\max_a(u(w(\theta\text{-}a))\text{-}g(a))$$

令U_0是经理的保留效用，$a^*>0$满足定义$u(\overline{w})-g(a^*)=U_0$。委托人的目标是最小化项目的期望成本。

(1)证明，如果委托人能观测到θ和a，最优合同将是：对于所有的θ，$w=\overline{w}$；$a=a^*$；项目的期望成本为$\overline{w}+E\theta-a^*$。

(2)证明，当委托人不能观测到θ和a时，最优合同为：

$$w\begin{cases}=\overline{w}, & C\leqslant\overline{\theta}-a^*\\ <\overline{w}, & C>\overline{\theta}-a^*\end{cases}$$

项目的预期成本为$\overline{w}+\overline{\theta}-a^*$。

(3)假定委托人可以将该项目交给两个经理，委托人要支

付的项目成本为 $\min(C_1,C_2)$，其中 $C_i=\theta-a_i, i=1,2$（从而两个经理的成本是完全相关的）。证明，最优合同为：

$$w_i(C_i,C_j)\begin{cases}=\overline{w}, & C_i=C_j\\ <\overline{w}, & C_i>C_j\\ =\overline{w}+g'(a^*)(C_j-C_i)/\lambda, & C_i<C_j\end{cases}$$

并且，当只当 $\overline{w}\leqslant\overline{\theta}-E\theta$ 时，委托人将选择雇佣两个经理而不是一个经理。

3.（下面的例子改编自 Rasmusen（1994）第207—208页，显示道德风险在没有竞争对手的情况下更为严重。）假定企业有两种技术可供采用，F 和 C；在每种技术下，生产成本有 θ 的概率为 $c=1$ 和 $1-\theta$ 的概率为 $c=2$。经理可以随机地选择一种技术，也可以在调查之后选择成本相对低的技术（如果调查发现两种技术成本相同，任选一种）。股东可以观测到经理选择了哪一种技术和企业的生产成本，但不能观测到经理是否花时间调查过。比如说，当股东观测到经理选择了技术 F 和生产成本为 $c=2$ 时，股东并不知道经理是没有调查就选择了 F，还是调查后发现两种技术的成本都是 $c=2$。因此，经理的工资只能以观测到的成本而定：(w_1,w_2)，其中 w_1 是观测到 $c=1$ 时的工资，w_2 是观测到 $c=2$ 时的工资。假定经理的效用函数为 $U=\ln w-a$，其中 a 有两个可能的取值：$a>0$（如果调查）或 $a=0$（如果不调查）；经理的保留工资为 $\overline{w}$。

（1）假定股东希望经理调查，写出经理的参与约束和激励相容约束条件，并证明最优合同为：$w_1=\overline{w}e^{a/\theta}$，和 $w_2=\overline{w}e^{-a/(1-\theta)}$。

（2）假定存在另一个情况完全相同的企业，两个企业都实行如下合同：如果自己企业的成本高于对方，经理将受到严重

惩罚(如支付足够低的工资);否则,$w_1=w_2=\overline{w}+a$。证明:两个经理面临一个囚徒困境:尽管两人都不调查是一个帕累托最优,但由于害怕另一个经理调查,自己也选择调查。(你认为这两个经理有可能合谋吗?)

4.(Mas-Colell-Whinston-Green)企业的利润 π 等于收入 R 减成本 C:$\pi=R-C$,经理的努力通过对收入和成本的影响决定企业利润,但不同的选择对收入和成本的影响是不同的。令 $f_R(R|a)$ 和 $f_c(C|a)$ 分别为给定经理努力 a 时收入和成本的密度函数;假定,对于给定的 a,$R\in[\underline{R},\overline{R}]$ 和 $C\in[\underline{C},\overline{C}]$ 是独立分布的,且 $f_R(R|a)>0$,$f_c(C|a)>0$。设想经理有两个努力选择:$a=\{a_R,a_c\}$,其中 a_R 代表花较多的时间于销售、较少的时间于成本控制,a_c 代表相反的情况。根据一阶随机占优条件,$F_R(R|a_R)<F_R(R|a_c)$,$F_c(C|a_c)>F_c(C|a_R)$。进一步,假定单调似然率特征成立:$(f_R(R|a_R)/f_R(R|a_c))$ 是 R 的增函数,$(f_c(C|a_R)/f_c(C|a_c))$ 是 C 的增函数。经理的效用函数为 $U(w,a)=\sqrt{w}-g(a)$,保留效用为 $U_0=0$。最后假定经理偏好增加销售而不是降低成本:$g(a_R)<g(a_c)$。

(1)假定 R 和 C 都是可观测的,股东想要经理选择 a_c。导出最优激励合同 $w(R,C)$。

(2)如果经理可以将收入处理掉而不被发现(也不给自己带来好处),答案与(1)有什么不同?

(3)进一步,如果股东(和法庭)都不能观测到成本 C,最优合同又会如何变化?

5.在两次世界大战期间,美国汽车业蓝领工人的工资制度有两个基本特征:一是空间上的多样性,二是动态时间序列

上的收敛性。从空间上看，可以说是五花八门的工资制度同时并存：有线性记件工资（工人从每单位产出中得到固定报酬），分段线性工资（总产出划分为几个区间，不同产出区间的工资率不同，且工资率随产出区间的升高而升高），非线性记件工资，也有奖金、记时工资等。即使同为记件工资（或奖金），有的以个人为单位，有的以小组、车间甚至整个工厂为单位。从时间序列上看，工资制度变化的基本趋向是由基于个人业绩的记件工资逐步向基于团体业绩的和记时的工资制收敛。与此相对应的是，美国汽车工业组织也有两个显著特征：一是不同的生产技术和组织同时并存，如有的工厂用传统的手工方式组装 汽车，零部件是非标准化的，而有的工厂使用自动生产线组装，零部件是标准化的（自动化和标准化被称为福特方式）；二是福特方式的自动化和标准化制度随着时间的推移逐步扩散到整个汽车行业。Raff (1995)的研究发现，汽车工业工资制度的变化与生产技术的变化之间有着高度相关性。使用你在本章中学的理论解释为什么生产技术的变化必然引起工资制度的变化。（或许，你需要找来看一些有关汽车产业发展方面的书籍；Raff 的文章当然是最好的参考。）

6. 一个地主雇了一个短工为他搞收割，短工可能勤奋也可能偷懒。如果勤奋，每天的产量为260公斤；如果偷懒，产量为100公斤。地主不可能根据短工的努力水平或产量给短工支付报酬，但如果愿意的话，地主每天可以抽出半个时辰遛到地里检查；半个时辰对地主来说值10公斤粮食。如果地主检查，他可能发现两种结果：短工正在睡觉或正在工作。每种情况出现的概率与短工的行为有关。勤奋的短工被发现正在睡觉的概率为0.1（记住，再勤奋的人也得休息），而偷懒的短工被发

现正在睡觉的概率为0.6(你可以解释为:勤奋的短工用10%的时间休息,而偷懒的短工有60%的时间在休息)。地主可以根据观测到的结果支付短工工资:$\{\underline{w},\overline{w}\}$,其中 $\underline{w}$ 是观测到短工睡觉时的工资,$\overline{w}$ 是观测到短工工作时的工资。假定地主是风险中性的,短工是风险规避的;短工的效用函数为 $U=\sqrt{w-a}$,其中 $a=0$(偷懒),或 $a=5$(勤奋);保留效用为 $U_0=9$。

(1)证明在完全信息下,勤奋是最优的。

(2)给出不完全信息下的参与约束和激励相容约束;什么是不完全信息下的最优激励合同?

7. 一个企业雇佣一个长生不老的工人;工人可以选择努力工作或偷懒。如果努力工作,产出为 H;如果偷懒,有 p 的概率产出为 H,$1-p$ 的概率产出为 L(这里,$0<p<1$,$H>L$)。企业对工人实行固定工资制度,年工资为 w^*。企业的雇佣政策是:当只当在第 t 年及之前的产出一直为 H 时,该工人才会在 $t+1$年被继续雇佣。假定工人的单阶段效用函数为 $U(w,a)=w-a$ 其中 w 是工资收入,a 是努力工作的成本(因此 $a>0$,如果努力工作;$a=0$,如果偷懒。)假定工人离开企业后的年收入为 w_0($<w^*$),贴现因子是 $\delta<1$。问题:当 w^* 取什么值时,永不偷懒才是工人的最优选择?解释你的结果。

8. 考虑一个由10人组成的团队,团队产出函数为 $Y=5\sum_{i=1}^{10}a_i$,其中 a_i 是成员 i 工作时间;成员的效用函数为 $U_i(x_i,y_i)=(x_i)^2y_i$,其中 x_i 是闲暇时间,y_i 是消费量。假定每个成员的总时间存量为 T。

(1)如果实行合伙制，产出在成员之间平均分配，什么是纳什均衡工作时间和产出？

(2)设想你是一个富有的局外人，想成为这个团队的“委托人”。设计一个团体激励或惩罚合同，在该合同下：①所有10个成员的福利都不低于合伙制下(因而愿意接纳你为委托人)；②帕累托最优可以通过纳什均衡实现。证明：如果你是10名成员之一，帕累托最优不可能达到。

(3)假定10人中的一人专业化于“监督”(monitor)，并索取剩余；监督技术为 $a_i=\lambda M$，其中 M 是监工的监督时间。当 λ 取什么值时，这样的阿尔钦—德莫塞茨企业帕累托优于合伙制企业？

9. 在6.6节中，假定产出函数为 $Y=f(a_M,a_P)=(\alpha a_M^{1-\gamma}+(1-\alpha)a_P^{1-\gamma})^{\frac{1}{1-\gamma}}$，其中 α 度量相对重要性，γ 度量生产的团队化程度(the degree of teamwork)(解释为什么)。假定监督在技术上是不可能的。求给定剩余索取权分配下的纳什均衡努力，并导出最优剩余索取权安排 β 与 α 和 γ 的关系，解释你的结果(参阅张维迎(1995)第2章)。

参考文献

教科书类

Milgrom, P., and J. Roberts, 1992, *Economics, Organization and Management*, chapters 7, New Jersey: Prentice-Hall International Inc.

经典文献及其他

Alchian, A., and H. Demsetz, 1972, "Production, Information Costs and Economic Organization", *American Economic Review* 62:777—95.

Arrow, K., 1985, "The Economics of Agency", in J. Pratt and R. Zeckhuaser (eds.) *Principal and Agents: The Structure of Business*, pp. 37—51, Boston: Harvard Business School Press.

Bernheim, D., and Michael Whinston, 1986, "Common Agency", *Econometrica* 54:923—42.

Bulow, J., J. Geanakoplos and P. Klemperer, 1985, "Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements", *Journal of Political Economy* 93:498—511.

Dewatripont, M., and J. Tirole, 1994, "A Theory of Debt and Equity: Diversity of Securities and Manager — Shareholder Congruence", *Quarterly Journal of Economics* 109:1027—54.

Fama, E., 1980, "Agency Problems and the Theory of the Firm", *Journal of Political Economy* 88:288—307.

Fudenberg, D., B. Holmstrom and P. Milgrom, 1990, "Short—term Contracts and Long—term Agency Relationship", *Journal of Economic Theory* 51:1—31.

Fudenberg, D., and J. Tirole, 1984, "The Fat Cat Effect, Puppy Dog Ploy and the Lean and Hungry Look", *American Economic Review (Papers and Proceedings)* 74:361—368.

Hart, O., and B. Holmstrom, 1987, "Theory of Contracts", in *Advances in Economic Theory: fifth world congress*, edited by T. Bewley. Cambridge University Press.

Holmstrom, B., 1982a, "Managerial Incentive Problem -- A Dynamic Perspective", in *Essays in Economics and Management in Honour of Lars Wahlbeck*. Helsinki: Swedish School of Economics.

Holmstrom, B., 1982b, "Moral Hazard in Team", *Bell Journal of Economics* 13:324—40.

Holmstrom, B., and Ricard I Costa, 1986, "Managerial Incentives and Capital Management", *Quarterly Journal of Economics* 101:403—60.

Holmstrom, B., and P. Milgrom, 1987, "Aggregation and Linearity in the Provision of Intertemporal Incentives", *Econometrica* 55:303—28.

Holmstrom, B., and P. Milgrom, 1991, "Multi — Task Principal—Agent Analyses: Incentive Contracts, Asset Ownership and Job Design", *Journal of Law, Economics and Organization* 7:24—52.

Itoh, H., 1991, "Incentives for Help in Multi—Agency Situation", *Econometrica* 59:611—36.

Lazear, E., 1979, "Why is There Mandatory Retirement?", *Journal of Political Economy* 87:1261—84.

Lazear, E., and S. Rosen, 1981, "Rank—Order Tournaments as Optimum Labour Contracts", *Journal of Politi-*

cal Economy 89:841—64.

Malcomson, J., 1984, "Work Incentive, Hierarchy and Internal Labour Markets", *Journal of Political Economy* 92: 486—507.

Martimort, D., 1996, "Exclusive dealing, common agency, and multiprincipal incentive theory", RAND *Journal of Economics* 27:1—31.

McAfee, R., and J. McMillan, 1991, "Optimal Contracts for Teams", *International Economic Review* 32:561—77.

Meyer, M., and J. Vickers, 1994, "Performance Comparison and Dynamic Incentive", mimeo, Nuffield College, Oxford University.

Meyer, M., T. Olsen and G. Torsvik, 1996, "Limited Intertemporal Commitment and Job Design", *Journal of Economic Behavior and Organization*, forthcoming. *Discussion Paper* no. 102 (Sept. 1995), Nuffield College, Oxford.

Putterman, L., and G. Skillman, 1988, "The Incentive Effects of Monitoring Under Alternative Compensation Scheme", *International Journal of Industrial Economics* 6: 109—119.

Radner, R., 1981, "Monitoring Cooperative Agreement in a Repeated Principal—Agent Relationship", *Econometrica* 49:1127—48.

Radner, R., 1985, "Repeated Principal—Agent Game with Discounting", *Econometrica* 53:1173—98.

Raff, Daniel, 1995, "The Puzzling Profusion of Compensation Systems in the Interwar Automobile Industry", in N. Lamoreaux and D. Raff (eds.) *Coordination and Information: Historical Perspective on the Organization of Enterprise*, Chicago University Press.

Shapiro, C., and J. Stiglitz, 1984, "Equilibrium Unemployment as a Discipline", *American Economic Review* 74:433—44.

Tirole, Jean, 1994, "The Internal Organization of Government", *Oxford Economic Papers* 46:1—29.

Zhang, Weiying, 1994, *Entrepreneurial Ability, Personal Wealth and Assignment of Principalship: An entrepreneurial—contractual Theory of the Firm*, D. Phil Thesis, Oxford University.

张维迎,1995,《企业的企业家—契约理论》,上海三联书店、上海人民出版社。

7

逆向选择与信号传递

前面两章我们讨论了道德风险理论，本章我们讨论逆向选择理论。如我们在第5章引言中指出的，道德风险问题存在于非对称信息发生在合同之后，逆向选择问题存在于非对称信息发生在合同之前。在道德风险理论中，委托人在签订合同时知道代理人的类型，但签订合同后不能观察到代理人的行动，因此，委托人的问题是设计一个最优的奖励机制诱使代理人选择委托人所希望的行动。在逆向选择理论中，委托人在签订合同时不知道代理人的类型，问题是选择什么样的合同来获得代理人的私人信息。

本章第1节用旧车市场的例子说明为什么非对称信息可能导致逆向选择问题和无效率交易现象的出现，第2节和第3节分别讨论保险市场和信贷市场上的逆向选择问题，第4节以受教育选择为例讨论信号传递如何解决逆向选择问题。与本章相关的理论是机制设计理论和显示原理，请参阅3.4节。

7.1 逆向选择:旧车市场

阿克劳夫(Akerlof, 1970)的旧车市场模型(lemons model)开创了逆向选择理论的先河。在旧车市场上,逆向选择问题来自买者和卖者有关车的质量信息的不对称。卖者知道车的真实质量,买者不知道,只知道车的平均质量,因而只愿意根据平均质量支付价格,但这样一来,质量高于平均水平的卖者就会退出交易,只有质量低的卖者进入市场。结果是,市场上出售的旧车的质量下降,买者愿意支付的价格进一步下降,更多的较高质量的车退出市场,如此等等。在均衡的情况下,只有低质量的车成交,在极端情况下,市场可能根本不存在,交易的帕累托改进不能实现。

阿克劳夫的旧车市场模型可以简单概括如下。有多个潜在的卖者和多个潜在的买者,卖者知道自己出售的车的质量θ,买者不知道θ,但知道θ的分布函数$F(\theta)$;买者出价P,卖者决定接受或不接受;如果接受,买者的效用为$\pi_B=V(\theta)-P$,卖者的效用为$\pi_s=P-U(\theta)$;如果不接受,双方的效用均为零。这里,$V(\theta)$为买者的评价,$U(\theta)$为卖者的评价,$\partial V/\partial\theta>0$,$\partial U/\partial\theta>0$,并且,我们假定$V(\theta)\geqslant U(\theta)$(否则,交易没有意义)。注意,我们已将没有交易发生时的效用水平标准化为零,因而交易带来的效用是指净效用:买者从质量为θ的车中得到的总效用为$V(\theta)$,支付的价格为P,因而净效用为$\pi_B=V(\theta)-P$;卖者从出售旧车得到的货币收入为P,失掉车的效用损失为$U(\theta)$,因而净效用为$\pi_s=P-U(\theta)$。此外,我

们还假定买者和卖者都是风险中性的。

下面我们用几个简单的例子说明在上述模型中逆向选择是如何出现的，为什么非对称信息会导致帕累托改进不能实现。我们首先考虑车的质量只有两种可能水平、买卖双方具有相同偏好的简单情况，然后相继引入质量连续分布、买卖双方偏好不同和卖者评价差异等因素，一步步逼近现实。我们将证明，均衡价格和均衡交易量主要取决于买卖双方偏好的差异和质量的分布函数。我们还将简要地分析买者和卖者的数量以及风险态度对均衡结果的影响。应该指出的是，我们的目的不在于旧车市场本身，而在于说明逆向选择的一般理论。[1]

7.1—1 买卖双方有相同的偏好，只有两类卖主

让我们首先考虑最简单的情况。假定卖者出售的车有两种可能的类型：$\theta=6000$（高质量）或 $\theta=2000$（低质量），每一种的概率分别为二分之一；买卖双方有相同的偏好且对车的评价等于车的质量：$V(\theta)=U(\theta)=\theta$。那么，如果没有交易发生，支付为效用向量(0,0)；如果在价格 P 下成交，买者的效用为 $\pi_B=\theta-P$，卖者的效用为 $\pi_s=P-\theta$。

显然，如果买者知道车的质量，均衡价格为 $P=6000$（高质量），或 $P=2000$（低质量）。当买者不能知道车的质量时，如果两类车都进入市场，车的平均质量为 $E\theta=4000$，买者愿意出的最高价格为 $P=4000$；但在此价格下，高质量车的卖者将退出市场（因为 $\pi_s=4000-6000<0$），只有低质量车的卖者愿意出售（因为 $\pi_s=4000-2000>0$）。买者知道，愿意出售的卖

[1] 本节以下的描述主要参考了 Rasmusen(1994)第9章。

者一定是低质量的卖者，因此，$P=4000$不可能是均衡价格。唯一的均衡是$P=2000$，只有低质量的车成交，高质量的车退出市场。

有没有可能高质量的车主在等待低质量的卖完后再进入市场以P＝6000成交，因为此时每一个人都知道没有卖出去的都是高质量的车？答案是否定的，因为如果预期到这种情况会发生，低质量车的卖者就会等待价格上升后再出手，我们又回到了原来的状态。

这个例子尽管简单，但给出了逆向选择的基本含义：坏车将好车驱逐出市场。这与货币史上"劣币驱逐良币"故事是同一个道理。现实中这样的例子比比皆是，比如说，如果小流氓都留光头，一个正派的人就不会留光头，即使他本来也喜欢光头（或许因为光头洗起来方便），这里，小流氓把正派人驱逐出光头队伍。在学术市场上，如果一个杂志老是发表低质量的文章，真正有水平的学者就不会向这个杂志投稿，这里，低质量的文章把高质量的文章驱逐出这本杂志。

7.1—2 买卖双方偏好相同，但卖主的类型连续分布

在上例中，车的质量只有两种类型。现在我们考虑车的质量θ连续分布的情况。假定θ在[2000，6000]区间上均匀分布，密度函数为$f(\theta)=1/(6000-2000)=1/4000$，偏好函数与上例相同。那么，如果所有的车都在市场上，买者预期的质量为$\bar{\theta}=4000$，愿意支付的价格也是4000。但此时，只有$\theta\leqslant 4000$的卖者才愿意出售，所有$\theta>4000$的卖者都将退出市场。结果，市场上车的平均质量由4000降到3000，买者愿意付的价格也由4000降到3000。但在价格为3000时，只有$\theta\leqslant 3000$的卖

者愿意出售，所有 $\theta>3000$的卖者都退出市场，留在市场上的车的平均质量进一步下降到2500，如此等等。我们有：

$\overline{\theta}=4000$

$\Rightarrow P=4000$

$\Rightarrow\overline{\theta}=3000$

$\Rightarrow P=3000$

$\Rightarrow\overline{\theta}=2500$

$\Rightarrow P=2500$

$\Rightarrow E\theta=2250$

$\Rightarrow P=2250$

……

$\Rightarrow P=2000$

就是说，唯一的均衡价格是 $P=2000$，此时，只有最低质量的车成交，所有 $\theta>2000$的车都退出市场。进一步，因为 θ 是连续分布的，$\theta=2000$的概率为零，整个市场消失了。

如果我们用需求曲线表示买者愿意支付的最高价格与市场上车的平均质量的关系，供给曲线表示市场上车的平均质量与价格的关系，上述结论可以用供求曲线来说明。此时，需求曲线为 $P=\overline{\theta}$，供给曲线为：

$$\overline{\theta}=\frac{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P}\theta d\theta}{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P}d\theta}=\frac{P}{2}+1000,\theta\in[2000,6000]$$

上述供给曲线意味着，尽管市场上出售的车的平均质量随着价格的上升而上升，但平均质量上升的幅度小于价格上升的幅度（这里等于1/2）。因为均衡意味着价格等于平均质量，均衡价格一定在过原点的45°线上，即 $P=\overline{\theta}=2000$，如图

7.1所示(图中,需求曲线的斜率为1,供给曲线的斜率为2,唯一的交点是2000)。

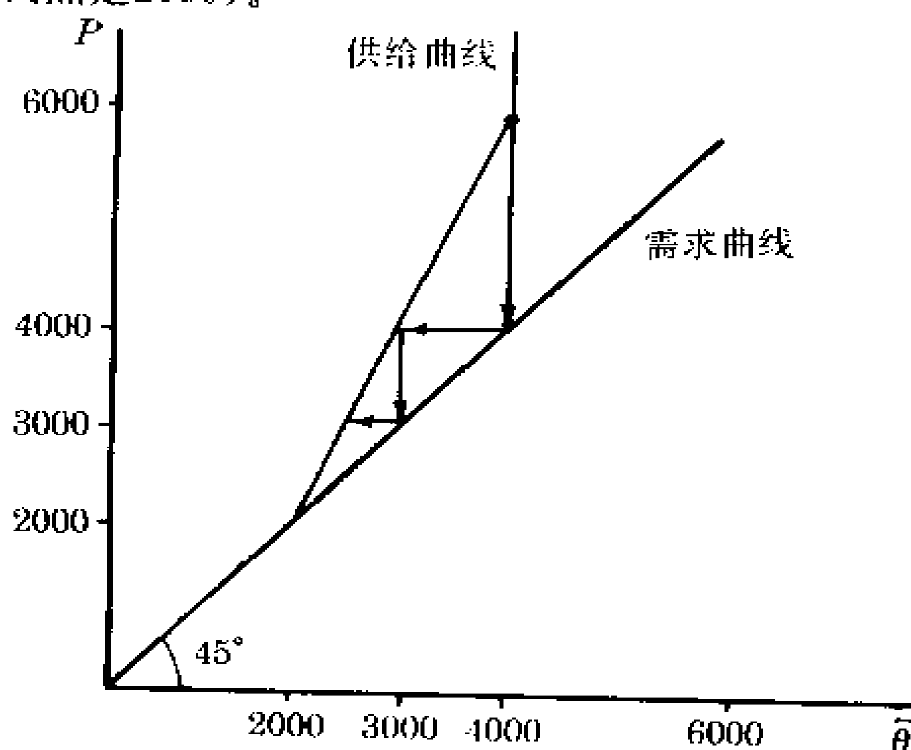


图7.1　市场不存在

上述供求曲线也可以转化为供给量和需求量与价格的关系。如通常情况下一样,供给曲线是向上倾斜的,因为价格越高,愿意出售的卖者越多。但与通常情况不同,需求曲线可能向上倾斜而不是向下倾斜,这是因为,给定效用函数,较高的价格诱导出较高的质量,从而诱导出较多的买者。这一点并不意味着传统微观经济学的需求理论是错误的。传统需求理论假定产品质量是给定的,与价格无关。但在这里,质量与价格有关。当然,一般来说,需求曲线的准确形状依赖于两种因素的共同作用,可能向上倾斜,也可能向下倾斜。

7.1－3　买者对车的评价高于卖者

整个市场消失的结论当然有些极端,它来自质量连续分

布和买卖双方对车的评价相同的假设。一般来说，交易之所以发生，是因为买者对同一物品的评价高于卖者。如果我们假定买者对旧车的评价高于卖者，旧车的交易就会出现，尽管较高质量的车仍然不会进入市场。这一点很容易证明。假定 $V(\theta)=b\theta>U(\theta)=\theta$，即对给定质量的车，买者的评价是卖者的 b 倍（$b\geqslant1$）。如果交易成功，买者的效用为 $\pi_B=b\theta-P$，卖者的效用为 $\pi_s=P-\theta$；否则，双方效用均为零。

当买者的评价高于卖者时，交易带来的净剩余为 $(b-1)\theta$，买卖双方的讨价还价决定这个净剩余的分配。为了简化分析，让我们首先假定买者的人数多于卖者，从而卖者占有全部剩余。此时，卖者的供给曲线与图7.1相同，仍为 $\bar{\theta}(P)=1000+P/2$，但买者的需求曲线为 $P(\bar{\theta})=b\,\bar{\theta}$，而不是 $P=\bar{\theta}$。均衡价格和均衡质量分别为：

$$P=\frac{2000b}{2-b},(b\leqslant1.5,\text{否则 }P=4000b);$$

$$\bar{\theta}=\min\{\frac{2000}{2-b},4000\}$$

如果 $b=1$，我们回到上例的情况。对于所有的 $b>1$，均衡价格和均衡质量均高于上例中的均衡价格和均衡质量。进一步，均衡价格和均衡质量都是 b 的增函数（或非递减函数）；就是说，买者与卖者的评价差距越大，均衡价格越高，交易量越大。比如说，当 $b=1.2$时，均衡价格等于3000，所有 $\theta\leqslant3000$的车都进入交易，所有 $\theta>3000$的车都退出交易，市场上出售的车的平均质量为 $\bar{\theta}=2500$。极端地，当 $b\geqslant1.5$时，所有的车都成交，平均质量为 $\bar{\theta}=4000$，均衡价格为 $P=4000b$。图7.2给出了对应不同的 b 值的均衡点的几何解释。

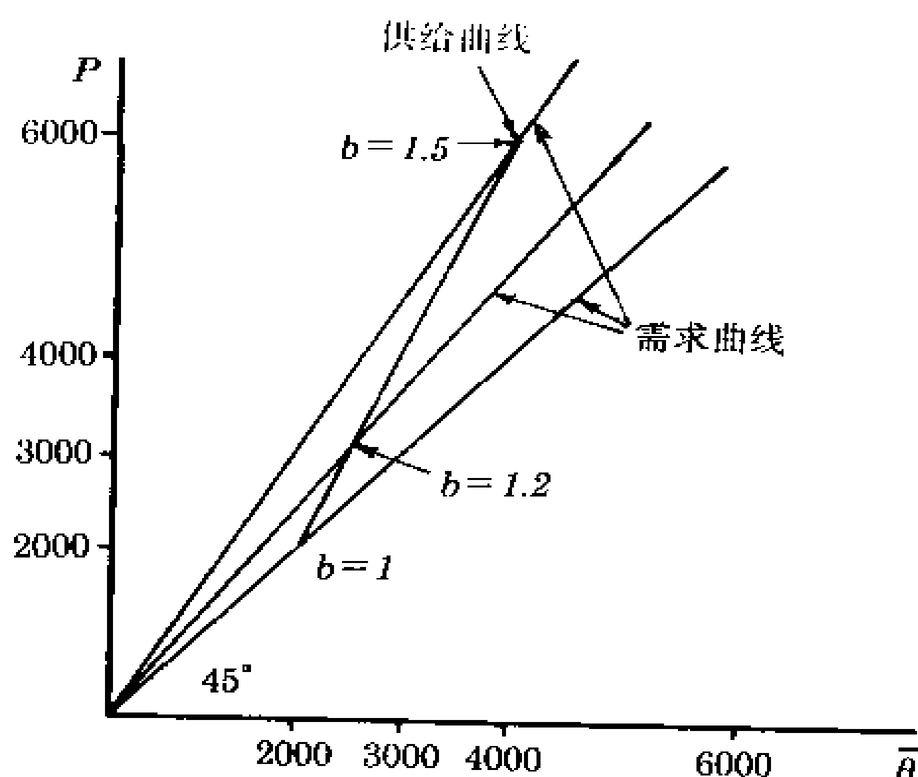


图7.2 买者的评价高于卖者，市场部分存在

尽管在买者的评价高于卖者时市场会部分地存在，除非 b 足够大（本例中 $b\geq1.5$），否则，交易的数量不是最有效的：对称信息下所有的车都应该从卖者手中转到买者手中，但在非对称信息下，逆向选择使得所有 $\theta>\frac{2000b}{2-b}$ 的车留在卖者手中。

以上我们假定买者的人数多于卖者，从而交易带来的所有剩余都被卖者拿走。如果相反的情况出现，即卖者的人数多于买者，均衡结果又会如何呢？假定 $b=1.2$，那么在 $P=3000$，所有 $\theta=3000$的车都愿意出售（从而 $\bar{\theta}=2500$），但并非所有的卖者都能找到买主。此时，要价较低的卖者仍然可以找到买主，尽管期望质量也降低。买主要在较低的价格和较低的质量之间进行权衡取舍（图7.2中需求曲线与供给曲线的垂直距离度量买者的消费者剩余）。比如说，在 $P=3000$，消费者剩

余为 $\pi_B=1.2\times2500-3000=0$，而当 $P=2000$时，消费者剩余为 $\pi_B=1.2\times2000-2000=400$。显然，如果 $\theta=2000$的卖者足够多，从而使得在 $P=2000$时供求平衡，均衡结果即为 $P=2000$和 $\theta=2000$；另一方面，如果卖者的人数相对较少，均衡价格也将较高。给出完整的均衡条件要求对卖者的分布函数作出假定。在几何图形上，需求曲线的斜率随卖者人数对买者人数比例的上升而下降（解释为卖者人数越多，买者愿意付出的最高价格越低），从而均衡价格和均衡质量都随卖者人数的增加而下降。就是说，劣质品的供给者越多，优质品的供给者越少。这是逆向选择的一种特殊表现形式。

7.1—4 卖者的评价不同

以上三个例子中我们假定卖者对车的评价是相同的（都等于车的质量 θ）。在现实中，不同的卖者对相同质量的车的评价一般也是不同的。导致卖者不同评价的因素之一是卖车的原因不同，比如说，有些人只是因为不喜欢车的式样而卖车，有些人可能是因为要搬家而卖车。假定卖者对车的评价为 $U(\theta)=(1+\varepsilon)\theta$，这里 ε 是一个均值为零的随机变量。那么，当只当 $(1+\varepsilon)\theta\leqslant P$ 时，卖者才会卖车。比如说，如果 $\theta=2000$，当 $\varepsilon=-0.5$时，卖者愿意接受的最低价格为 $P=1700$；而当 $\varepsilon=0.15$时，卖者愿意接受的最低价格为 $P=2300$。一般地，给定 ε，市场上出售的车的平均质量为：

$$\bar{\theta}(P,\varepsilon)=\frac{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P/(1+\varepsilon)}\theta d\theta}{\frac{1}{4000}\int_{2000}^{P/(1+\varepsilon)}d\theta}=\frac{P}{2(1+\varepsilon)}+1000$$

如果买者知道 ε，他就可以知道 $\bar{\theta}(P,\varepsilon)$。但一般来说，买

者并不知道 ϵ，因此，买者心中的平均质量还要对 ϵ 求期望值。假定 ϵ 在 $[-\alpha,\alpha]$ 均匀分布，供给函数为：

$$\bar{\theta}(P)=\frac{1}{2\alpha}\int_{-\alpha}^{\alpha}\left(2\frac{P}{2(1+\epsilon)}+1000\right)$$

$$=\frac{P}{4\alpha}\ln\left(\frac{1+\alpha}{1-\alpha}\right)+1000$$

假定需求函数与上例相同，即 $P(\bar{\theta})=b\,\bar{\theta}$，那么，均衡价格和均衡质量分别为：

$$P=\min\left\{\frac{4000\alpha b}{4\alpha-b\ln(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})},4000b\right\};$$

$$\bar{\theta}=\min\left\{\frac{4000\alpha}{4\alpha-b\ln(\frac{1+\alpha}{1-\alpha})},4000\right\}$$

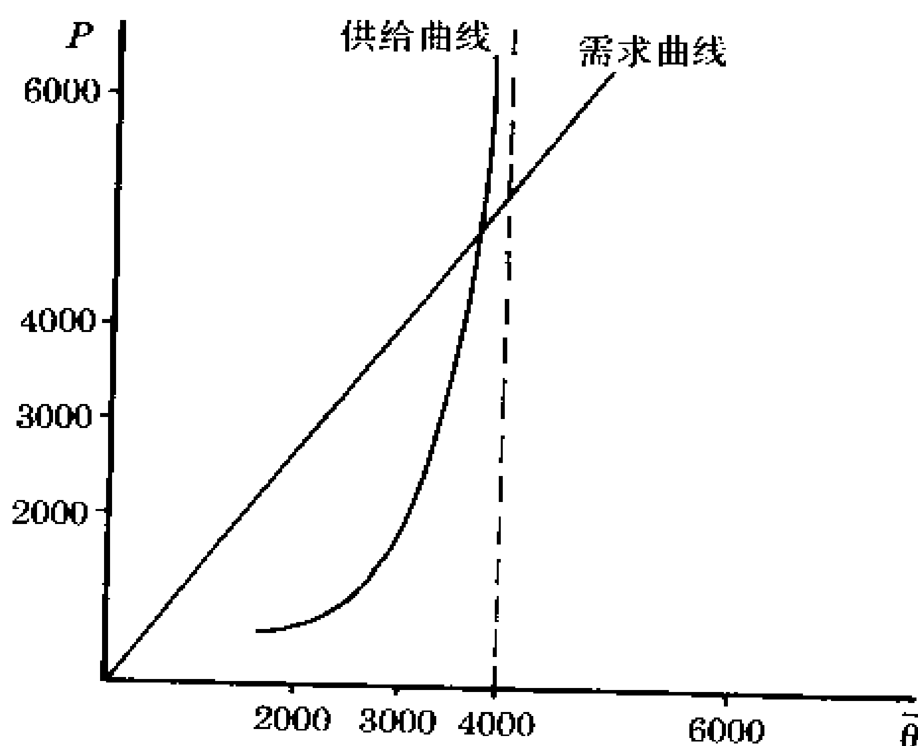


图7.3　卖者的评价不同

图7.3是上述结果的几何解释。注意，与图7.2不同，这里，即使 $P\geqslant 6000$，有些卖者仍然不愿意出售，如果他们的评价 $(1+\epsilon)\theta>6000$ 的话（比如说，$\theta=5000$ 和 $\epsilon>0.2$ 的车主在 $P=6000$ 的价格下就不愿意售车）。因此，$P=6000$ 时的平均质量低于4000。另一方面，即使 $P=2000$，有些卖者也愿意出售，如果他们的评价 $(1+\epsilon)\theta\leqslant 2000$ 的话（比如说，所有 $\theta=2500$ 且 $\epsilon\leqslant -0.2$ 的车主都愿意在 $P=2000$ 时出售）。因此，在 $P=2000$ 时，市场上出售的车的平均质量大于2000。但如同上例中一样，一般来说，均衡交易量小于对称信息下的有效交易量，逆向选择使得有些卖者评价低于买者的车不能出售。仔细分析均衡条件可以看出，均衡交易量取决于买者评价参数 b 和卖者评价参数 ϵ 的共同作用，一般来说，b 和 ϵ 与均衡交易量的关系并不是单调的。

以上我们假定买者不仅不知道车的质量 θ，也不知道卖者的评价 ϵ。现实中，一种可能的情况是，尽管买者不知道 θ，但知道 ϵ，此时，买者可以通过 ϵ 来估计 θ。比如说，设想有两个卖者，买者知道卖者 A 是因为要搬家而卖车，但不清楚卖者 B 为什么卖车。那么，买者一般会认为 A 的车的质量高于 B 的车的质量。直观地讲，对 A 而言，即使高质量的也要卖，而 B 没有正当理由本身就可能说明他卖的是低质量的车，否则，为什么要卖呢？所以，买旧车的人一般都想知道车主为什么要卖车。

以上四个例子的一个基本结论是，在非对称信息下，市场在多大程度上存在，依赖于质量的分布函数和买卖双方评价的差异程度。这里，有必要对"非对称信息"的含义作点解释。非对称信息仅指卖者比买者有更多的信息。如果卖者同样不

知道车的真实质量，只知道质量的分布函数，就不会有逆向选择问题。比如说，假定车有两种可能的质量，$\theta=2000$或$\theta=3000$，概率分别为2/3和1/3，买者对不同质量的车的评价分别为$V(2000)=2000$和$V(3000)=3000$，卖者的评价分别为$U(2000)=1000$和$U(3000)=2500$（注意，我们这里假定卖者对不同质量的偏好是非线性的）。如果卖者知道车的真实质量而买者不知道，买者愿意出的最高价格为$P=\frac{2}{3}\times2000+\frac{1}{3}\times3000=2333.333$，高质量的车不会出售，只有低质量的车出售。但是，如果卖者对车的质量与买者同样无知，卖者的期望价值为$EU(\theta)=1500$，所有的车都会出售，交易量是帕累托最优的。（在这个例子中，如果低质量车和高质量车的比例为1:2而不是2:1，买者愿意出的最高价格为$P=\frac{1}{3}\times2000+\frac{2}{3}\times3000=2666.67>2500$，即使信息不对称，所有的车也都会成交。）

到目前为止，我们一直假定买者和卖者都是风险中性的。如果买卖双方都是风险规避的，情况会如何呢？简单地说，在卖者方面，风险规避不会带来任何影响，因为卖者没有不确定性。但在买者方面情况不同，因为买者面临着风险。比如说，在本节第三例中，当b=1.2时，如果买者知道车的质量，他愿意为$\theta=2500$的车付出$P=3000$；但如果买者只知道平均质量为$\bar{\theta}=2500$（实际质量可能为$\theta=2000$，也可能$\theta=3000$），风险规避的买者可能只愿意支付$P=2800$。结果，均衡价格和均衡质量都较风险中性情况下低。

7.2 保险市场上的逆向选择问题

如同“道德风险”一样，“逆向选择”这一术语最初也是来自对保险市场的研究。在保险市场上，道德风险来自保险公司不能观察到投保人在投保后的防范措施(如是否把车停在安全的地方)，从而投保人的防范措施偏离没有保险或没有事后信息不对称时的防范措施；逆向选择来自保险公司事前不知道投保人的风险程度(与是否参加保险无关)，从而保险水平不能达到对称信息情况下的最优水平(即高风险的消费者把低风险的消费者赶出保险市场)。当然，在现实中的保险市场上，道德风险和逆向选择是同时存在的，保险公司既缺乏投保人的风险程度的事前信息，也难以观察到投保人的事后防范措施。但在理论上，存在道德风险时的最优保险合同的分析属于第5章和第6章的委托—代理理论，而存在逆向选择时的最优保险合同分析属于本章的内容。

罗斯查尔德和斯蒂格里兹(Rothschild and Stiglitz，1976)是保险市场逆向选择理论的经典文献，本节以下内容是他们模型的一个简化。

让我们以财产保险为例说明保险市场上的逆向选择问题。作为一个参照，首先考虑对称信息下的最优保险合同。假定一个风险规避的消费者面临两种可能的自然状态，出事或不出事，分别用 $\theta=2$ 和 $\theta=1$ 表示。如果出事，消费者的收入为 x_2；如果不出事，消费者的收入为 $x_1(>x_2)$。假定出事和不出事的概率分别为 p 和 $1-p$，$0<p<1$。那么，消费者的期望收入为 $\bar{x}=px_2+(1-p)x_1$。假定消费者的 v－N－M 效用函数

为 $u(x)$，满足 $u'>0$ 和 $u''<0$（即消费者是严格风险规避的）。如果不参加保险，消费者的期望效用为 $u(\hat{x})=Eu(x)=pu(x_2)+(1-p)u(x_1)$，其中 $\hat{x}$ 为确定性等价收入（$u''<0$ 意味着 $\hat{x}<\bar{x}$）。如果参加保险，消费者的期望效用为 $u(\hat{y})=pu(x_2+\Delta x-k)+(1-p)u(x_1-k)$，其中 k 是保险金，Δx 是出事后保险公司支付的赔偿额，$\hat{y}$ 是对应给定的保险合同的确定性等价收入。如果 $x_2+\Delta x-k=x_1-k$，即消费者在两种状态下的收入相同，我们说消费者被完全保险（fully insured）；如果 $x_2+\Delta x-k<x_1-k$，我们说消费者被部分保险（partially insured）；如果 $x_2+\Delta x-k>x_1-k$，我们说消费者被过度保险（over-insured）。

作为一个参照，首先考虑对称信息下的最优保险合同。容易证明，在对称信息下，完全保险是最优的（假定保险公司是风险中性的）。为了以后分析的方便，我们用几何图形说明这一点。图7.4中的点 A 代表不参加保险时的收入状态，曲线 U_0 和 U_1 是状态空间上的消费者无差异曲线，其中 U_0 过点 A 意味着消费者的期望效用等于不参加保险时的期望效用，U_1 代表较高的期望效用水平。在与45°线相交的点上，无差异曲线的斜率为 $-(1-p)/p$（因为 $dx_2/dx_1=-((1-p)\partial u/\partial x_1)/(p\partial u/\partial x_2)$），过点 F 和 G 的两条直线是保险公司的等期望利润曲线，其中过 F 的直线代表的是零期望利润（因为 $\pi=p(k-\Delta x)+(1-p)k=k-p\Delta x=0$），过 G 的直线代表期望利润大于零（等于 $\bar{x}-\hat{x}$）。帕累托最优意味着消费者的最后收入应该位于 F 和 G 之间的线段上（无差异曲线和等利润线的切点的集合），即消费者被完全保险。但究竟哪一个是均衡点，依赖于保险市场的竞争程度。如果保险公司之间是完全竞争的，

均衡点为F(消费者得到交易带来的所有剩余);相反,如果保险市场是完全垄断的,均衡点为G(保险公司得到所有剩余)。但无论市场竞争程度如何,在对称信息下,消费者被完全保险,风险成本为零。

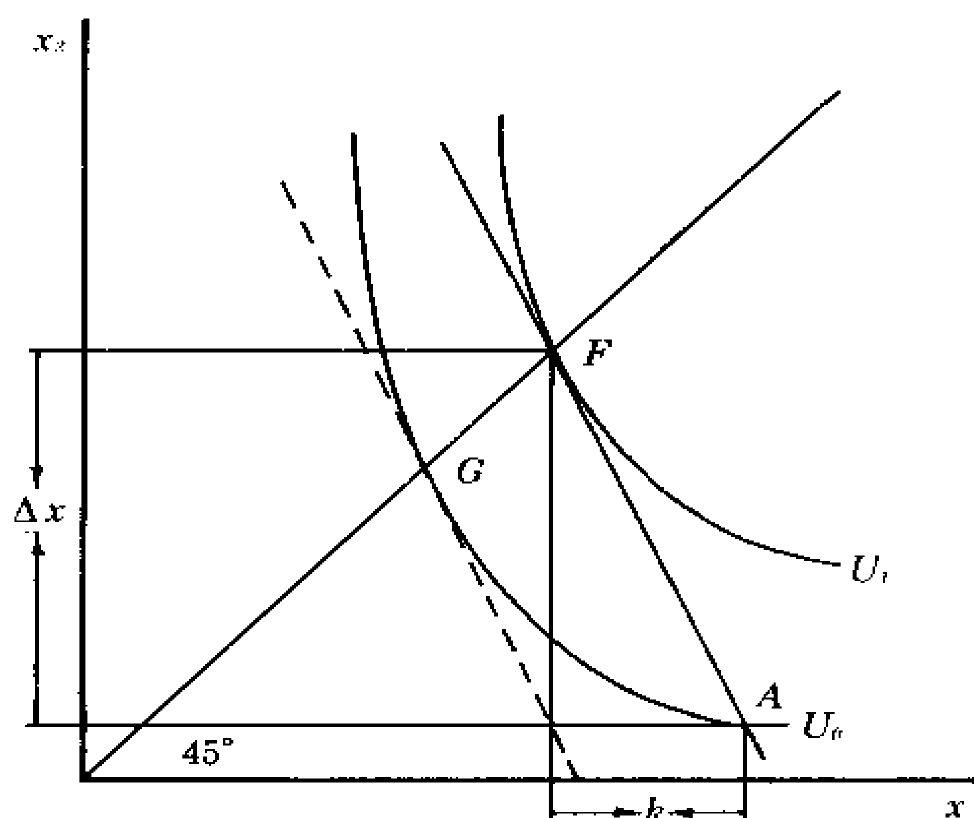


图7.4 对称信息下的最优保险合同

现在假定消费者有两种可能的风险类型:高风险或低风险。我们用p_H和p_L分别表示两种类型的消费者出事的概率,$p_H > p_L$。在图7.5中,我们给出了两类消费者的无差异曲线,其中U_H是高风险类型的无差异曲线,U_L是低风险类型的无差异曲线,因为$p_H > p_L$,所以在确定性收入线上前者的斜率(绝对值)小于后者。假定保险市场是完全竞争的从而均衡时利润为零(这个假设只是为分析的方便,与下面的结论无关)。如果保险公司知道消费者的真实类型,那么,两种类型的

消费者都得到完全的保险，其中高风险消费者的最优合同在 H 点，低风险消费者的最优合同在 L 点。注意，高风险消费者缴纳的保险金大于低风险消费者缴纳的保险金，从而得到较低的确定收入。这一点是很自然的，因为在没有保险时前者的期望收入小于后者。

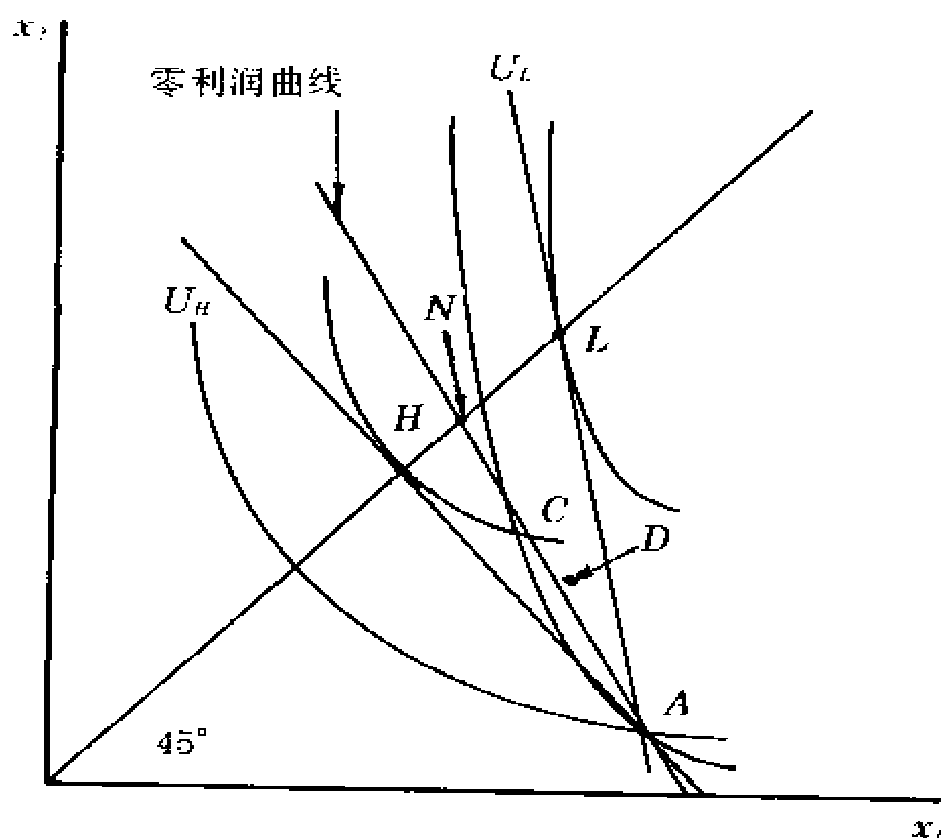


图7.5　非对称信息下的保险合同

现在假定保险公司不知道消费者的真实类型，只知道消费者属于高风险和低风险的概率分别为 μ 和 $1-\mu$。如果保险公司收取 k 的保险金，出事后支付投保人 Δx，保险公司的期望利润为 $E\pi=\mu(k-p_H\Delta x)+(1-\mu)(k-p_L\Delta x)$，零期望利润曲线介于 AH 和 AL 之间。如果消费者得到完全保险，满足零利润约束的保险合同在 N 点。但 N 不可能是一个均衡，因为在此点上，低风险类型的消费者得到的效用低于他不参加

保险时的效用，因而这类消费者会退出保险市场，只有高风险类型的消费者愿意投保。当低风险消费者退出后，如果保险金和赔偿金不变，保险公司将亏损。为了不出现亏损，保险公司将不得不提高保险金直到 H 点。这样，高风险类型消费者把低风险类型消费者赶出了保险市场。这就是保险市场上的逆向选择问题。

以上分析的一个基本结论是，如果有关消费者风险程度的信息是非对称的，帕累托最优保险合同是不可能达到的。但这并不是说低风险的消费者一定退出保险市场。一种可能的解决办法是对投保人只部分保险。考虑图7.5中的 C 点。如果保险公司提供的保险合同在 C 点，保险公司的期望利润为零，高风险消费者和低风险消费者都愿意参加保险（过 C 点的无差异曲线高于过 A 点的无差异曲线），二者缴纳相同的保险金并且在出事时得到相同的赔偿。C 点是部分保险合同，因为它位于45°确定收入线之下（即消费者在出事时的实际收入低于不出事时的实际收入）。但罗斯查尔德和斯蒂格里兹证明，像 C 点这样的混同保险合同不可能是一个纳什均衡。为了说明这一点，首先注意到，高风险消费者的任何一条给定的无差异曲线与低风险消费者的任何一条无差异曲线只相交一次，并且在相交点上前者的斜率（绝对值）总是低于后者的斜率。设想 A 保险公司提供合同 C。那么，如果 B 保险公司提供合同 D，高风险的消费者将选择在 A 公司投保，而低风险的消费者将选择在 B 公司投保。但是，此时，A 公司的期望利润小于零（C 点在只有高风险消费者投保时的零利润线 AH 之上），B 公司的期望利润严格为正（D 点在只有低风险消费者投保时的零利润线 AL 之下）。因此，C 不可能是一个混同均衡。读者可以检验，

所有位于 AN 线上的点都不可能是一个均衡。

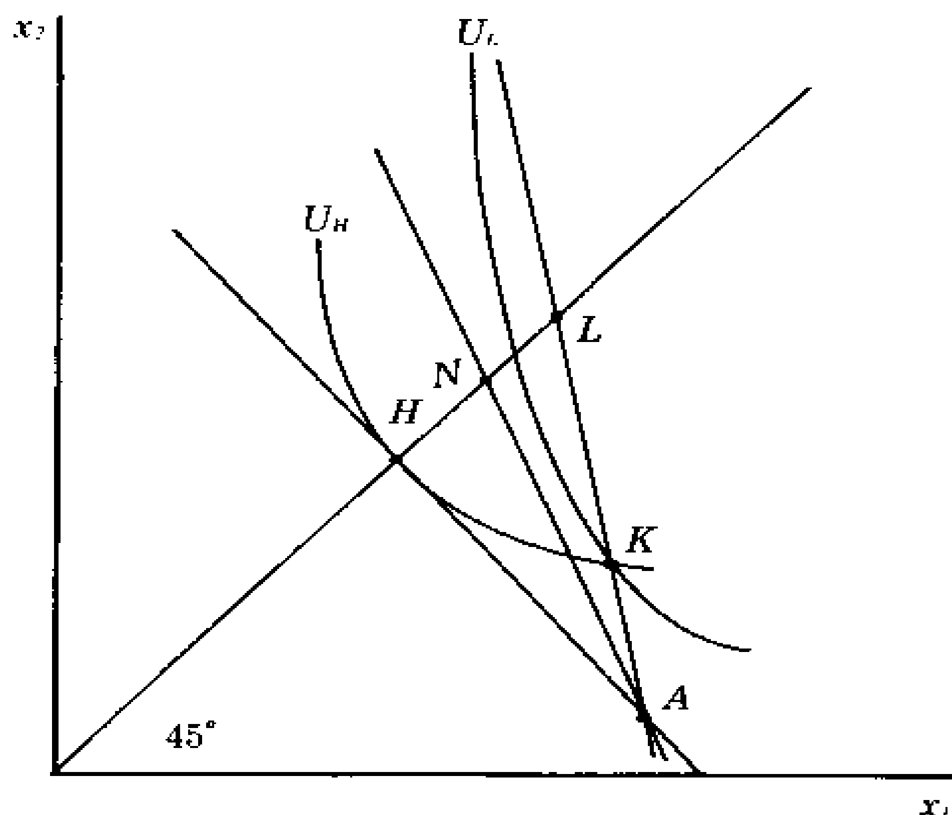


图7.6 非对称信息下的分离均衡

现在考虑是否存在分离均衡。考虑图7.6。在完全竞争的零利润假设下，分离均衡意味着高风险消费者的保险合同在 AH 线上，低风险消费者的保险合同在 AL 线上。如我们在图7.4中已经看到的，如果保险公司提供的保险合同是 H，所有的高风险消费者得到最好的合同条款，而低风险消费者宁肯不投保也不会接受 H。另一方面，如果保险公司提供的保险合同是 L，两类消费者都将选择 L(低风险类型的期望效用与对称信息下相同，高风险类型的期望效用比完全信息下更高)，因此，L 不可能是一个分离均衡点。为了阻止高风险消费者混同于低风险消费者，低风险消费者的合同必须在过 H 的高风险消费者无差异曲线 U_H 之下(就是说，必须在 K 右边的 AL 线上)。在零

利润假设下，H 和 K 构成一个分离均衡：高风险类型选择 H，低风险类型选择 K。注意，与对称信息情况下不同，在非对称信息下，低风险类型消费者只能被部分地保险。

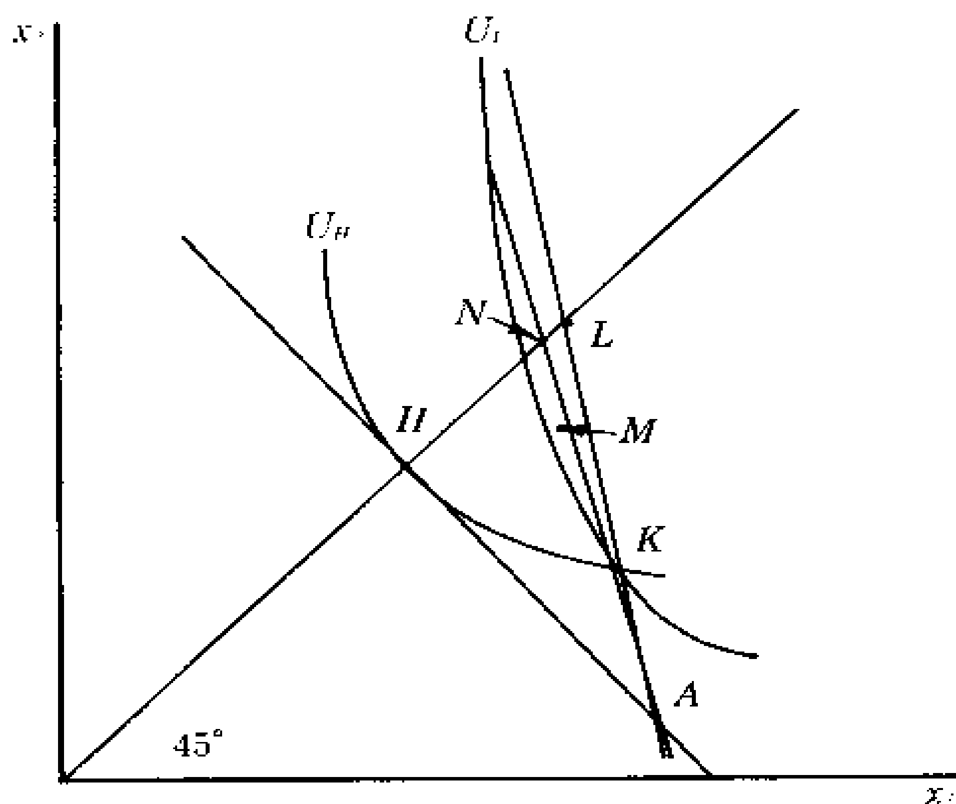


图7.7 分离均衡不存在

但分离均衡并不总是存在的。考虑图7.7。这个图与图7.6的唯一不同是，我们现在假定，消费者属于高风险类型的概率 μ 足够低使得 N 点在低风险类型的无差异曲线 U_L 之上。假定 H 和 K 是原来的合同。如果有一个公司提供合同 M，两类消费者都将选择 M 而不是原来的合同，因为 M 在 U_H 和 U_L 右边（因而代表较高的期望效用），并且提供 M 合同的保险公司得到正的期望利润。但我们已经证明，混同均衡是不可能的，所以 M 不可能是一个均衡，纯战略均衡不存在。

这里，不存在均衡表现为，如果有些公司提供分离合同，

另有一些公司就会提供混同合同；如果有些公司提供混同合同，另一些公司就会提供分离合同，两类合同互相“拆台”。当然，如果保险市场是垄断的，纯战略均衡是存在的。但如果保险市场是竞争性的，只有混合战略均衡存在。[1]

7.3 逆向选择与信贷市场上的配给制

信贷配给(credit rationing)是信贷市场上存在的一种典型现象。这里，信贷配给指的是如下两种情况：(1)在所有贷款申请人中，一部分人得到贷款，另一部分人被拒绝，被拒绝的申请人即使愿意支付更高的利息也不能得到贷款；(2)一个给定申请人的借款要求只能部分地被满足(如申请100万，但只能得到50万)。根据新古典价格理论，市场价格(这里表现为利率)的自动调整会使对信贷资金的需求等于供给。那么，为什么会存在信贷配给？传统上，经济学家或者将信贷配给解释为由外部振动引起的一种暂时的非均衡现象，或者将其解释为政府干预的结果(如政府人为地规定利率上限导致需求大于供给)。然而，斯蒂格里兹和温斯(Stiglitz and Weiss，1981)证明，即使没有政府干预，由于借款人方面存在的逆向选择和道德风险行为，信贷配给可以作为一种长期均衡现象存在。直观地讲，银行(放款人)的期望收益取决于贷款利率和借款人还

[1] 参见 Dasgupta 和 Maskin (1986)。此外，应该提到的是，Wilson(1980)证明，如果保险公司认识到引入新的合同在导致原有合同撤出之后是无利可图的，混同均衡是可能的。参阅7.4节最后的讨论。

款的概率两个方面，因此，银行不仅关心利率水平，而且关心贷款的风险。如果贷款风险独立于利率水平，在资金的需求大于供给时，通过提高利率，银行可以增加自己的收益，不会出现信贷配给问题。问题是，当银行不能观察借款人的投资风险时，提高利率将使低风险的借款人退出市场（逆向选择行为），或者诱使借款人选择更高风险的项目（道德风险行为），从而使得银行放款的平均风险上升。这里的原因是，那些愿意支付较高利息的借款人正是那些预期还款可能性低的借款人。结果，利率的提高可能降低而不是增加银行的预期收益，银行宁愿选择在相对低的利率水平上拒绝一部分贷款要求，而不愿意选择在高利率水平上满足所有借款人的申请，信贷配给就出现了。在图7.8中，横坐标代表贷款利率 r，纵坐标代表银行的期望收益 π，在 r 小于 r^* 时，利率上升的（直接的）收益效应

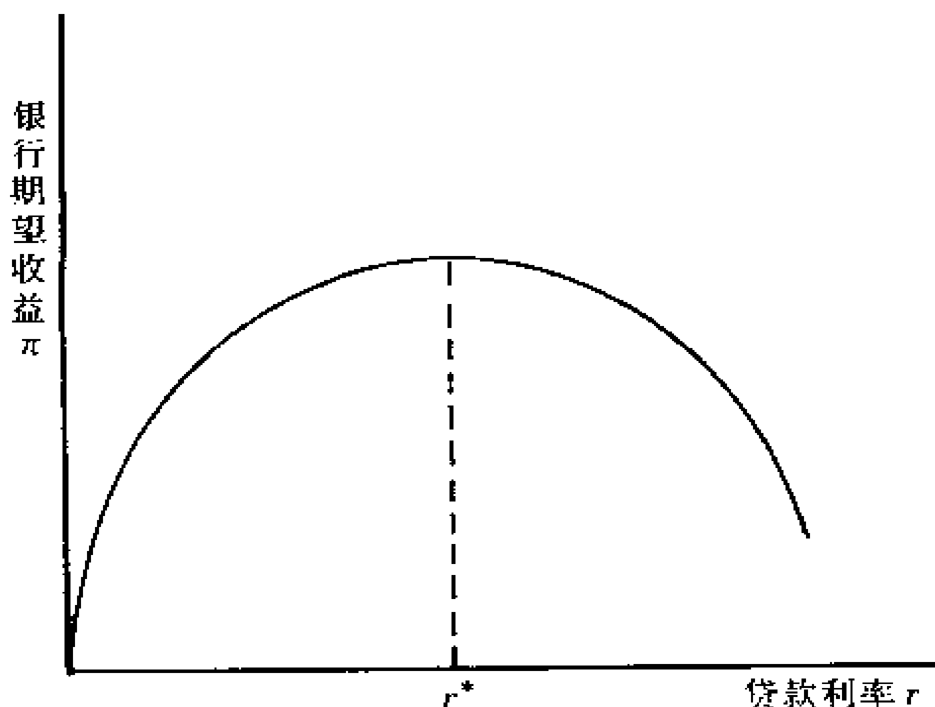


图7.8　贷款利率与银行期望收益的关系

大于(间接的)风险效应,π随r的上升而上升;但当r超过r^*时,利率上升的(间接的)风险效应超过(直接的)收益效应,π随r的上升而下降,银行期望收益最大化的利率为r^*(简称为银行最优利率)。

下面,我们用一个简单的模型说明信贷市场上逆向选择是如何出现的以及逆向选择如何导致信贷配给。[①]假定有连续多个投资项目,每个投资项目有两种可能的结果,成功或失败;成功时的收益为$R>0$,失败时的收益为0。进一步,假定给定贷款种类中的所有投资项目具有相同的收益均值T,并且银行知道T。那么,如果$p(R)$是给定项目成功的概率,则$p(R)R=T$,即成功时的收益R越高,成功的概率p越低。假定每个投资项目需要的资金都为1,企业没有自有资金,银行是唯一资金供给者,贷款利率为r。如果企业得到贷款,项目得以进行,成功时企业的利润为$(R-(1+r))$,失败时为0;因此,企业的期望利润为:

$$y = p(R-(1+r)) + (1-p)0 = p(R-(1+r))$$

如果企业不投资,期望利润为0。因此,存在一个临界值$R^*=1+r$,当只当$R \geqslant R^*$时,企业才会申请贷款投资。因为$p(R)R=T$,上述结论意味着,存在一个临界成功概率p^*,当只当$p \leqslant p^*$时,企业才会申请贷款。p^*定义为:

$$p^* = T/R^* = T/(1+r)$$

假定p在[0,1]区间上密度函数为$f(p)$,分布函数为$F(p)$,那么所有申请贷款的项目的平均成功概率为:

① 因为本章讨论的是逆向选择理论,我们这里不讨论道德风险与信贷配给的关系。有兴趣的读者请参阅斯蒂格里兹和温斯的原文。

$$\bar{p}(r)=\frac{\int_0^{p^*} pf(p)dp}{\int_0^{p^*} f(p)dp}=\frac{\int_0^{p^*} pf(p)dp}{F(p^*)}$$

因此，

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial r}=\frac{\frac{\partial p^*}{\partial r}p^*f(p^*)F(p^*)-\frac{\partial F(p^*)}{\partial r}\int_0^{p^*} pf(p)dp}{F^2(p^*)}$$

$$=-\frac{f(p^*)}{F^2(p^*)}\frac{T}{(1+r)^2}\left(p^*F(p^*)-\int_0^{p^*} pf(p)dp\right)<0$$

就是说，利率越高，申请项目的平均质量越低，违约的概率越大。直观地讲，在有限责任制下，借款人的收入不可能小于零，他享受成功的好处，但可以不承担失败的损失。给定项目的收益，较高的利率意味着成功时较低的利润，只有那些成功时收益较高的项目才会申请；但是，给定期望收益相同，较高的成功收益意味着较低的成功概率（较大的风险）。在旧车市场上，低质量的车驱赶走高质量的车，较低的价格意味着较低的平均质量；这里，高风险的项目驱赶走低风险的项目，较高的利率意味着较大的违约风险。这就是信贷市场上的逆向选择。

因为银行的期望收益不仅取决于贷款利率，而且取决于借款人还款的概率，利率的增加对银行期望收益的影响一般来说不可能是单调的。如果银行满足所有借款人的要求，每单位贷款的期望收益为：

$$\pi(r)=\frac{\int_0^{p^*}(1+r)pf(p)dp}{\int_0^{p^*} f(p)dp}$$

$$= \frac{(1+r)\int_0^{p^*} p f(p) dp}{F(p^*)} = (1+r)\bar{p}(r)$$

就是说，银行的期望收益等于没有违约时的收益$(1+r)$乘以不违约的平均概率。对上式求导得：

$$\frac{\partial \bar{\pi}}{\partial r} = \bar{p}(r) + (1+r)\frac{\partial \bar{p}}{\partial r}$$

等式右边的第一项为正，代表提高利率的（直接的）收入效应：利率每提高一个单位，期望收益增加$\bar{p}(r)$个单位；第二项代表提高利率的（间接的）风险效应：利率每提高一个单位，借款人违约的概率上升$|\partial \bar{p}/\partial r|$个单位，从而期望收益下降$(1+r)\partial \bar{p}/\partial r$个单位（$\bar{\pi}$与$r$的关系很类似垄断企业的收益函数与价格的关系）。如果收入效应大于风险效应$\partial \bar{\pi}/\partial r > 0$；反之，$\partial \bar{\pi}/\partial r < 0$。特别地，当$r \to 0$时，$p^* \to 1$，$(1+r)\partial \bar{p}/\partial r \to 0$，因此，$\partial \bar{\pi}/\partial r > 0$；另一方面，当$r \to \infty$时，$p^* \to 0$，$(1+r)\partial \bar{p}/\partial r \to -x(x \geqslant 0)$，因此，$\partial \bar{\pi}/\partial r \leqslant 0$。这样，存在某个$r^*$，使得当$r \leqslant r^*$时，$\partial \bar{\pi}/\partial r \geqslant 0$；当$r \leqslant r^*$时，$\partial \bar{\pi}/\partial r \leqslant 0$。这就是图7.8的由来。（当然，$\bar{\pi}(r)$可能不是单峰的，就是说，满足$\partial \bar{\pi}/\partial r = 0$的$r^*$不止一个。此外，在以上的模型中，如果$p$在$[0,1]$区间上是均匀分布的，则$\bar{\pi}(r) = T/2$，独立于$r$。）正如买车人不一定能通过降低价格增加效用一样，银行也不一定能通过提高利率增加利润。这就是银行宁肯实行信贷配给而不愿提高利率的原因。

让我们举一个简单的例子。假定只有两类项目，一类是高风险项目：成功的概率是$p=0.5$，成功时的收益为$R=2.4$；另一类是低风险项目：成功的概率是$p=0.8$，成功时的收益为$R=1.5$（因此，$T=1.2$）。那么，如果$r \leqslant 0.5$，两类项目都申请贷款；如果$0.5 < r \leqslant 1.4$，低风险的项目退出，只有高风险的

项目申请贷款；如果 $r>1.4$，两类项目都退出。假定高风险项目占1/4，低风险项目占3/4。银行满足所有贷款申请时每单位贷款的期望收益如下：

$$\bar{\pi}(r)=\begin{cases}\frac{1}{4}\times 0.5(1+r)+\frac{3}{4}\times 0.8(1+r) \\ \qquad =0.725(1+r),\ r\leqslant 0.5 \\ 0.5(1+r),\ 0.5<r\leqslant 1.4\end{cases}$$

图7.9是这个例子的一个几何描述。从图中可以看出，当利率从 $r=0.5$ 略为上升时，低风险的项目退出，银行单位贷款的期望收益急剧下降。

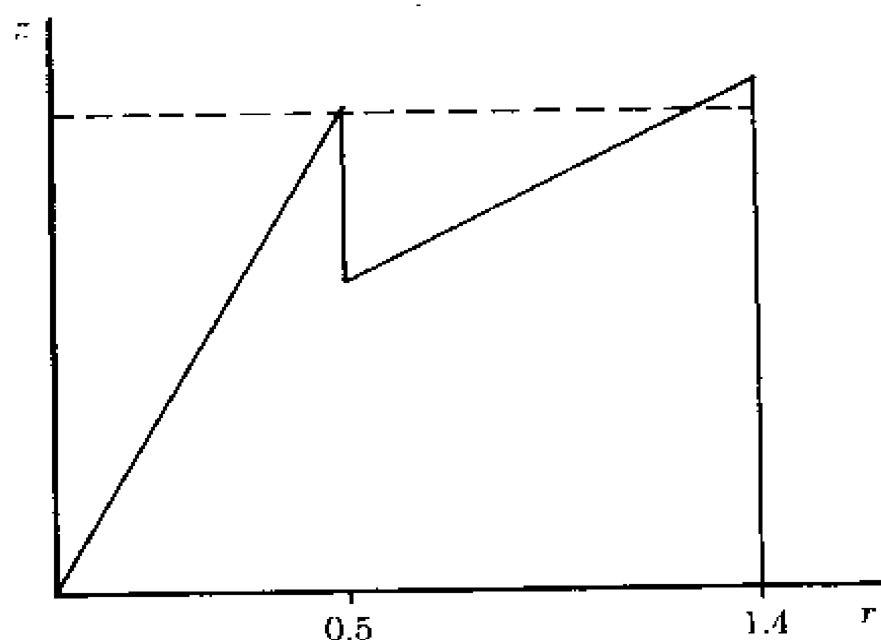


图7.9　银行期望收益非单调性的一个特例

现在我们用图7.10来说明信贷配给为什么会作为均衡结果出现。因为对贷款的需求 D 依赖于贷款利率 r，而信贷的供给 S 依赖于银行的期望收益 $\bar{\pi}$，我们不能用传统的供求曲线图。在图7.10中，需求曲线 $D(r)$ 在右上方象限，与通常的需求曲线的形状没有什么不同。为了得到供给曲线，我们在右下象

限划出 $\overline{\pi}$ 与 r 的关系(类似图7.8),左下象限给出资金供给 S 与 $\overline{\pi}$ 的关系(如果资金市场是完全竞争性的,$\overline{\pi}$ 等于存款人的存款利率),左上象限是45°线,通过这三个象限中描述的函数关系,我们得到信贷的供给 S 与贷款利率 r 的关系即右上象限的供给曲线 $S(r)=S(\overline{\pi}(r))$。给定如图所示的关系,瓦尔拉斯均衡利率(即需求等于供给的利率)为 r_m,但实际的市场均衡利率为 r^*。因为 $D(r^*)>S(r^*)$,银行将实行资金配给,就是说,在所有贷款申请中,只有一部分申请得到满足。得不到贷款的申请人可能愿意支付更高的利率,但较高的利率将降低银行的期望收益,从而降低资金供给,银行不会选择这样做。

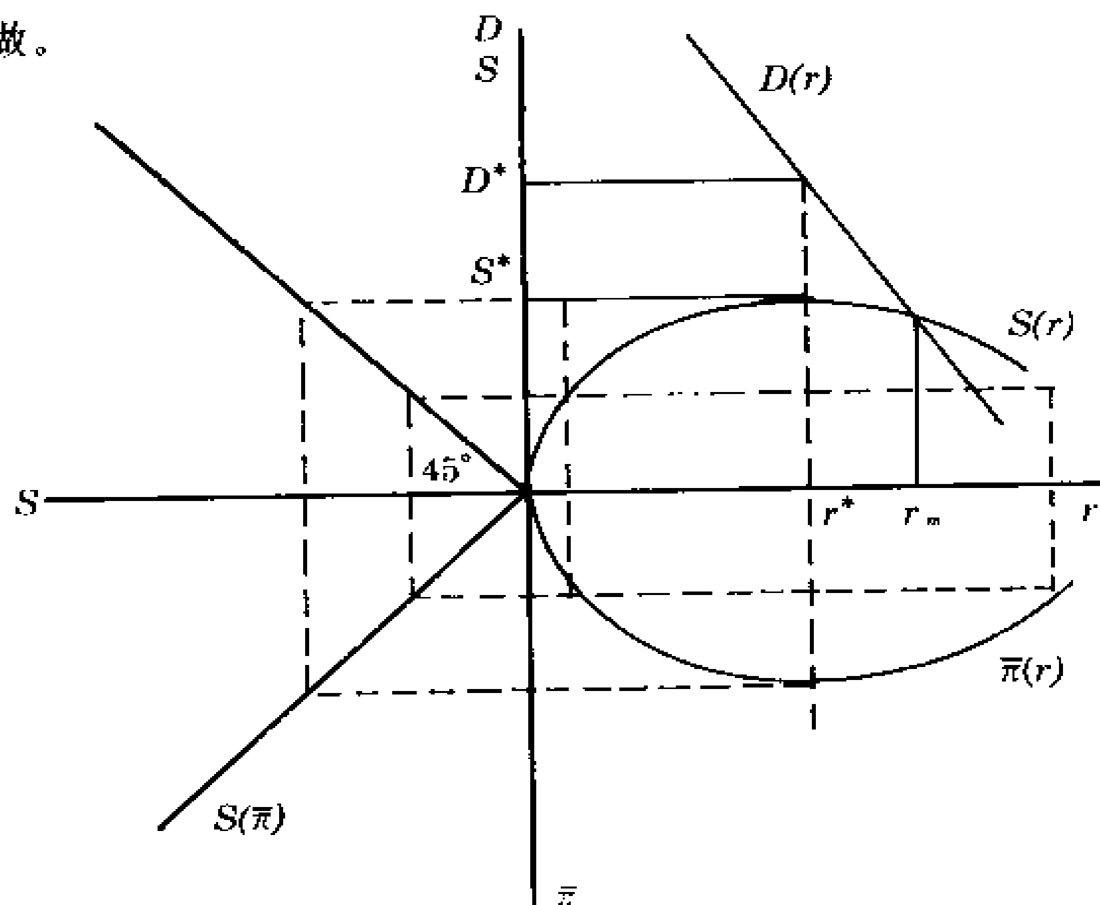


图7.10 信贷配给市场均衡

图7.10也可以用来说明一个比较静态结果:如果资金

的供给增加（供给曲线向右移），超额需求减少，但只要配给存在，市场利率不变；只有当超额需求消失时，利率才会下降。

7.4 信号传递：斯宾塞劳动力市场模型

非对称信息导致逆向选择从而使得帕累托最优的交易不能实现，在极端情况下，市场交易甚至根本不存在。显然，如果拥有私人信息的一方（如旧车市场上的卖者）有办法将其私人信号传递给没有信息的一方（如买者），或者，后者有办法诱使前者揭示其私人信息，交易的帕累托改进就可以出现。现实中，这样的办法确实存在。比如说，卖车的人向买车的人提供一定时期的维修保证，请独立的工程师（或汽车维修厂）对质量进行检查，等等。因为对卖主来说，车的质量越高，维修保证的预期成本越低，所以高质量的车主提供维修保证的积极性显然大于低质量的车主，买者将维修保证看作高质量的信号，从而愿意支付较高的价格。这就是所谓的信号传递（signalling）。在保险市场上，保险公司提供不同的保险合同供投保人选择，不同风险的投保人选择适合于自己的最优合同。比如说，在7.2节的图7.6中，保险公司提供两个合同，H 和 K，那么，高风险的投保人将选择 H，低风险的投保人将选择 K。这就是所谓的信息甄别（screening）。信号传递和信息甄别的差异在于，在信号传递中，有私人信息的一方先行动，而在信息甄别模型中，没有私人信息的一方先行动。本节我们先讨论信号传递模型，然后讨论信息甄别模型。

正如逆向选择可以理解为道德风险的一个特例一样，信号传递（和信息甄别）可以理解为激励机制的一个特例。这里，“激励机制”表现为使得有私人信息的一方（代理人）有积极性说实话。我们在第4章已经讨论过信息传递的几个模型，这里，我们讨论信号传递理论的开创者斯宾塞（Spence，1974）的劳动力市场模型。在斯宾塞模型里，劳动力市场上存在着有关雇员能力的信息不对称，雇员知道自己的能力，雇主不知道，但雇员的教育程度（education）向雇主传递有关雇员能力的信息，原因在于，接受教育的成本与能力成反比，不同能力的人的最优教育程度是不同的。下面，我们首先考虑离散选择的例子，然后讨论连续选择的情况。

7.4—1　信号传递：教育不影响劳动生产率

考虑一个雇员和一个雇主，雇员的能力 θ 有两个可能的值，分别为 $\theta=1$（低能力）和 $\theta=2$（高能力）；雇员知道自己的真实能力 θ，雇主只知道 $\theta=1$ 和 $\theta=2$ 的概率均为1/2。雇员在与雇主签约之前首先选择教育水平 $s\in\{0,1\}$，其中 $s=0$ 代表不接受教育，$s=1$ 代表接受教育；教育的成本为 $C(s,\theta)=s/\theta$；雇主在观察到雇员的教育水平后决定雇员的工资水平 $w(s)$；雇员选择接受或不接受。如果接受，企业的期望产出为 $y=\theta$（注意我们这里假定教育水平本身不影响产出），雇员的效用为 $U(s,\theta)=w-s/\theta$，企业的期望利润为 $\pi(s,\theta)=\theta-w(s)$；如果不接受，$U=\pi=0$。注意，教育成本函数 $C(s,\theta)=s/\theta$ 意味着能力越高，教育成本越低。这个假定被称为“分离条件”（Sorting condition）或斯宾塞—莫里斯条件（Spence-Mirrlees condition），是一个非常关键的假设。正是因为不同能力

的人接受教育的成本不同，教育水平才可能传递有关能力的信号。[①]

在本节中，我们将假定劳动力市场上是完全竞争的，从而在均衡情况下工资等于(预期的)劳动生产率，企业的预期利润为零。首先注意到，因为教育本身并没有价值但却花费成本，在对称信息情况下，不论能力高低，雇员将选择 $s=0$(不接受教育)，低能力雇员的工资为 $w(\theta=1)=1$，高能力雇员的工资为 $w(\theta=2)=2$。但这种帕累托最优均衡在信息不对称情况下一般是做不到的。这是因为，给定雇主不知道 θ，企业的预期产出是 $y=0.5\times1+0.5\times2=1.5$，雇主之间的竞争将使得 $w=1.5$，但 $w=1.5$ 可能并不是一个均衡，如果教育传递信号的话。

在非对称信息情况下，雇主只能观察到 s 而不能观察到 θ，因而工资只能以 s 而定。令 $\mu(\theta=1|s)$ 为当观察到雇员选择教育水平 s 时雇主认为雇员是低能力的后验概率。精炼贝叶斯均衡意味着：(1)雇员选择教育水平 $s(\theta)$，(2)雇主根据观察到的 s 得出后验概率 $\mu(\theta=1|s)$ 和支付工资 $w(s)$；使得：①给定预期的工资 $w(s)$，$s(\theta)$ 是能力为 θ 的雇员的最优选择，②给定 $s(\theta)$，$\mu(\theta=1|s)$ 是与贝叶斯法则一致的，$w(s)$ 是雇主的最优选择。

均衡可能是混同均衡或分离均衡。让我们首先考虑混同均衡。混同均衡意味着不同能力的雇员选择相同的教育水平，从而得到相同的工资。首先考虑 $s(\theta)=0$ 的情况：

① 参阅3.4节。

$$(PE)\ 混同均衡：\begin{cases} s(\theta=1)=s(\theta=2)=0 \\ w(0)=w(1)=1.5 \\ \mu(\theta=1|s=0)=0.5 \\ \mu(\theta=1|s=1)=0.5 \end{cases}$$

就是说，在均衡时，两类雇员都选择不接受教育，雇主认为教育不传递信号，因而工资等于期望产出，与教育无关。容易证明，这确实是一个均衡：给定雇主支付的工资与教育水平无关（$w\equiv 1.5$）和雇主的后验概率 $\mu(\theta=1|s=1)=0.5$，雇员的最优选择是不接受教育（$s=0$）；给定雇员选择不接受教育，$s=1$ 是不可能事件，$\mu(\theta=1|s=1)=0.5$ 与贝叶斯法则并不矛盾，雇主不可能比选择 $w\equiv 1.5$ 做得更好（注意，$s=0$ 在均衡路径上，贝叶斯法则意味着 $\mu(\theta=1|s=0)=0.5$）。

（请读者自己证明：不论如何规定非均衡路径上的后验概率，$s(\theta=1)=s(\theta=2)=1$ 不构成一个混同均衡。）

这里，(PE)之所以是一个均衡，是因为我们假定雇主在观察到 $s=1$（非均衡路径上）时不修正先验概率。如果雇主的后验概率为 $\mu(\theta=1|s=1)=0$（即认为选择接受教育的雇员一定是高能力的），上述混同均衡就不成立，这是因为，给定 $\mu(\theta=1|s=1)=0$，当雇员选择 $s=1$，雇主将选择 $w(1)=2$，高能力的雇员将选择接受教育从而得到 $U=2-1/2=1.5$，而不是选择不接受教育得到 $U=1-0=1$。这样，我们有如下分离均衡：

$$(SE)\ 分离均衡：\begin{cases} s(\theta=1)=0, s(\theta=2)=1 \\ w(0)=1, w(1)=2 \\ \mu(\theta=1|s=0)=1, \mu(\theta=1|s=1)=0 \end{cases}$$

就是说，低能力的雇员选择不接受教育，高能力的雇员选择接受教育；雇主认为不接受教育的一定是低能力，因而支付工资 $w(0)=1$，认为接受教育的一定是高能力，因而支付工资 $w(1)=2$。容易证明，(SE)是一个精炼贝叶斯均衡：给定雇主的后验概率和工资决策，高能力雇员的最优选择是接受教育，因为 $U(s=1,\theta=2)=1.5>U(s=0,\theta=2)=1$；低能力雇员的最优选择是不接受教育，因为 $U(s=0,\theta=1)=1\geqslant U(s=1,\theta=1)=1$。另一方面，给定雇员的选择，雇主的后验概率是根据贝叶斯法则得到的（注意，在分离均衡下，不存在非均衡路径），工资决策是最优的。也容易证明，不存在其他的分离均衡（如低能力雇员选择接受教育，高能力雇员选择不接受教育）。

在分离均衡中，教育水平就成为传递雇员能力的信号。如我们已经指出的，这里的关键是高能力的人受同样教育的成本低于低能力的人，正因为如此，高能力的人才能通过选择接受教育把自己与低能力的人区分开来。如果接受教育的成本与能力无关，教育就不可能起到信号传递的作用，因为低能力的人会模仿高能力的人选择同样的教育水平。

总结一下，在这个简单的模型中，存在一个混同均衡和一个分离均衡。但是，混同均衡并不是一个合理的均衡，因为它依赖于我们有关雇主的在非均衡路径上后验概率的特定假定，即 $\mu(\theta=2|s=1)=0.5$，而这个假定是不合理的。为了说明这一点，让我们比较一下在不同假设下低能力雇员在选择接受教育($s=1$)和不接受教育($s=0$)之间的效用水平。如果雇主认为不接受教育象征低能力（因而 $w(0)=1$）、接受教育象征高能力（因而 $w(1)=2$），低能力雇员选择不接受教育时的效用为 $U=1-0=1$，选择接受教育时的效用为 $U=2-1/1$

－1，所以不接受教育仍是（弱）最优选择；如果雇主认为不接受教育象征高能力（因而 $w(0)=2$）、接受教育象征低能力（因而 $w(1)=1$），低能力雇员选择不接受教育时的效用为 $U=2-0=2$，选择接受教育时的效用为 $U=1-1/1=0$，所以不接受教育仍然是最优选择。就是说，不论雇主的后验概率如何，不接受教育总是低能力雇员的最优选择。用第4章的术语来说，“接受教育”（$s=1$）是低能力雇员的劣战略（dominated strategy）。但读者可以自己证明，$s=1$并不是高能力雇员的劣战略。因此，如果观察到 $s=1$，雇主不应该认为雇员有任何可能性是低能力的，即合理的后验概率为 $\mu(\theta=1|s=1)=0$。但给定 $\mu(\theta=1|s=1)=0$，高能力雇员将选择 $s=1$，因此 $s(\theta=1)=s(\theta=2)=0$不构成一个混同均衡。因此，这个模型中唯一合理的均衡是分离均衡：低能力雇员选择不接受教育，高能力的雇员选择接受教育。

以上讨论说明，即使教育本身并不提高工人的劳动生产率，它仍然具有传递信号的作用。当然，从社会的角度看，教育似乎是一种浪费。如果是这样的话，为什么不把学校关闭呢？第一，即使教育不提高能力，也可能通过提供信息使得雇主将雇员分配在最合适的工作岗位，从而改进配置效率。比如说，设想有教授和打字员两种工作，尽管混同均衡可能会提高打字员的平均效率，但显然不利于学术的发展。第二，如果没有信号传递的话，有才能的人可能离开公司从事相对效率较低的个体工作，从而对社会是一种损失。在上例中，在混同均衡下，高能力的人的工资为1.5，低于他的生产率2；那么，只要从事个体活动的生产率大于1.5，他就会离开公司从事个体活动。第三，更为重要的是，教育本身可能是有助于提高生产率

的。下面的模型考虑了这一点。

7.4—2 信号传递:教育提高劳动生产率

我们现在讨论更为一般的模型:教育可以提高雇员的劳动生产率。我们仍然假定雇员的能力只有两个可能的水平,$\theta=1,2$,但教育水平 s 是一个连续变量,$s\in[0,\bar{s}]$。假定给定能力 θ 和教育水平 s,雇员的期望产出函数为:

$$y(\theta,s)=\begin{cases}s,\theta=1\\2s,\theta=2\end{cases}$$

就是说,对于任何给定的 s,高能力雇员的劳动生产率是低能力雇员的两倍,而给定能力 θ,教育水平越高,劳动生产率越高。

令 $U_\theta(w,s)$ 是能力为 θ 的雇员的效用函数,其中 w 是雇员预期将得到的工资收入。我们假定 $\partial U/\partial w>0$,$\partial^2U/\partial w^2\leqslant 0$,$\partial U/\partial s<0$,$\partial^2U/\partial s^2<0$,即:收入带来正效用,边际效用递减(或不变);教育带来负效用,边际成本递增。在这个假设下,在 (s,w) 空间,我们得到斜率为正且递增的无差异曲线。一个关键的假设是:低能力雇员的教育成本相对高于高能力雇员的教育成本,即 $\partial U_1/\partial s<\partial U_2/\partial s$。这一假设意味着,在几何图形上,低能力雇员的无差异曲线处处陡于高能力雇员的无差异曲线(为了保持给定的效用水平,教育水平每增加一单位,低能力雇员所需的补偿工资高于高能力所需的补偿工资),因而两条属于不同能力雇员的无差异曲线只有一个相交点("单交点条件"),如图7.11所示。

雇员的问题是,给定预期得到的工资 w,选择教育水平 s,最大化效用函数 $U_\theta(w,s)$。在完全信息下,雇主之间的竞争

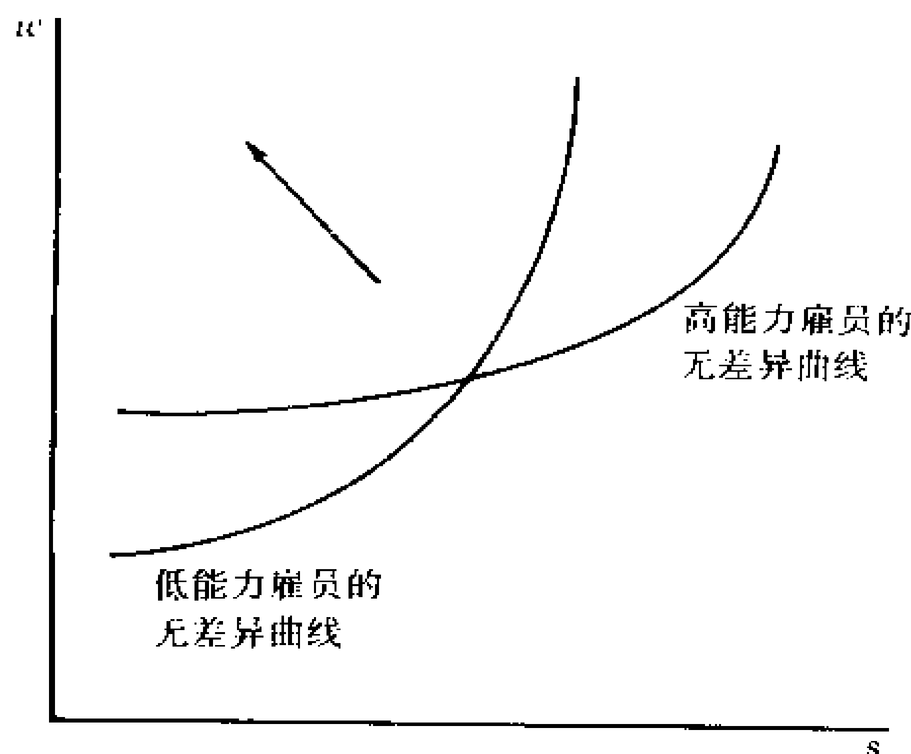


图7.11 无差异曲线和单交点条件

使得均衡工资等于劳动生产率：$w_1 = y_1 = s$，$w_2 = y_2 = 2s$；最优化条件为：

$$\text{低能力：}\frac{\partial w_1}{\partial s} = \frac{\partial y_1}{\partial s} = 1 = -\frac{\partial U_1/\partial s}{\partial U_1/\partial w}$$

$$\text{高能力：}\frac{\partial w_2}{\partial s} = \frac{\partial y_2}{\partial s} = 2 = -\frac{\partial U_2/\partial s}{\partial U_2/\partial w}$$

即最优解在无差异曲线与产出曲线的相切点（边际替代率等于边际转换率）。在图7.12中，A 和 B 分别是低能力雇员和高能力雇员的均衡点：低能力雇员选择教育水平为 $\hat{s}_1$，得到工资 $\hat{w}_1$；高能力雇员选择教育水平 $\hat{s}_2$，得到工资 $\hat{w}_2$。注意，与上一部分的简单模型不同，这里，因为教育提高生产率，即使在完全信息下，每个雇员都将选择正的教育水平，并且，高能力雇员选择的教育多于低能力的雇员。

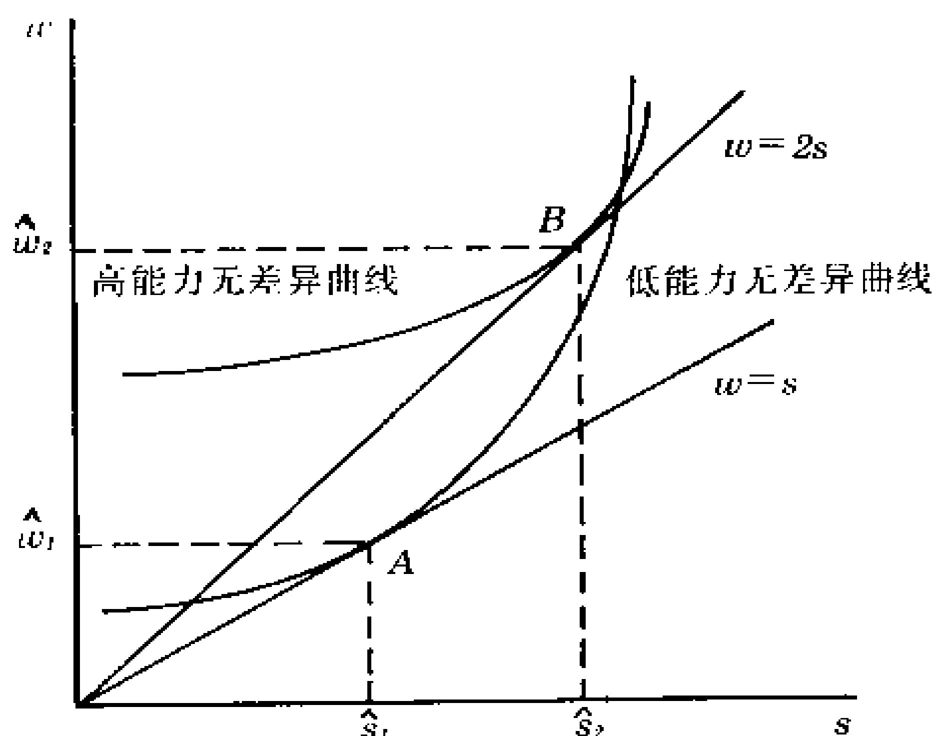


图7.12 完全信息下的均衡

但在不完全信息下，(A,B)不构成均衡，这是因为，如果雇员预期雇主将对教育水平为$\hat{s}_2$的雇员支付工资$\hat{w}_2$，即使低能力的雇员也将选择教育水平$\hat{s}_2$（过B点的无差异曲线代表比过A点的无差异曲线更高的效用水平），而这意味着雇主的期望利润为负数。

假定雇员属于低能力和高能力的先验概率相等，令$\mu(s)=\mu(\theta=1|s)$为当观察到雇员选择教育水平s时雇主认为雇员属于低能力的后验概率（$1-\mu(s)$是属于高能力的后验概率）。那么，在非对称信息下，精炼贝叶斯均衡可以定义如下：(1)存在一个预期的工资函数$w(s)$，一个教育水平$s^*(\theta)$，和(2)一个后验概率$\mu(s)$，使得：

(P1) 给定$w(s)$，s^*最大化$U_\theta(w(s),s)$；

(P2) $w(s^*)=\mu(s^*)s^*+2(1-\mu(s^*))s^*$；

(B) $\mu(s)$ 与贝叶斯规则相一致。

条件(P1)称为激励相容约束或"自选择条件"(self-selection condtion):给定预期的工资函数,能力为 θ 的雇员将选择使自己的效用函数最大化的教育水平 $s^*(\theta)$;条件(P2)是"参与约束":在均衡时,雇主支付给雇员的工资等于雇员的产出的期望值,从而企业的期望利润为零(竞争性假设);条件(B)是贝叶斯条件。

尽管教育水平是一个连续的选择变量,但在均衡情况下,相同能力的雇员将选择相同的教育。在分离均衡中,不同能力的雇员将选择不同的教育水平,雇主根据雇员的教育水平判断其能力,工资等于其劳动生产率。具体来说,能力为 $\theta=1$ 的雇员选择 $s^*(1)=s_1$,能力为 $\theta=2$ 的雇员选择 $s^*(2)=s_2$,且 $s_1\neq s_2$;雇主认为教育水平为 s_1 的是低能力,从而支付工资 $w(s_1)=s_1$,教育水平为 s_2 的是高能力,从而支付工资 $w(s_2)=2s_2$。在混同均衡中,两类能力的雇员选择相同的教育水平 $s^*(1)=s^*(2)=s^*$,雇主不能从教育水平区别雇员的能力,因此,只能支付同一的工资 $w(s^*)=0.5s^*+0.5\times 2s^*=1.5s^*$。[①]

现在我们用几何图形解释这两种均衡。分离均衡的条件是低能力的雇员宁愿选择 $(s=s_1, w=s_1)$ 而不是 $(s=s_2, w=2s_2)$,而高能力的雇员正如相反。在图7.13中,粗线代表雇员

① 第三种可能的均衡是"准分离均衡",即低能力的雇员可能选择 s_1 也可能选择 s_2,高能力的雇员只选择 s_2;或者相反,低能力的雇员只选择 s_1,高能力的雇员可能选择 s_1 也可能选择 s_2,从而,一种教育水平传递信息,另一种教育水平不传递信息。

预期的工资曲线 $w(s)$。A 和 C 是两个均衡点，其中 A 是低能力雇员的最优点，C 是高能力的最优点。显然，低能力雇员没有积极性选择 C，高能力雇员也没有积极性选择 A。从图中可以看出，"自选择条件"意味着工资曲线 $w(s)$ 必须在过均衡点的无差异曲线的下方，否则，不可能有均衡；"零利润条件"（参与约束）意味着，低能力的均衡点在 $w=s$ 直线上，高能力的均衡点在 $w=2s$ 直线（但这个约束并没有对非均衡教育水平的工资函数有什么限制，我们将在后面讨论这一点）。

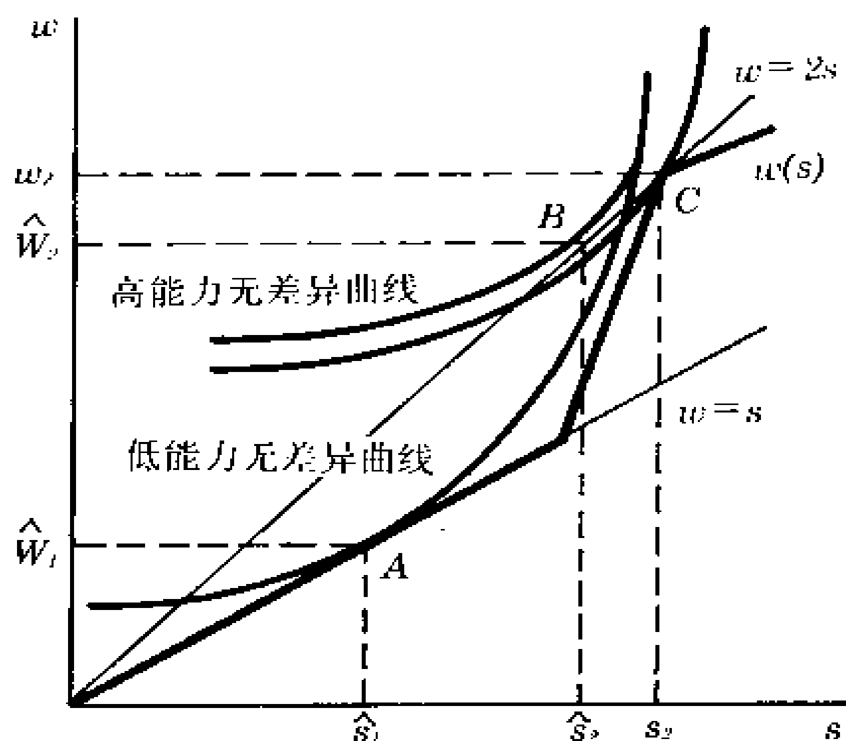


图7.13 分离均衡

显然，分离均衡不是唯一的：对应不同的工资函数，我们有不同的分离均衡（事实上，有无穷多个分离均衡）。图7.14给出另外一个分离均衡，在这个均衡中，低能力雇员选择 D，高能力雇员选择 C。

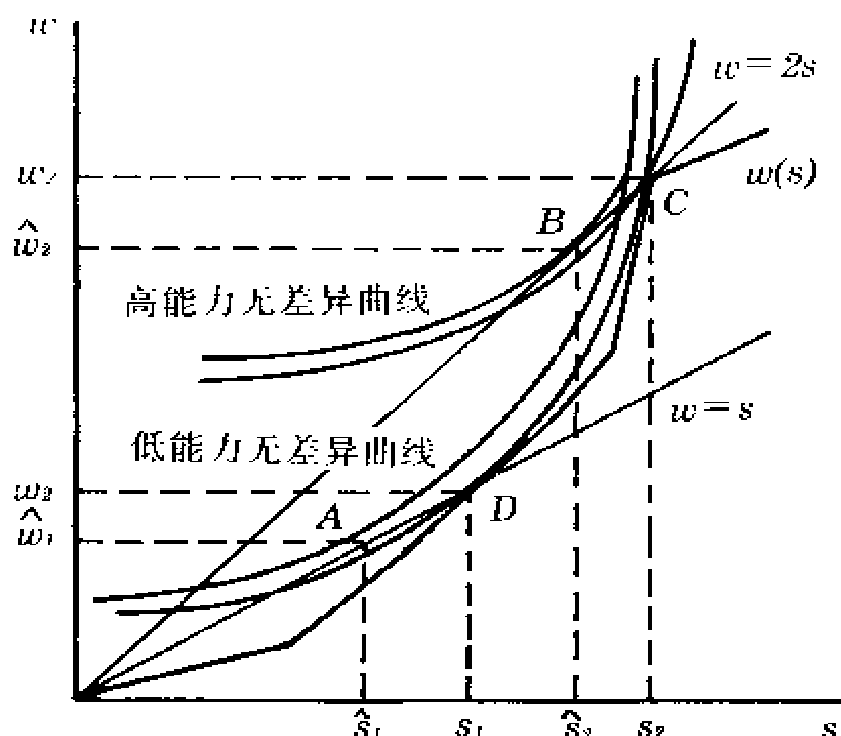


图7.14　另一个分离均衡

从图7.13和图7.14可以看出，无论工资函数如何，一般来说，不完全信息下的均衡教育水平不同于完全信息下的最优教育水平。在图7.13中，低能力的教育水平与完全信息下相同（$s_1=\hat{s}_1$），但高能力的教育水平高于完全信息下的最优教育水平（$s_2>\hat{s}_2$）；在图7.14中，两类雇员的教育水平都高于完全信息下的最优教育水平（$s_1>\hat{s}_1$，$s_2>\hat{s}_2$）。这种与完全信息下最优水平的偏离就是将不同能力的雇员区别开的信息成本。

尽管对应于不同的工资函数存在着不同的分离均衡，但使用非均衡路径上劣战略剔除办法（直观标准），只有一个分离均衡是合理的。[1]让我们用图 7.15说明这一点。首先注意

① 参阅4.3节。

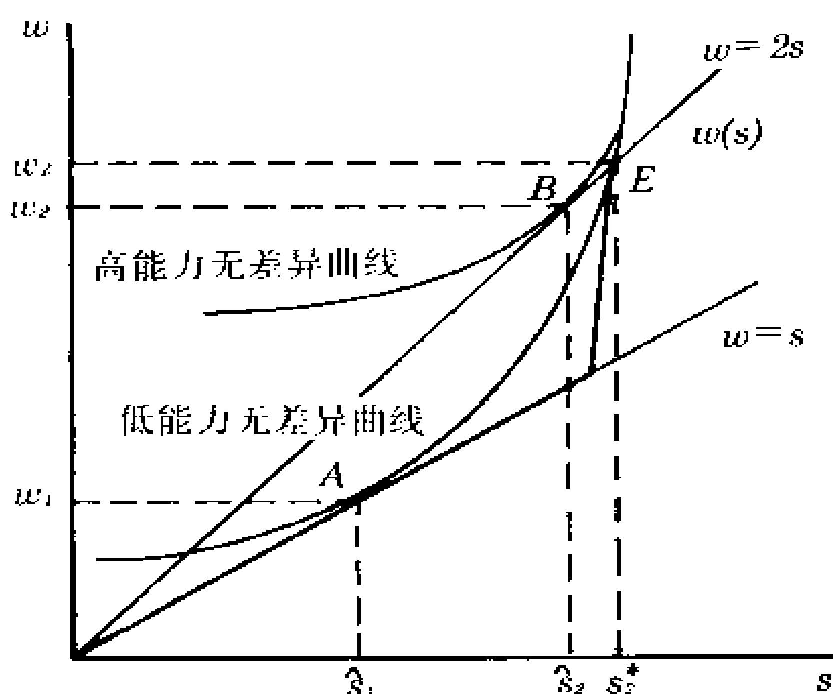


图7.15　帕累托分离均衡

到，无论雇员的实际能力是 $\theta=1$ 还是 $\theta=2$，给定教育水平 s，劳动生产率不会小于 s、大于 $2s$。因此，雇员应该理性地预期到工资水平在 s 与 $2s$ 之间，即 $s\leqslant w(s)\leqslant 2s$。给定这一点，在任何分离均衡中，低能力雇员的最优选择是 $(s_1=\hat{s}_1, w(s_1)=\hat{s}_1)$，与完全信息下相同。进一步，从图中可以看出，对于低能力的雇员来说，不论雇主的后验概率如何，所有的 $s\geqslant s_2^*$ 都弱劣于 $\hat{s}_1$。因此，当观察到 $s\geqslant s_2^*$ 时，雇主不应该认为雇员是低能力的，即对于所有的 $s\geqslant s_2^*$，合理的后验概率应该为 $\mu(s)=0$，因而合理的工资函数应该为 $w(s)=2s$，如图所示。给定这一点，高能力的雇员没有必要选择大于 s_2^* 的教育水平；就是说，s_2^* 是高能力的雇员将自己与低能力雇员区别开来的最低教育水平。因此，唯一合理的分离均衡是 (A, E)：低能力选择 $s=\hat{s}_1$，

高能力选择 $s=s_2^*$；雇主认为 $s=\hat{s}_1$ 的是低能力，支付 $w=\hat{s}_1$，$s=s_2^*$ 的是高能力，支付 $w=2s_2^*$。这里，$\Delta s=s_2^*-\hat{s}_2$ 是为实现分离的最少额外教育。

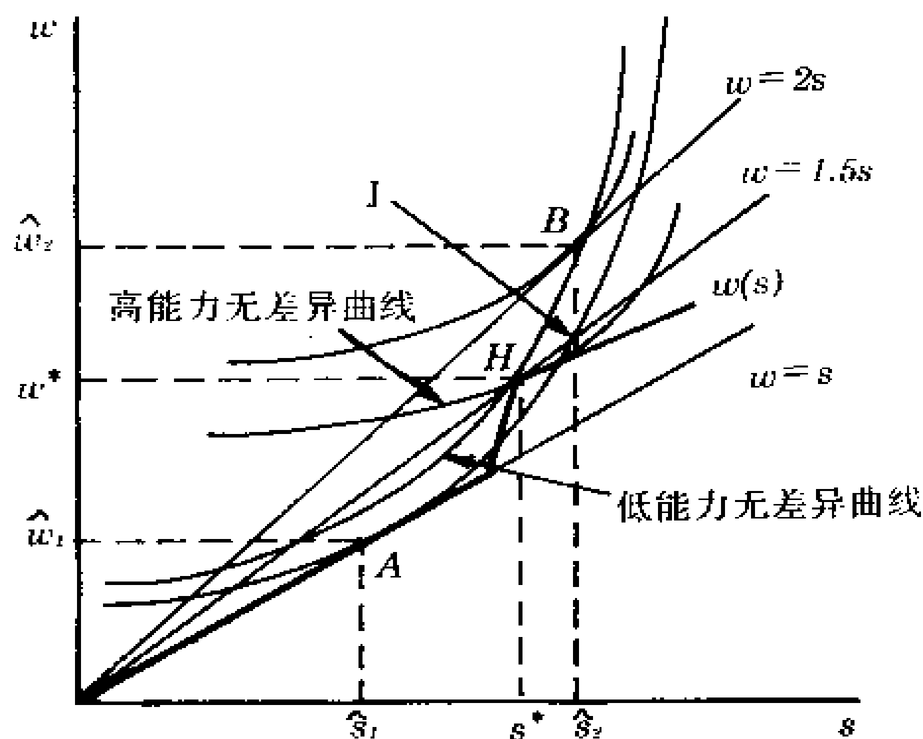


图7.16　一个混同均衡

在讨论过分离均衡后，我们来看混同均衡。混同均衡意味着所有类型的雇员选择相同的教育水平，得到相同的工资。图7.16给出一个混同均衡结果：(s^*, w^*)。显然，任何一个点 $H=(s^*, w^*)$，只要满足 $w^*=1.5s^*$，和对于所有的 $s\neq s^*$，$U(w^*, s^*)\geqslant U(w(s), s)$，都是一个混同均衡。在几何图形上，这个条件意味着工资曲线在过点 H 的两条相交的无差异曲线（分别属于两类雇员）之下。一种最简单的情况是，假定对于所有的 $s\neq s^*$，雇主的后验概率为 $\mu(s)=1$，从而工资函数为 $w(s)=s$，那么，存在一个 $\underline{s}$ 和一个 $\bar{s}>\underline{s}$，使得所有 $s\in[\underline{s}, \bar{s}]$ 都

可以构成一个均衡。因此，有连续无穷多个混同均衡(请读者在几何图形上划出 $\underline{s}$ 和 $\bar{s}$，并证明 $\underline{s}$ 和 $\bar{s}$ 应满足的条件)。

简单剔除劣战略的方法不能减少混同均衡的数量，但“直观标准”(intuitive criterion)可以剔除所有的混同均衡。为了说明这一点，假定图7.16中，$H=(s^*,w^*)$是一个混同均衡。现在设想雇员偏离这个均衡，选择了 $J=\{s^*+\sigma s, w^*+\sigma w^*\}$，因为对高能力雇员来说，$J$ 优于均衡 H，而对低能力雇员而言，J 劣于均衡 H；因此，当观察到 J 出现时，雇主应该认为雇员属于高能力，即 $\mu(s^*+\delta s^*)=0$。因为期望利润 $2(s^*+\delta s^*)-(w^*+\delta w^*)=0.5(s^*+\delta s^*)>0$，雇主应该接受 J；因此，高能力雇员应该选择 J 而不是 H。这样，H 不满足直观标准，应该从均衡中剔除。类似地，所有混同均衡都不满足直观标准。

这样，我们得到的唯一的均衡是分离均衡：低能力雇员选择教育水平 $\hat{s}_1$，得到工资 $w=\hat{w}_1=\hat{s}_1$；高能力雇员选择教育水平 $s_2^*>\hat{s}_2$，得到工资 $w=w_2^*=2s_2^*$。教育水平成为传递雇员能力的信号。

7.4—3　信息甄别：雇主先行

在以上的模型中，我们假定博弈的顺序是，雇员在签订就业合同之前根据预期到的工资函数首先选择教育水平，雇主在观察到雇员的教育水平之后再决定支付什么样的工资给雇员。现在让我们把博弈的顺序逆转过来，假定雇主首先行动，在雇员接受教育之前就提出一个合同菜单$\{w,s\}$，雇员选择其中一个与雇主签约，然后根据合约规定接受教育 s，在完成教育后得到合约规定的工资 w。这就是信息甄别模型

(screening)。

根据罗斯查尔德和斯蒂格里兹(1976),在信息甄别模型中,均衡指存在着一组合同$\{(w_1,s_1),(w_2,s_2),\cdots,(w_k,s_k)\}$,和一个选择规则(selection rule),$R:\theta\to(w,s)$,使得:(1)每一类型雇员在所有可选择的合同中选择一个最适合自己的合同(即,θ能力的雇员选择(w_θ,s_θ),当只当对于所有的(w,s),$U_\theta(w_\theta,s_\theta)\geq U_\theta(w,s)$);(2)雇主的利润不能为负;(3)不存在新的合同能够使得选择提供该合同的雇主得到严格正的利润。

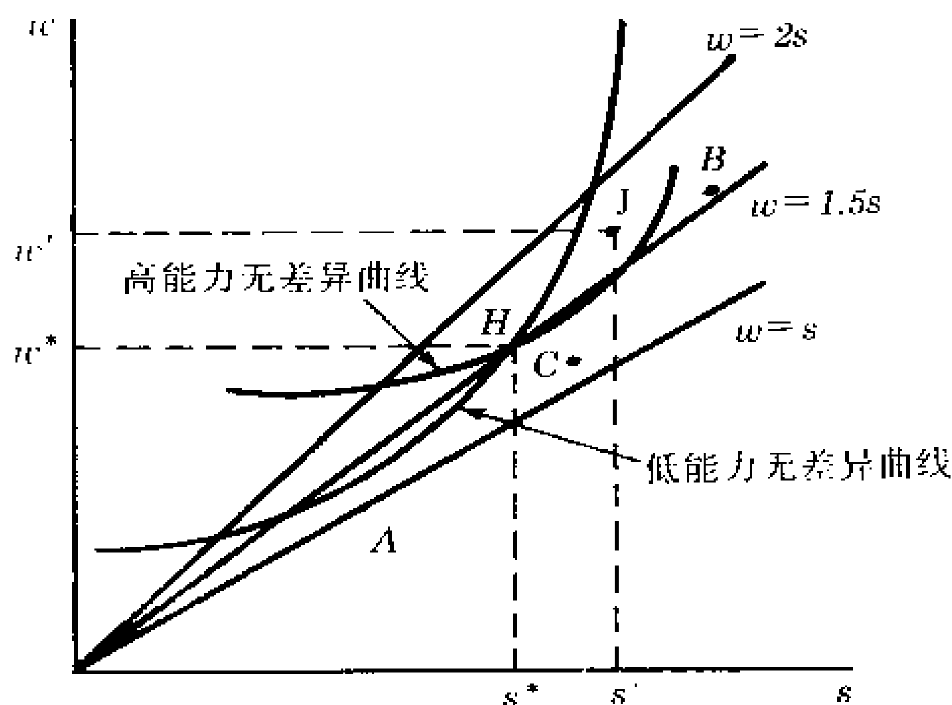


图7.17 不存在混同均衡

行动顺序的改变对均衡结果有重要影响。在信息甄别模型中,不存在混同均衡。考虑图7.17。假定一个雇主提供合同菜单$\{A,B,C,H\}$,使得两类雇员都选择$H=\{w^*,s^*\}$,企业

的利润为零。但是，考虑另一个可选择的合同 $J=\{w',s'\}$。因为对高能力雇员来说，$J=\{w',s'\}$ 优于 $H=\{w^*,s^*\}$，而对低能力雇员来说，正好相反，因此，高能力雇员将由 $H=\{w^*,s^*\}$ 转向 $J=\{w',s'\}$，低能力雇员将继续选择 $H=\{w^*,s^*\}$。因为 $w'<2s'$，提供 $J=\{w',s'\}$ 的雇主将得到正的利润；而当高能力转向 $J=\{w',s'\}$ 时，提供 $H=\{w^*,s^*\}$ 的雇主将亏损，不满足参与约束，因此，$H=\{w^*,s^*\}$ 不可能是一个均衡。类似地，我们可以证明，任何 $w=1.5s$ 线上的点都不可能构成均衡。

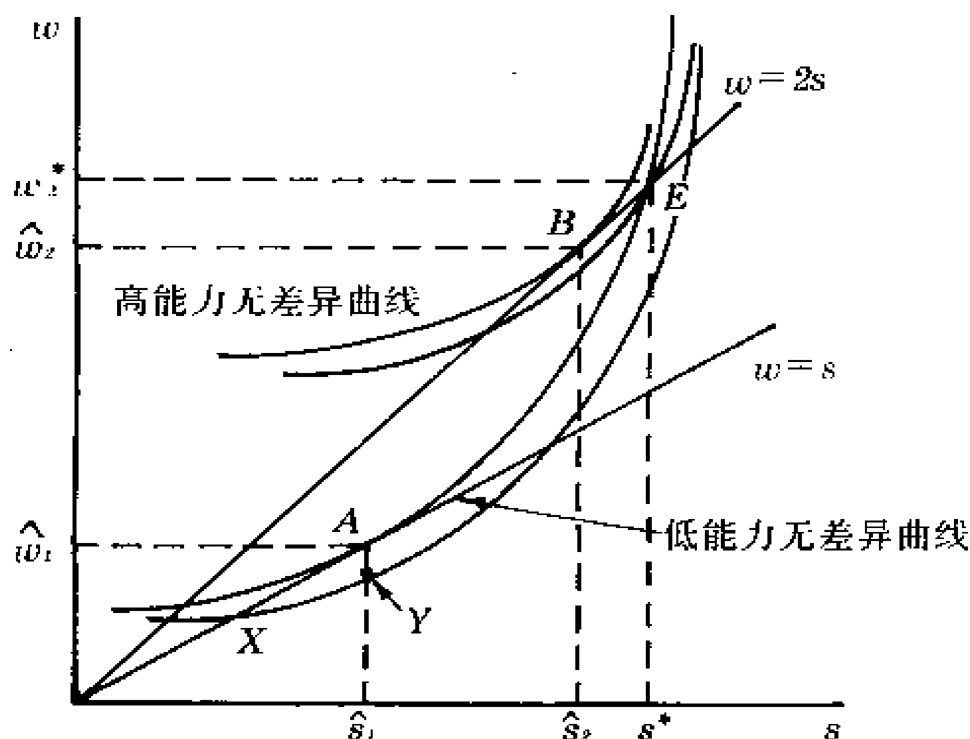


图7.18 分离均衡的唯一性

这样，唯一可能的均衡是分离均衡。进一步，我们可以证明，与信号传递模型的多重均衡不同，在信息甄别模型中，分离均衡是唯一的（如果存在的话）。考虑图7.18。首先注意到，

在分离均衡中，低能力雇员将选择 $A=(\hat{w}_1,\hat{s}_1)$—— 完全信息下的最优点，这是因为，如果一个雇主提供低能力雇员任何不同于 $A=(\hat{w}_1,\hat{s}_1)$的合同（如 X），另一个雇主可以通过新的合同如 $Y=(\hat{w}_1-\varepsilon,\hat{s}_1)$将低能力雇员吸引走并得到正的利润。只有在 $A=(\hat{w}_1,\hat{s}_1)$点，才不存在帕累托改进合同。从图中也可以看出，高能力雇员的均衡合同为 $E=(w_2^*,s_2^*)$：任何 E 左边的点都不能将低能力和高能力分离（即低能力雇员会假装高能力），而任何 E 右边的点都会被其他雇主的有利可图新合同取代。

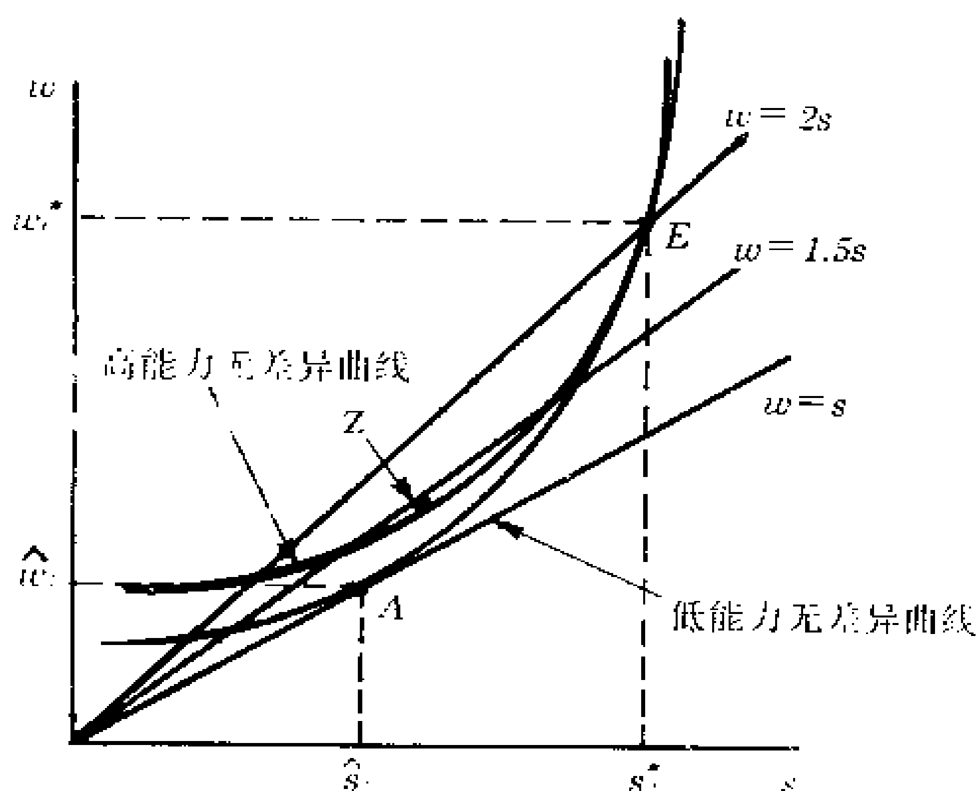


图7.19　均衡不存在的情况

在信息甄别模型中，分离均衡是唯一的，但分离均衡也可能根本就不存在。图7.19与图7.18的唯一不同是过 E 点的高能力雇员的无差异曲线与 $w=1.5s$（平均生产率曲线）相交。

假定(A,E)是一个均衡点。如果有另一个雇主提供合同$Z=(w',s')$，两类雇员都将转向选择$Z=(w',s')$，而放弃原来的选择。因为$Z=(w',s')$在$w=1.5s$之下，它是有利可图的。因此，(A,E)不可能是一个分离均衡。另一方面，我们已经证明，也不存在混同均衡。因此，根本没有均衡。

一个有意思的问题是，为什么在信号传递模型中有多个分离均衡和多个混同均衡，而在信息甄别模型中，唯一可能的均衡是分离均衡？原因在于，在信号传递模型中，均衡依赖于雇主（没有私人信息的参与人）有关雇员（有私人信息的参与人）的后验概率，而因为存在着非均衡路径，非均衡路径上的后验概率具有任意性，对应不同的后验概率，有不同的均衡。对比之下，在信息甄别模型中，后验概率是没有意义的。雇主先提供合同，雇员行动之后的后验概率不影响雇主的选择；而后行动的雇员具有完全的信息。毫不奇怪，当我们在信号传递模型中剔除掉"不合理"的后验概率时，剩下的唯一均衡是分离均衡，并且，该分离均衡与信息甄别模型中相同（即最低成本分离均衡）。①

当然，更为棘手的问题是在信息甄别模型中，甚至根本不存在均衡。这里的问题可能并不在于现实市场中不存在均衡，而可能出在均衡概念（notion of equilibrium）本身。特别地，均衡概念隐含地假定，如果第二个雇主用新的有利可图的合同破坏了原来的均衡时，没有进一步的变化出现。如果不是这样，——比如说，如果原来的雇主对竞争者的新合同作出反

① 但应该指出的是，"直观标准"并不总是能剔除掉所有混同均衡，如我们在第4章限制性定价模型中看到的。

应，使得本来有利可图的偏离不再有利可图，原来的均衡就可以恢复。在理论上"恢复"均衡的两个主要文献是瑞里(Riley，1979)和威尔森(Wilson，1977)。瑞里提出"反应均衡"(reactive equilibrium)的概念。根据反应均衡的概念，为了破坏原来的均衡，新的合同不仅应该在原合同的基础上是严格有利可图的，而且不存在更新的合同使得其严格无利可图(利润为负)。前面有关不存在混同均衡的论点依然成立。在图7.17中，我们用 $J=(w',s')$ 打破了混同均衡 $H=(w^*,s^*)$；只要 $H=(w^*,s^*)$ 依然可供选择(从而低能力的雇员仍然选择它)，不存在其他的新合同使得 $J=(w',s')$ 无利可图(因为 $J=(w',s')$ 只吸引高能力雇员)。但是在图7.19中，当第二个雇主试图用新的混同合同 Z 打破原来的分离均衡 (A,E) 时，原来的雇主可以用另一个分离合同吸引高能力雇员，使得第二个雇主的混同合同 Z 严格无利可图(因为只有低能力的雇员选择 Z)。因为考虑到原雇主(或其他雇主)的这种反应，第二雇主就不会用 Z 破坏 (A,E)。因此，瑞里得出结论，反应均衡总是存在的，它就是唯一的分离均衡 (A,E)。

另一方面，威尔森提出了"预期性均衡"(anticipatory equilibrium)的概念。预期性均衡要求，为了破坏原来的均衡，新的合同不仅要在原合同存在时严格有利可图，而且在原合同撤出后仍然不带来亏损。根据这一点，在图7.17中，当第二个雇主用 $J=(w',s')$ 打破混同均衡 $H=(w^*,s^*)$ 时，他面临的风险是，如果原来的雇主不再提供 $H=(w^*,s^*)$ (因为该合同现在只吸引低能力雇员因而使雇主亏损)，低能力雇员也选择 $J=(w',s')$，因而新合同的利润严格为负。预期到这一点，没有雇主愿意打破混同均衡 $H=(w^*,s^*)$，就是说，混同均衡

是存在的。但是，在图7.19中，当第二个雇主用新的混同合同Z打破原来的分离均衡(A,E)时，并不存在这样的风险，因为Z吸引的是两类雇员，与原合同(A,E)是否退出无关。因此，威尔森得出结论说，预期性均衡总是存在的，甚至可能多于一个，并且混同均衡是可能的。

克瑞普斯(1990)指出，究竟瑞里和威尔森的均衡概念哪一个更为恰当，依赖于所考虑的市场的特征。比如说，以保险业市场为例。如果法律规定原有合同不能撤出，瑞里的均衡概念更为合理；但如果原有合同可以撤出，威尔森的均衡概念似乎更为恰当。

进一步阅读

关于道德风险和逆向选择同时存在情况下的激励机制设计，参阅 Laffont 和 Tirole （1987），McAfee 和 McMillan (1991)。

练习题

1. 根据7.1节的第3部分，给出在数量—价格空间上的需求曲线和供给曲线，并与对称信息下的需求曲线和供给曲线比较。

2. 设想你是一位经济学教授，有一天收到一家出版社的一封热情洋溢的来信。信上说，该出版社正在编纂一套《著名

经济学家大词典》，鉴于你在经济学研究上的卓越成就，编辑部已将你选入“著名经济学家”行列，希望你能写一个2000字的自传，并附近照一张和赞助费1000元；该书出版后，你可以以八五折优惠价购买。信中还说，你还可以推荐其他你认为值得推荐的经济学家入《大词典》，为感谢你的支持，每推荐一位人选，出版社将给你500元的推荐奖。

你将如何回答这封信呢？

现在假定，除上述内容外，信上还说，为了提高经济学的研究水平，政府某权威部门已决定设立“××研究基金”，只有入选《大词典》的人才有资格申请该研究基金。那么，你又将如何回答这封信呢？

3. 设想你有两种选择：当工人或当企业家。如果当工人，你得到固定的工资 w(外加存款利息收入，如果有的话)；如果当企业家，你是剩余索取者，你的收入依赖于你的经营能力 $\theta\in[0,1]$，也依赖于你的运气。假定建立一个企业需要的资本为 K。企业可能成功，也可能失败。如果成功，收益为 $f(K)$；如果失败，收益为零。成功或失败的概率依赖于你的经营能力 θ。为了简单起见，假定成功的概率等于经营能力(因此，你的能力越高，成功的概率越高)。假定你的自有资金是 $W_0<K$。为了当企业家，你必须向银行或其他资本家借款 $K-W_0$。假定市场利率为 r。如果企业成功，你的期望利润为 $\Pi=\theta(f(K)-(1+r)(K-W_0))$；由于有限责任的存在，当企业失败时，你并不需要偿还贷款，你的利润到零为止。假定 $f(K)>(1+r)K$。证明：(1)存在一个临界值 θ^*，当且只当你的实际经营能力大于 θ^* 时，你才选择当企业家；(2) θ^* 随 W_0的上升而上升：$\partial\theta^*/\partial W_0>0$。

现在假定你是一个腰缠万贯的人，你的经营能力低于 θ^*，因此，你决定不当企业家。但是，有两个人找上你的门来，一个穷人，一个富人，都说他们想当企业家，需要向你借钱。当你决定是否满足他们的要求时，你不得不考虑他们还钱的可能性。你知道还钱的可能性等于借钱人的经营能力，但你并不知道他们当中谁的能力高，谁的能力低。你知道的只是谁富谁穷。你应该把钱借给谁呢？为什么？（参阅张维迎（1995）第3章。）

4.（Mas-Colell, Whinston and Green）考虑项目融资的信贷问题。假定有两类投资项目，好项目和坏项目；每个项目需要1元的投资，有两种可能的结果，成功（收益为 $\Pi>0$）或失败（收益等于零）；好项目成功的概率为 p_G，坏项目成功的概率为 p_B，$p_G>p_B$。好项目的比例为 λ。

假定企业家没有自有资金，因此全部投资都要从银行借。信贷合同规定，每元贷款的偿还数额为 $R(<\Pi)$（包括利息和本金）。企业家知道项目的质量，银行不知道。如果项目成功，银行得到 R，企业家得到 $\Pi-R$；如果项目不成功，企业家违约，银行的收入为零。假定银行是竞争性的，并具有风险中性偏好。无风险的利率为 r。假定下列条件成立：

$$p_G\Pi-(1+r)>0>p_B\Pi-(1+r)$$

（即好项目值得进行，坏项目不值得进行。）

（1）求均衡还款额 R 和均衡投资的项目的集合；均衡如何依赖于 p_G、p_B、λ、Π 和 r？

（2）现在假定企业家可以自己拿出 x 比例的钱投资（$x\in[0,1]$）。但因为流动性约束的限制（如企业家必须将一些很值钱的东西以较低的价格换成现金），这样做的实际成本

是$(1+\rho)x$，其中$\rho>r$。

①求企业家的收入与其项目类型、还款额R和自投资金的比例x之间的函数关系；

②假定企业家首先决定自投资金比例x，银行根据x决定是否满足企业家的贷款要求及偿还额R，企业家再决定是接受银行的条件还是放弃项目。什么是"最好的"(从福利角度看)分离均衡？具有好项目的企业家的自投资金比例如何随p_G、p_B、λ、Π和r而变化？

③与(1)的均衡相比，②的均衡中两类企业家的行为如何不同？

5. 设想有两组人，每一组都包括守信誉的人和不守信誉的人两类，但第一组内守信誉的人占到50%，第二组内守信誉的人占80%。假定组内人知道谁守信誉谁不守信誉，但外面的人不知道。显然，外面的人更愿意与第二组人做生意。现在设想你是一位组内成员，并且是一位守信誉的人。当你属于哪一组时，你更有积极性花成本把自己与那些不守信誉的人区别开来？

现在你可以用一个例子来检查你的回答是否正确。在7.4节第1部分中，现在假定低能力与高能力的比例为2:8(而不是5:5)。分离均衡和混同均衡哪一个更可能出现？

6. 一对双胞胎兄弟，长得非常相像，外人很难从相貌上把他们区别开来，但两人本质很不同，一个品德优良，一个道德败坏。外人唯一知道的是，道德败坏的喜欢饮酒，品德优良的不喜欢饮酒。有一次，村里要选10名优秀青年到乡里领奖，每人奖金10元。为了不使那位道德败坏者混入"优秀青年行列"毁坏村里的名声，党支部书记在会场放了一瓶价值11元的酒，

企图诱使坏青年自我暴露。又有一次，村里要挑10名男青年帮助刚从城里来的女知青学农活，为了不使坏青年混入招惹麻烦，党支部书记又企图用一瓶酒使坏青年曝光。问题：哪一次书记更容易成功？

如果你认为这个问题几乎是不说自明的，那么，考虑下述问题：在7.4节第1部分中，现在假定低能力雇员的生产率是$\theta=1$，高能力雇员的生产率是$\theta=5$（而不是$\theta=2$）。问题：分离均衡可能吗？给出你的解释，并用这个例子说明什么情况下鱼目更容易混珠？进一步，如果教育的成本函数是$4.5s/\theta$，情况又如何呢？

7. 企业生产的产品有两种可能的质量，高质量(H)或低质量(L)；企业自己知道产品的质量，消费者在用过一次之后才知道（这种产品被称为"经验品"(experience good)）；假定所有消费者具有相同的偏好：如果消费了高质量产品，总消费者剩余为θ；如果消费了低质量产品，总消费者剩余为0。假定生产高质量产品的单位成本为c_1，低质量产品的单位成本为c_0，$c_1>c_0$；消费者认为产品质量的先验概率为μ。如果购买只是一次性的，当μ取什么值时，低质量的产品会把高质量的产品赶出市场？

现在假定博弈进行两个阶段，如果消费者在第一阶段购买的是高质量产品，第二阶段继续购买；如果第一阶段购买的是低质量产品，第二阶段不再购买。假定每阶段的销售价格p等于预期的消费者剩余。但企业在第一阶段可以选择是否花费x的钱做广告。企业的贴现因子为δ。证明：(1) 如果$\delta(\theta-c_1)<(c_1-c_0)$，不存在分离均衡，即高质量的企业不会通过选择$x$把自己与低质量的企业分开；(2) 如果

$\delta(\theta - c_1) \geqslant (c_1 - c_0)$，存在分离均衡，高质量的企业将做广告把自己与低质量的企业分开，广告费为 $x \geqslant p - c_0$（这个例子就是 Nelson-Schmalensee 模型，解释什么情况下广告（或价格）可以有传递产品质量的信息。参阅泰勒尔（1988）第118 119页）。

8. 在许多情况下，私人信息是多维的而不是一维的。比如说，企业的价值不仅与利润的均值有关，而且与利润的方差有关（可能是因为方差对信号成本有影响）；外部投资者不仅不知道均值，也不知道方差。显然，当经理要向投资者传递两类或多类私人信息时，使用的信号工具一般不同于只传递一种信号时的信号工具。

经验研究表明，当企业在市场上发行新股时，总是将新股的价格规定得很低，以至发行后几天之内，价格就急剧上升。企业为什么要低价发行?Grinblatt 和 Hwang（1989）用一个信号模型解释这个问题，认为，低价发行是因为企业想同时向投资者传递均值和方差两类信息。阅读他们的文章，并总结出论点。

参考文献

教科书类

Kreps, David, 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapters 17—18, Princeton University Press.

Mas-Colell, Andreu, Michael D. Whinston and Jerry R. Green, 1995, *Microeconomic Theory*, Chapters 13 and

23, Oxford University Press.

Rasmusen, Eric, 1994, *Game and Information: An Introduction to Game Theory*, Chapter 9－10, Cambridge: Blackwell Publisher.

Tirole, Jean, 1988, *Theory of Industrial Organization*, Chapters 2,3, and 9, MIT Press.

经典文献及其他

Akerlof, G., 1970, "The Market for Lemons: Quality Uncertainty and the Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics* 84:488—500.

Dasgupta, P., and E. Maskin, 1986, "The Existence of Equilibrium in Discontinuous Economic Game", *Review of Economic Studies* 53:1—26 and 27—41.

Grinblatt, M., and C-Y Hwang, 1989, "Signaling and the Pricing of New Issues", *The Journal of Finance* 44:393—420.

Laffont, J.-J., and J. Tirole, 1987, "Auctioning Incentive Contracts", *Journal of Political Economy* 95:921—37.

McAfee, R., and J. McMillan, 1991, "Optimal Contracts for Teams", *International Economic Review* 32:561—577.

Nelson, P., 1974, "Advertising as Information", *Journal of Political Economy* 81:729—754.

Riley, J., 1979, "Informational Equilibrium", *Econo-*

metrica 47:331–59.

Rothschild, M., and J. Stiglitz, 1976, "Equilibrium in Competitive Insurance Market", *Quarterly Journal of Economics* 90:629—49.

Schmalensee, R., 1978, "A Model of Advertising and Product Quality", *Journal of Political Economy* 86:485—503.

Spence, A. M., "Job Market Signaling", *Quarterly Journal of Economics* 87:355—74.

Spence, A. M., 1974, *Market Signaling*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Stiglitz, J., and A. Weiss, 1981, "Credit Rationing in Markets with Imperfect Information", *American Economic Review* 71:393—410.

Wilson, C., 1977, "A Model of Insurance Markets with Incomplete Information", *Journal of Economic Theory* 16:167—207.

Wilson, C., 1980, "The Nature of Equilibrium in Markets with Adverse Selection", *Bell Journal of Economics* 11:108–30.

张维迎,1995,《企业的企业家—契约理论》,第3章,上海三联书店、上海人民出版社。

重要词汇英汉对照

（以下所列仅为本书作者认为目前国内并无统一译法或公认译法的词汇，已有统一译法或公认译法的从略。）

action，行动

action profile，行动组合

adverse selection，逆向选择

agency，代理关系，代理问题

agent，代理人

alternating offers，轮流出价

assessment，状态

asymmetric，非对称的

asymmetric information，非对称信息

auction，拍卖，招标

bargaining，讨价还价

battle of the sexes game，性别战博弈

Bayesian equilibrium，贝叶斯均衡

perfect ～，精炼贝叶斯均衡

Bayesian games，贝叶斯博弈

Bayesian Nash equilibrium，贝叶斯纳什均衡
behavior strategies，行为战略
beliefs，信念，概率
prior ～，先验概率
posterior ～，后验概率
Bertrand game，伯川德博弈
Bertrand equilibrium，伯川德均衡
best response，最优对应(反应)
best response function，最优反应函数
boxed pigs game，智猪博弈
budget balancing constraint，平衡预算约束

chainstore paradox，连锁店悖论
certainty equivalence，确定性等价
cheat talks，廉价磋商，无成本交流
chicken game，斗鸡博弈
coalition，联盟
common knowledge，共同知识
compensation，报酬，补偿
complementary，互补(的)
complete information，完全信息
concave function，凹函数
continuous strategies，连续战略
contract，契约，合同
convex function，凸函数
convex set，凸集

cooperative game，合作博弈
coordination game，协调博弈
correlated strategies，相关战略
correspondence，对应
Cournot game，库诺特博弈
Cournot equilibrium，库诺特均衡
cumulative distribution function，累积分布函数

discount factor，贴现因子
discount rate，贴现率
dominance-solvable game，重复剔除占优可解博弈
dominant strategy，占优战略
　　～equilibrium，占优战略均衡
dominated strategy，劣战略
double-sided moral hazard，双边道德风险
dynamic consistency，动态一致性
dynamic game，动态博弈

Edgeworth paradox，埃奇维斯悖论
efficiency wage，效率工资
entry deterrence，进入遏制
equilibrium，均衡
　　Bayesian～，贝叶斯均衡
　　Bertrand ～，伯川德均衡
　　Nash～，纳什均衡
　　out-of～ ，非均衡

perfect ～，精炼均衡

pooling ～，混同均衡

reactive ～，反应均衡

separating ～，分离均衡

equilibrium path，均衡路径

out of ～，非均衡路径

(off-～)，非均衡路径

equilibrium refinement，均衡(概念)的改进(精炼)

ex ante，事前

ex post，事后

expected utility，期望效用

extensive form of game，博弈的扩展式(表述)

finite strategies，有限战略

finitely repeated games，有限次重复博弈

first-best contract，一级最优合约(合同)

first-best solution，(帕累托)一级最优解

first-mover advantage，先动优势

first-order condition，一阶条件

first-order stochastic dominance，一阶随机占优(条件)

first-price-open-cry auction，一阶公开叫卖

first-price-sealed bid auction，一阶密封价格拍卖

fixed bargaining cost，讨价还价的固定成本

focal point，聚点解

folk theorem，无名氏定理

forcing contract，强制合同

forward induction，顺向归纳
fully insured，全保的

game theory，博弈论
game tree，博弈树
gang of four model，四人帮模型
grab the dollar，抓钱博弈
grim strategy，冷酷战略
Groves-Clarke mechanism，格罗夫斯　克拉克机制

Harsanyi doctrine，海萨尼公理
Harsanyi transformation，海萨尼转换
hidden action，隐藏行动
hidden information，隐藏信息
Hotelling model，豪泰林模型

imperfect information，不完美信息
incentive compatibility，激励相容
　～constraint，激励相容约束
incomplete information，不完全信息
independence of irrelevant alternatives，无关选择的独立性
individual rationality constraint，个人理性约束
infinite game，无限博弈
infinite strategy space，无穷战略空间
infinitely repeated game，无限次重复博弈

information，信息
information partition，信息分割
information sets，信息集
informational rents，信息租
informed players，知情者，有私人信息的参与人，代理人
insurance game，保险业博弈
intuitive criterion，直观标准
invariance，不变性
iterated dominance，重复剔除占优
~equilibrium 重复剔除占优均衡

lemons game，柠檬博弈，旧货市场博弈
limit pricing model，限制性定价模型，垄断限价模型
linear contract，信息合同
location model，位置选择模型
lower semi-continuous correspondence，下半连续对应

marginal likelihood，边缘概率
matching pennies，猜谜博弈
matrix game，矩阵博弈
menu of contracts，合同菜单
minimax criterion，最小最大标准
minimax payoffs，最小最大支付
minimax punishment，最小最大惩罚
mixed strategy，混合战略

monotone likelihood ratio property，单调似然率特征
moral hazard，道德风险
multiple equilibrium，多重均衡
mutual knowledge 共同知识

Nash bargaining solution，纳什讨价还价解
Nash equilibrium，纳什均衡
Nature，自然(虚拟参与人)，外生力量
node，结
non-cooperative game，非合作博弈
normal form of a game，博弈的标准表述
nuisance suits，要胁诉讼

one-short game，一次性博弈
one-sided asymmetry，单方非对称
optimal contract，最优合同
order of play，行动顺序
out-of equilibrium behavior，非均衡行为
outcome，结果
overlapping generation model，叠代模型

Pareto dominance，帕累托占优，帕累托最优
Pareto perfection，帕累托精炼
partially adverse selection，部分逆向选择
partially pooling equilibrium，准混同均衡
partially revealing equilibrium，准显示均衡

partially separating equilibrium，准分离均衡
participation constraint，参与约束
partition，分割
path，路径
payoff，支付，效用
payoff-equating method，等支付方法
perfect equilibrium，精炼均衡
    perfect Bayesian equilibrium，精炼贝叶斯均衡
    perfect Nash equilibrium，精炼纳什均衡
perfect information，完美信息
perfect recall，完美回忆，完美记忆
perfect sequential equilibrium，精炼序贯均衡
player，参与人
pooling equilibrium，混同均衡
posterior belief，后验概率
precommitment strategy，事前承诺战略
predecessor，前列结
preemption game，抢先进入博弈
principal，委托人
principal-agent theory，委托--代理理论
principalship，委托权
prior belief，先验概率
prisoners' dilemma，囚徒困境
private information，私人信息
proper equilibrium，适度均衡
pseudo-player，虚拟参与人

public information，公共信息，公开信息
pure strategy，纯战略

random action，随机行动
ratchet effect，棘轮效应
rationalizable strategy，可理性化战略
reaction curve，反应曲线
reaction correspondence，反应对应
reaction function，反应函数
reactive equilibrium，反应均衡
refinement of equilibrium，均衡的精炼，均衡的改进
renegotiation，再磋商，重新谈判
repeated game，重复博弈
reputation，声誉
reservation utility，保留效用
reservation wage，保留工资
residual claimant，剩余索取者
revealing equilibrium，显示均衡
revelation principle，显示原理
revenue-equilibrium theorem，收益等价定理
risk，风险
risk-averse，风险规避
risk-neutral，风险中性
rules of the game ，博弈规则

screening，信息甄别

second best contract，次优合同
second-order stochastic dominance，二阶随机占优
second-price sealed bid，二级密封价格招标(拍卖)
self-selection constraint，自选择约束
semi-separating equilibrium，准分离均衡
separating equilibrium，分离均衡
sequential equilibrium，序贯均衡
sequential-move game，序贯行动博弈
sequential rationality，序贯理性
side payment，转移支付
signal，信号，发出信号
signaling，信号传递
simultaneous-move game，同时行动博弈
single crossing property，单交叉点特征
singleton information，单结信息
stable equilibrium，稳定均衡
Stackelberg equilibrium，斯坦克尔伯格均衡
starting node，初始结
state-space，状态空间
stochastic dominance，随机占优
strategic complements，战略互补
strategic form of a game 博弈的战略式表述
strategic substitutes，战略替代
strategy，战略
strategy profile，战略组合
strategy set，战略集合，战略集

strategy space，战略空间

subgame，子博弈

subgame perfectness，子博弈精炼

successor，后续结

sufficient statistic，充分统计量

sufficient statistic condition，充分统计量条件

sunk cost，沉淀成本

supergame，超级博弈

symmetric information，对称信息

team theory，团队理论

teams，团队

time consistency，时序一致性，动态一致性

tournaments，锦标制度

trembling hand equilibrium，颤抖手均衡

trigger strategy，触发战略

type，类型

uncertainty，不确定性

unobservable，不可观测（观察）性

upper-semicontinuous correspondence，上半连续对应

verifiable，可证实的

unverifiable，不可证实的

Vickery auction，威克瑞拍卖

von Newmann-Morgenstern utility function，v-N-M

效用函数

war of attrition，消耗战
weak Nash equilibrium，弱纳什均衡
weakly-dominated strategy，弱劣战略
Wilson equilibrium，威尔逊均衡
winner's curse，赢者诅咒

yardstick competition，标尺竞争

重要人名英汉对照

Alchian,A.，阿尔钦
Abreu，D.，阿伯罗
Akerlof，G.，阿克劳夫
Arrow，K.，阿罗
Aumann，R.，奥蒙
Axelrod,阿克斯罗德
Baron，D.，贝罗
Barro，R.，巴罗
Bayes，贝叶斯
Betrand，J.-P.，伯川德
Bulow，布娄
Chatterjee，K.，查特金
Clarke,E.,克拉克
Cho，I.-K.，曹
Cournot，A.，库诺特
Cramton，克拉姆腾
Dasgupta，P.，戴斯库伯特
Demsetz,H.，德莫塞茨

Diamond, D. , 戴蒙德
Fama, E. , 法玛
Friedman, J. , 弗里得曼
Fudenberg, D. , 弗得伯格
Gibbons, R. , 吉保斯
Green, E. , 格瑞
Groves, J. , 格罗夫斯
Hardin, G, 哈丁
Harris, M. , 哈里斯
Harsanyi, J, 海萨尼
Hart, O. , 哈特
Holmstrom, B. , 霍姆斯特姆
Hotelling H. , 豪泰林
Klein, B. , 克莱因
Klemperer, P, 克莱姆普尔
Kohlberg, E. , 考尔伯格
Kreps, D. , 克瑞普斯
Kydland, F. , 凯兰德
Lazear, E. , 莱瑟尔
Laffont, J. —J. , 拉丰特
Leffler, K. , 莱弗勒
Leland, H. , 利兰
Leontief, W. , 列昂惕夫
Majluf, N. , 麦吉劳夫
Malcomson, J. , 马尔科森
Maskin, E. , 马司肯

McAfee，P，麦克阿斐
McMillan，J.，麦克米伦
Mertens，J.-F，默顿
Meyer，M.，迈耶
Milgrom，P.，米尔格罗姆
Mirrlees，J.，莫里斯
Moore，J.，莫尔
Myers，S.，迈耶斯
Myerson，R.，梅耶森
Nash，J.，纳什
Pearce，D.，皮尔斯
Porter，R.，鲍特
Pratt，帕拉特
Prescott，普莱斯考特
Pyle，D.，派尔
Raviv，V.，雷维吾
Riley，J.，瑞里
Roberts，J，罗伯茨
Rosen，S.，罗森
Ross，罗斯
Rotermbg，J.，劳特伯格
Rothschild，M.，罗斯查尔德
Rubinstein，A.，罗宾斯泰英
Saloner，G.，沙劳纳
Samuelson，P.，萨缪尔逊
Samuelson，W.，萨缪尔逊

Satterthwaite, M. , 塞特斯威特
Selten, R. , 泽尔腾
Shaked, A. , 萨科德
Shapiro, C. , 夏皮罗
Solow, 索罗
Spence, A.M. , 斯宾塞
Stackerlberg, H. , 斯坦克尔伯格
Stiglitz, J. , 斯蒂格里兹
Sutton, J. , 萨顿
Tirole, J. , 泰勒尔
Vickers, J. , 维克斯
Vickery,W. ,维克瑞
Weiss,A. ,温斯
Weitzman,M. ,魏茨曼
Wilson, R. , 威尔逊
Zeckhauser, 泽克豪森